



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

Вычислительные методы

**Кафедра прикладной математики факультета математики и
компьютерных наук**

Направление подготовки: *02.03.02 - Фундаментальная информатика и
информационные технологии*

Профили подготовки:

Информатика и компьютерные науки

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения:

Очная

Статус дисциплины: *входит в обязательную часть ОПОП*

Махачкала 2022

Фонд оценочных средств по дисциплине "Вычислительные методы" составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.02 - Фундаментальная информатика и информационные технологии (уровень бакалавриата) от «23» августа 2017г. № 808

Разработчик: кафедра прикладной математики, Кадиев Р.И. д.ф.-м.н. профессор

Фонд оценочных средств по дисциплине "Вычислительные методы" одобрена на заседании кафедры прикладной математики от « 25 » февраля 2022г., протокол № 6.
Зав. кафедрой  Кадиев Р.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от « 24 » марта 2022 г., протокол № 4.

Председатель  Ризаев М.К.

Фонд оценочных средств по дисциплине "Вычислительные методы" согласована с учебно-методическим управлением «31» марта 2022 г.

/Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

(подпись)

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ по дисциплине "Вычислительные методы"

1.1. Основные сведения о дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетные единицы (252 академических часа).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	6 семестр	7 семестр	всего
Общая трудоёмкость	108	144	252
Контактная работа:	48	68	116
Лекции (Л)	16	34	50
Практические занятия (ПЗ)	16		16
Лабораторные занятия (ЛЗ)	16	34	50
Консультации			
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)			
Самостоятельная работа: - подготовка к контрольной работе; - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к коллоквиумам; - подготовка к рубежному контролю)	60	40	100
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)		экзамен	36

1.2. Требования к результатам обучения по дисциплине, формы их контроля и виды оценочных средств

№ п/п	Контролируемые модули, разделы, (темы) дисциплины, их наименование	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства	Способ контроля
1	Интерполяция	ОПК-3	Доклады	устно
2	Численное интегрирование	ОПК-3	Устный опрос	устно
3	Численные методы алгебры.	ОПК-3	Контрольная работа	письменно
4	Численные методы решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	ОПК-3	Тест	тестирование
Промежуточная аттестация: зачет		ОПК-3	КИМ	тестирование

1.3. В результате изучения Вычислительных методов обучающийся должен:

1.3.1. Знать:

базовые определения и понятия вычислительной математики, базовые понятия работы и использования ЭВМ, этапы решения задачи на ЭВМ, основы теории погрешностей, методы численного решения нелинейных уравнений, решения СЛАУ, постановки задач интерполирования и построение приближающих функций, численного дифференцирования, численного интегрирования функций, численного решения дифференциальных уравнений, обработки экспериментальных данных, оценки сходимости численных методов, язык программирования TP.

1.3.2. Уметь:

решать вручную простейшие задачи с помощью численных методов, применять для численного решения стандартных задач компьютерные программные средства, применять теорию погрешностей для оценки результатов расчетов.

1.3.3. Владеть:

- численными методами решения типовых математических задач;
- навыками реализации численных методов на ЭВМ.

1.4. Показатели и критерии определения уровня сформированности компетенций

№ п/п	Индекс компетенции	Уровни сформированности компетенции			
		Недостаточный	Удовлетворительный (достаточный)	Базовый	Повышенный
	УК-1	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня	Наличие признаков удовлетворительных знаний. Знает: структуру задач в области математики, теоретической механики и физики Умеет: анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. Владеет: навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.	Наличие признаков хороших знаний. Знает: принципы математического моделирования разнородных явлений, систематизации научной информации в области математики и компьютерных наук. Умеет: системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. Владеет: навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок.	Наличие признаков отличных знаний. Знает: современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. Умеет: применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных. Владеет: навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования.
	ОПК-3	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня	Наличие признаков удовлетворительных знаний. Знать: основные численные методы и	Наличие признаков хороших знаний. Знать: основные численные методы	Наличие признаков отличных знаний. Знать: основные численные методы

			<p>алгоритмы решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений.</p> <p>Уметь: разрабатывать численные методы и алгоритмы решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, реализовывать эти алгоритмы на персональном компьютере, пользуясь средствами программирования или (и) пакетами прикладных программ.</p> <p>Владеть: навыками решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, физики, механики и др., используя изученные численные методы.</p>	<p>и алгоритмы решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений.</p> <p>Уметь: разрабатывать численные методы и алгоритмы решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, реализовывать эти алгоритмы на персональном компьютере, пользуясь средствами программирования или (и) пакетами прикладных программ.</p> <p>Владеть: навыками решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, физики, механики и др., используя изученные</p>	<p>и алгоритмы решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений.</p> <p>Уметь: разрабатывать численные методы и алгоритмы решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, реализовывать эти алгоритмы на персональном компьютере, пользуясь средствами программирования или (и) пакетами прикладных программ.</p> <p>Владеть: навыками решения практических задач алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений, физики, механики и др., используя изученные</p>
	ПК-2	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня	<p>Наличие признаков удовлетворительных знаний.</p> <p>Знает: образовательный стандарт и программы профессионального обучения, среднего профессионального образования (СПО) и дополнительным профессиональным программам (ДПП).</p> <p>Умеет: профессионально грамотно пользоваться организационно-</p>	<p>Наличие признаков хороших знаний.</p> <p>Знает: на достаточно высоком уровне учебные курсы математики и информатики в рамках программы соответствующего уровня.</p> <p>Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного</p>	<p>Наличие признаков отличных знаний.</p> <p>Знает: разные подходы к определению основных понятий математики; основные понятия информатики; формулировки математических утверждений при различных изменениях их исходных условий; различные языки</p>

			<p>методическим и учебно-методическим обеспечением образовательной программы соответствующего уровня.</p> <p>Владеет: психолого-педагогическими и методическими основами преподавания дисциплин математики и информатики.</p>	<p>программного вопроса в области математики и информатики; устанавливать связи между различными предметными разделами с учетом уровня подготовки и психологии данной аудитории.</p> <p>Владеет: достаточной информацией о современном состоянии развития различных областей математики и информатики и об актуальных вопросах преподавания математики и информатики.</p>	<p>программирования.</p> <p>Умеет: оценивать объем материала, необходимого для освоения того или иного программного вопроса по математике и информатике по программам профессионального обучения, среднего профессионального образования (СПО) и дополнительным профессиональным программам (ДПП).</p> <p>Владеет: методикой изложения основного материала того или другого раздела математики и информатики по программам профессионального обучения, СПО и ДПП.</p>
--	--	--	--	--	---

2. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ОЦЕНКИ знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины «вычислительные методы»

2.1. Вопросы для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

1. Приближенное значение величины.
2. Абсолютная погрешность, относительная погрешность.
3. Верные, сомнительные, значащие цифры. Способы хранения цифр в памяти ЭВМ. Погрешности арифметических действий.
4. Устойчивость, корректность, сходимость.
5. Что значит решить систему уравнений?
6. Какие вы знаете группы методов решения систем линейных уравнений? Какие методы относятся к прямым методам решения систем линейных уравнений? Какие методы относятся к приближенным методам решения систем линейных уравнений?
7. В чем основное отличие точных и приближенных методов решения систем линейных уравнений?
8. Условия сходимости итерационного процесса?
9. От чего зависит скорость сходимости метода итераций?
10. Что называется корнем уравнения?
11. Что значит решить уравнение?

12. Каковы этапы решения уравнения с одной переменной?
13. Какие существуют методы решения уравнения с одной переменной?
14. Каковы достаточные условия сходимости итерационного процесса при решении уравнения $x = f(x)$ на отрезке $[a, b]$, содержащего корень, методом простой итерации?
15. Какое условие является критерием достижения заданной точности при решении уравнения $x = f(x)$ методом хорд, касательных, итераций?
16. Что такое интерполяция? Что такое узлы интерполяции? В чем заключается задача отыскания интерполирующего многочлена?
17. Может ли метод Лагранжа применяться для экстраполяции?
18. Что влияет на точность интерполяции в методе Лагранжа? Можно ли добавлять новые узлы интерполяции при использовании метода Лагранжа?
19. Что значит «интерполирование вперед», «интерполирование назад»?
20. В каком случае используется численное интегрирование? Постановка задачи численного интегрирования. Какие существуют методы интегрирования функций?
21. Графическая интерпретация метода прямоугольников.
22. Графическая интерпретация метода трапеций.
23. Графическая интерпретация метода Симпсона.
24. Что значит – решить задачу Коши для дифференциальных уравнений первого порядка? Что является решением дифференциального уравнения?
25. Графическая интерпретация численного решения дифференциального уравнения. Какие существуют методы решения дифференциального уравнения в зависимости от формы представления решения?

Вопросы для проверки уровня обученности УМЕТЬ

1. Метод Гаусса для решения систем линейных уравнений?
2. Метода простой итерации для решения систем уравнений?
3. Как привести систему к виду с преобладающими диагональными коэффициентами?
4. Метод Зейделя для решения систем уравнений?
5. Метод половинного деления. В чем заключается геометрический смысл метода половинного деления? Всегда ли позволяет метод половинного деления вычислить отделенный корень уравнения с заданной погрешностью? Как выбираются концы отрезка следующего интервала в методе половинного деления?
6. Метод хорд. Графическая интерпретация метода.
7. Метод касательных. Графическая интерпретация метода.
8. Метод итерации. Графическая интерпретация метода.
9. Метод Ньютона. Графическая интерпретация метода.
10. Метод простой итерации для решения систем уравнений?
11. Метод Ньютона для решения систем уравнений?
12. Как построить интерполяционный многочлен Лагранжа? Как определить погрешность метода интерполяции с помощью формулы Лагранжа?
13. Как образуются разделенные разности? Как связаны разделенные разности и производная? Интерполяционный многочлен Ньютона.
14. Что такое сплайн? Как происходит процесс интерполирования сплайнами?
15. Что такое конечная разность первого порядка? Как она находится? Что такое конечная разность второго порядка? Как она находится? Что такое конечная разность n -го порядка? Как она находится?

16. Первая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих узлов. Вторая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих узлов. Как находится погрешность метода интерполирования с помощью формул Ньютона?
17. Интегральное среднеквадратичное приближение функций обобщенными многочленами.
18. Среднеквадратичное приближение функций тригонометрическими многочленами.
19. Точечное среднеквадратичное приближение функций ортогональными многочленами.
20. Ортогональные многочлены Чебышева.
21. Метод наименьших квадратов.
22. Квадратурные формулы Гаусса.
23. Вычисление производной по ее определению. Конечно-разностные аппроксимации производных.
24. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона.
25. Как оценить погрешность метода трапеций? Как оценить погрешность метода Симпсона? Как оценить погрешность метода прямоугольников?
26. Метод ломанных Эйлера? Графическая интерпретация метода Эйлера и усовершенствованного метода Эйлера. В чем отличие? Необходим ли поиск начальных условий в методе Эйлера? К какой группе относится модифицированный метод Эйлера?
27. Метод Рунге — Кутты. Как можно оценить погрешность решения дифференциального уравнения при использовании метода Рунге — Кутты?
28. Как определить количество верных цифр в числе, являющемся решением дифференциального уравнения методами Эйлера, усовершенствованного метода Эйлера, Рунге-Кутты?

Задания для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ

1. Вычислить абсолютную погрешность суммы чисел $a=8,3$; $b=11,51$; $C=4,928163$, $\Delta a=0,04$; $\Delta b=0,005$; $\Delta c=0,008$.
2. Определить относительную погрешность произведения $A \cdot B$. $A=9,82$; $B=2,46$; $\Delta A=\Delta B=0,04$.
3. Методом половинного деления с точностью $\varepsilon = 10^{-2}$ найти корень уравнения $4 - e^x - 2x^2 = 0$ ($x > 0$), $x^4 - 3x - 20 = 0$, ($x > 0$).
4. Методом итераций с указанной точностью найти корень уравнения $x + \ln x = 0$, $\varepsilon = 10^{-4}$; $4 - e^x - 2x^2 = 0$ ($x > 0$), $\varepsilon = 10^{-2}$.
5. Методом Ньютона с указанной точностью $\varepsilon = 0.001$ найдите корни уравнения $\sqrt{x} - \cos(0.387x) = 0$, $e^x + x^2 - 2 = 0$.
Сделать проверку найденного решения.
6. Привести систему линейных уравнений к итерационному виду. Доказать сходимость итерационного процесса. Прodelать вручную три итерации (метод Зейделя).

$$\begin{aligned} 3x + 7y + 2z &= -13x + 5y + 2z = 0 \\ x + y - 4z &= 3 & x + 2y - 4z &= 9 \\ 7x + y - 3z &= 0 & 4x + y - 3z &= 17 \end{aligned}$$

7. Решить систему нелинейных уравнений методом итераций
 $\cos(y) + x = 1.5$

$$2y - \sin(x - 0.5) = 11$$

8. Стационарное распределение температуры в теплоизолированном тонком стержне описывается линейной функцией $y = a + bx$. Определите

постоянные a, b , если дана таблица измеренных температур в соответствующих точках стержня:

x	y
0	32
2	29,2
6	23,3
8	19,9
10	17,2
14	11,3
16	7,8
20	2

9. Функция $y = f(x)$ задана таблицей. Построить по имеющимся данным интерполяционный полином Лагранжа и вычислить значение функции в точке x .

№	Значения функции x								x
	X	0.03	0.38	0.59	0.64	0.79	0.86	0.97	
	y	0.0296	0.3221	0.4637	0.4947	0.5822	0.6206	0.6780	0.5
	X	0.03	0.34	0.58	0.69	0.84	1.15	1.78	1.3
	y	1.0335	1.4529	1.8912	2.1341	2.5164	3.5374	7.0677	

10. Составить интерполяционный многочлен Ньютона для функции, заданной таблицей.

x	y
0	1
1	4
2	15
3	40
4	85

11. Дана таблица значений функции. Методом линейной интерполяции вычислить значение функции при $x=0,495$.

x	y
0,00	1,000
0,10	1,095
0,20	1,179
0,30	1,251
0,40	1,310
0,50	1,357
0,60	1,390
0,70	1,409
0,80	1,414
0,90	1,405
1,405	1,382

12. Найти значение первой и второй производной функции $y = f(x)$, заданной на отрезке $[a, b]$ с помощью многочлена Ньютона ($n = 5$) в точках $x = a + ih, i = 0, \dots, n$, $h = (b-a)/n$, $f(x) = \sin(x/2)$, $a = 1.5$, $b = 2$.

13. Пусть бесконечно гладкая функция $y = f(x)$ задана несколькими своими округленными значениями. Вычислить приближенно значения первой производной функции $y = f(x)$ по формулам первого и второго порядков точности при $i = 0, \dots, n$. Вычислить приближенно значения второй производной функции $y = f(x)$ по формулам второго порядка точности при $i = 0, \dots, n$.

x	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
y	1.3694	1.2661	1.1593	1.0472	0.9273

14. Найти приближенные значения интеграла с помощью квадратурных формул прямоугольников, трапеций и парабол, если отрезок интегрирования разбит на $n=2$; 4; 10 равных частей. Оценить величину погрешности полученных результатов в каждом случае:

$$\int_0^1 \frac{x^4+1}{x^6+1} dx, \quad \int_1^3 \sqrt{6x-5} dx, \quad \int_0^1 \sqrt{e^x+1} dx.$$

15. Вычислить заданный интеграл по формулам прямоугольников, трапеций и парабол, если отрезок интегрирования разбит на $n=2$ и $n=4$ равные части. Оценить погрешность результата и сравнить приближенные значения интеграла с точным:

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{1+x^2} dx, \quad \int_0^1 x \ln(1+x) dx, \quad \int_0^1 (x+1)(x+2) dx$$

16. Найти приближенное значение интеграла $\int_0^1 e^{x^2} dx$ по квадратурной формуле Гаусса с тремя узлами для $n=1$.

17. Найдите решения дифференциального уравнения первого порядка, удовлетворяющего начальным условиям на промежутке $[a,b]$ с шагом h различными методами (Эйлера, Рунге–Кутта):

№	Уравнение	$Y(x_0) = y_0$	$[a,b]$
1	$y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{5}}$	$y(1,8) = 2,6$	$[1,8; 2,8]$
2	$y' = x + \sin \frac{y}{\sqrt{10}}$	$y(0,6) = 0,8$	$[0,6; 1,6]$

17. Применяя метод Эйлера и метод Рунге-Кутта численно решить на отрезке $[0,1]$: систему дифференциальных уравнений 1-го порядка, удовлетворяющую начальным условиям $y(0) = 0$, $z(0) = -0,4$:

$$y' = -yz + \frac{\sin x}{x}$$

$$z' = -z^2 + \frac{3x}{1+x^2}$$

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если верно и правильно выполнено 90%-100% заданий;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если верно и правильно выполнено 70%-80% заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если верно и правильно решено 50%-60% заданий, возможны некоторые исправления при решении;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если верно выполнено менее 50% заданий;

2.2. Варианты контрольных работ

Тема: Приближенные числа. Абсолютная и относительная погрешности

Вариант 1.

1. Дано приближенное число $x = 1.109$ и его абсолютная погрешность $\Delta x = 0.1 \cdot 10^{-2}$. Определить относительную погрешность и число верно значащих цифр приближенного числа.
2. Дано приближенное число $x = 0.3771$ и его относительная погрешность $\delta x = 1\%$. Определить абсолютную погрешность и число верно значащих цифр приближенного числа.
3. Дано приближенное число $x = 1.72911$ и известно, что у этого числа $n = 3$ верных значащих цифры в широком (узком) смысле. Оценить абсолютную и относительную погрешности в обоих случаях. Определить предельную абсолютную и относительную погрешности в обоих случаях.
4. Определить, какое равенство точнее $\sqrt{66} = 6.63$ или $\frac{19}{41} = 0.463$.
5. Дано выражение $x = \frac{ab}{\sqrt[3]{c}}$, $a = 3.85 \pm 0.001$, $b = 2.0435 \pm 0.0004$, $c = 962.6 \pm 0.1$. Вычислите значение x и оцените погрешность искомого значения. Определите число верных знаков в результате.

Вариант 2.

1. Дано приближенное число $x = 1.906$ и его абсолютная погрешность $\Delta x = 0.1 \cdot 10^{-2}$. Определить относительную погрешность и число верно значащих цифр приближенного числа.
2. Дано приближенное число $x = 0.576371$ и его относительная погрешность $\delta x = 1.5\%$. Определить абсолютную погрешность и число верно значащих цифр приближенного числа.
3. Дано приближенное число $x = 14.27291$ и известно, что у этого числа $n = 4$ верных значащих цифры в широком (узком) смысле. Оценить абсолютную и относительную погрешности в обоих случаях. Определить предельную абсолютную и относительную погрешности в обоих случаях.
4. Определить, какое равенство точнее $\sqrt{30} = 5.48$ или $\frac{7}{15} = 0.467$.
5. Дано выражение $x = \left[\frac{(a+b)c}{m-n} \right]^2$, $a = 4.85 \pm 0.03$, $b = 12.35 \pm 0.04$, $c = 9.6 \pm 0.07$, $m = 11.714 \pm 0.007$, $n = 5.73 \pm 0.003$. Вычислите значение x и оцените погрешность искомого значения. Определите число верных знаков в результате.

Вариант 3.

1. Дано приближенное число $x = 1.319$ и его абсолютная погрешность $\Delta x = 0.1 \cdot 10^{-2}$. Определить относительную погрешность и число верно значащих цифр приближенного числа.
2. Дано приближенное число $x = 0.7371$ и его относительная погрешность $\delta x = 1\%$. Определить абсолютную погрешность и число верно значащих цифр приближенного числа.
3. Дано приближенное число $x = 10.7292$ и известно, что у этого числа $n = 5$ верных значащих цифры в широком (узком) смысле. Оценить абсолютную и относительную погрешности в обоих случаях. Определить предельную абсолютную и относительную погрешности в обоих случаях.
4. Определить, какое равенство точнее $\sqrt{10.5} = 3.24$ или $\frac{4}{17} = 0.235$.
5. Дано выражение $x = \frac{\sqrt{ab}}{c}$, $a = 123.8 \pm 0.05$, $b = 72.5 \pm 0.04$, $c = 62.6 \pm 0.05$. Вычислите значение x и оцените погрешность искомого значения. Определите число верных знаков в результате.

Вариант 4.

1. Дано приближенное число $x = 1.609$ и его абсолютная погрешность $\Delta x = 0.1 \cdot 10^{-2}$. Определить относительную погрешность и число верно значащих цифр приближенного числа.
2. Дано приближенное число $x = 0.5317$ и его относительная погрешность $\delta x = 0.5\%$. Определить абсолютную погрешность и число верно значащих цифр приближенного числа.
3. Дано приближенное число $x = 105.7872$ и известно, что у этого числа $n =$ бверных значащих цифры в широком (узком) смысле. Оценить абсолютную и относительную погрешности в обоих случаях. Определить предельную абсолютную и относительную погрешности в обоих случаях.
4. Определить, какое равенство точнее $\sqrt{10} = 3.16$ или $\frac{15}{7} = 2.14$.
5. Дано выражение $x = \frac{(a-b)m}{c+d}$, $a = 15.8 \pm 0.04$, $b = 2.4 \pm 0.02$, $c = 96.2 \pm 0.01$, $m = 4.42 \pm 0.002$, $d = 24.327 \pm 0.002$, Вычислите значение x и оцените погрешность искомого значения. Определите число верных знаков в результате.

Тема: Решение нелинейного уравнения.

Вариант 1.

1. Графически отделить корни уравнения $x^2 - 2x - 1 = 0$. Составить программу на ТР для отделения корней этого же уравнения.
2. Найти корень уравнения $x - \frac{1}{3 + \sin 3.6x} = 0$ находящийся на отрезке $[0; 0,85]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом итераций. Составить программу на ТР.
3. Найти корень уравнения $x + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} - 2,5 = 0$ находящийся на отрезке $[0,4; 1]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом половинного деления. Составить программу на ТР.
4. Найти корень уравнения $0,25x^3 + x - 1,2502 = 0$ находящийся на отрезке $[0; 2]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом Ньютона. Составить программу на ТР.

Вариант 2.

1. Графически отделить корни уравнения $x^3 - 2x - 1 = 0$. Составить программу на ТР для отделения корней этого же уравнения.
2. Найти корень уравнения $3\sin\sqrt{x} + 0,35x - 3,8 = 0$ находящийся на отрезке $[2; 3]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом итераций. Составить программу на ТР.
3. Найти корень уравнения $tgx - \frac{1}{3}tg^3x + \frac{1}{5}tg^5x - \frac{1}{3} = 0$ находящийся на отрезке $[0; 0,8]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом половинного деления. Составить программу на ТР.
4. Найти корень уравнения $0,1x^2 - x \ln x = 0$ находящийся на отрезке $[1; 2]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом Ньютона. Составить программу на ТР.

Вариант 3.

1. Графически отделить корни уравнения $x^3 - 3x + 1 = 0$. Составить программу на ТР для отделения корней этого же уравнения.
2. Найти корень уравнения $\arccos x - \sqrt{1 - 0,3x^3} = 0$ находящийся на отрезке $[0; 1]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом итераций. Составить программу на ТР.
3. Найти корень уравнения $\cos \frac{2}{x} - 2\sin \frac{1}{x}x + \frac{1}{x} = 0$ находящийся на отрезке $[1; 2]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом половинного деления. Составить программу на ТР.
4. Найти корень уравнения $3x - 4\ln x - 5 = 0$ находящийся на отрезке $[2; 4]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом Ньютона. Составить программу на ТР.

Вариант 4.

1. Графически отделить корни уравнения $0,1x^3 - 2\sin x = 0$. Составить программу на ТР для отделения корней этого же уравнения.
2. Найти корень уравнения $x + \cos(x^{0,52} + 2) = 0$ находящийся на отрезке $[0,5; 1]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом итераций. Составить программу на ТР.
3. Найти корень уравнения $\sin x^2 + \cos x^2 - 10x = 0$ находящийся на отрезке $[0; 1]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом половинного деления. Составить программу на ТР.
4. Найти корень уравнения $2x\sin x - \cos x = 0$ находящийся на отрезке $[0,4; 1]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом Ньютона. Составить программу на ТР.

Тема: Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Вариант 1.

1. Вычислить определитель

$$\begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 & 2 \\ 4 & 9 & 8 & 3 \\ 4 & 7 & 8 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

вручную. Составить программу на ТР для вычисления на ПК.

2. Решить методом Гаусса систему уравнений

$$\begin{aligned} 8x_1 + x_2 + x_3 &= 2 \\ 5x_1 - 10x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + 11x_3 &= 2 \end{aligned}$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

3. Решить методом Крамера систему уравнений

$$\begin{aligned} 8x_1 + x_2 + x_3 &= 2 \\ 5x_1 - 10x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + 11x_3 &= 2 \end{aligned}$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Решить методом Зейделя систему уравнений с точностью 0.001

$$\begin{aligned} 8x_1 + x_2 + x_3 &= 2 \\ 5x_1 - 10x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + 11x_3 &= 2 \end{aligned}$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

Вариант 2.

1. Вычислить определитель

$$\begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 9 & 1 & 3 \\ 4 & 8 & 8 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

вручную. Составить программу на ТР для вычисления на ПК.

2. Решить методом Гаусса систему уравнений

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 + 5x_3 &= 3 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 &= 2 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 &= 1 \end{aligned}$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

3. Решить методом Крамера систему уравнений

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 + 5x_3 &= 3 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 &= 2 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 &= 1 \end{aligned}$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Решить методом Зейделя систему уравнений с точностью 0.001

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 + 5x_3 &= 3 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 &= 2 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 &= 1 \end{aligned}$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

Вариант 3.

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 6 & 4 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 5 \\ 9 & 8 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

вручную. Составить программу на ТР для вычисления на ПК.

2. Решить методом Гаусса систему уравнений

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= 2 \\ 10x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 &= 3 \end{aligned}$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

3. Решить методом Крамера систему уравнений

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= 2 \\ 10x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 &= 3 \end{aligned}$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Решить методом Зейделя систему уравнений с точностью 0.001

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= 2 \\ 10x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 &= 3 \end{aligned}$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

Вариант 4.

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 9 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 8 & 2 \\ 5 & 3 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

вручную. Составить программу на ТР для вычисления на ПК.

2. Решить методом Гаусса систему уравнений

$$\begin{aligned} 2x_1 + 8x_2 + 2x_3 &= 9 \\ 6x_1 + x_2 + 3x_3 &= 8 \\ 4x_1 + 10x_2 + 5x_3 &= 7 \end{aligned}$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

3. Решить методом Крамера систему уравнений

$$\begin{aligned} 2x_1 + 8x_2 + 2x_3 &= 9 \\ 6x_1 + x_2 + 3x_3 &= 8 \\ 4x_1 + 10x_2 + 5x_3 &= 7 \end{aligned}$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Решить методом Зейделя систему уравнений с точностью 0.001

$$\begin{aligned} 2x_1 + 8x_2 + 2x_3 &= 9 \\ 6x_1 + x_2 + 3x_3 &= 8 \\ 4x_1 + 10x_2 + 5x_3 &= 7 \end{aligned}$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

Тема: Аппроксимация и интерполяция функций

Вариант 1.

1. Функция $y = f(x)$ задана таблицей. Построить по имеющимся данным интерполяционный полином Лагранжа и вычислить значение функции в точке $x = 1,3$

x	0,03	0,58	0,84	1,78
y	1,0335	1,8912	2,5164	7,0677

Составить программу на ТР для решения на ПК.

2. Оценить погрешность интерполяции, допущенную при выполнении задачи 1, если известно аналитическое выражение функции $y = 3^x$.
3. Необходимо осуществить интерполяцию с помощью полинома Ньютона и вычислить значение функции в точках $x = 2,95$ и $x = 1,95$

x	0,38	0,99	1,19	1,71	2,04	2,53
y	1,462	2,691	3,287	5,528	7,690	12,553

Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Методом наименьших квадратов найти эмпирическую формулу в виде дробной функции $y = a + \frac{b}{x}$ для зависимости x и y , заданной таблицей

x	1	0,5	0,3	0,25	0,2	0,17	0,14	0,12
y	3	2	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2

Вариант 2.

1. Функция $y = f(x)$ задана таблицей. Построить по имеющимся данным интерполяционный полином Лагранжа и вычислить значение функции в точке $x = 0,5$

x	0,03	0,59	0,79	0,97
y	0,0296	0,4637	0,5822	0,6780

Составить программу на ТР для решения на ПК.

2. Оценить погрешность интерполяции, допущенную при выполнении задачи 1, если известно аналитическое выражение функции $y = \ln(1 + x)$.
3. Необходимо осуществить интерполяцию с помощью полинома Ньютона и вычислить значение функции в точках $x = 0,58$ и $x = 0,58$

x	0,35	0,97	1,18	1,71	2,09	2,69
y	1,419	2,637	3,254	5,528	8,084	14,731

Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Методом наименьших квадратов найти эмпирическую формулу в виде линейной функции $y = ax + b$ для зависимости x и y , заданной таблицей

x	0	1	1,5	2,5	3	4,5	5	6
y	0	67	101	168	202	310	334	404

Вариант 3.

1. Функция $y = f(x)$ задана таблицей. Построить по имеющимся данным интерполяционный полином Лагранжа и вычислить значение функции в точке $x = 0,1$

x	0,03	0,59	0,79	0,97
y	0,9996	0,8309	0,7038	0,5653

Составить программу на ТР для решения на ПК.

2. Оценить погрешность интерполяции, допущенную при выполнении задачи 1, если известно аналитическое выражение функции $y = \cos(x)$.
3. Необходимо осуществить интерполяцию с помощью полинома Ньютона и вычислить значение функции в точках $x = 2,80$ и $x = 3,80$

x	0,32	0,97	1,52	2,02	2,96	3,79
y	1,377	2,637	4,572	7,538	19,297	44,256

Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Методом наименьших квадратов найти эмпирическую формулу в виде логарифмической функции $y = a + b \ln x$ для зависимости x и y , заданной таблицей

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	521	308	240	204	183	175	159	152

Вариант 4.

1. Функция $y = f(x)$ задана таблицей. Построить по имеющимся данным интерполяционный полином Лагранжа и вычислить значение функции в точке $x = 1,5$

x	0,01	0,64	1,06	1,79
y	0,0101	1,2137	3,0596	10,7211

Составить программу на ТР для решения на ПК.

2. Оценить погрешность интерполяции, допущенную при выполнении задачи 1, если известно аналитическое выражение функции $y = xe^x$.

3. Необходимо осуществить интерполяцию с помощью полинома Ньютона и вычислить значение функции в точках $x = 0,80$ и $x = 1,80$

x	0,14	0,57	1,22	1,73	2,11	2,74
y	1,150	1,768	3,387	5,640	8,248	15,468

Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Методом наименьших квадратов найти эмпирическую формулу в виде степенной функции $y = ax^b$ для зависимости x и y , заданной таблицей

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	56,9	67,3	81,6	201	240	474	490	518

Тема: Численное дифференцирование и интегрирование

Вариант 1.

1. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = x^2 + 1$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0,1$.

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$$\int_0^3 -\frac{4}{(1+8x)^2} dx$$

по формуле прямоугольников, если число частичных отрезков $n = 20$. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

3. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$$\int_0^3 -\frac{4}{(1+8x)^2} dx$$

по формуле трапеций, если число частичных отрезков $n = 20$. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

4. Вычислить определенный интеграл

$$\int_{0,8}^{1,8} \frac{x}{\sqrt{1+x^3}} dx$$

с точностью до $\varepsilon = 10^{-6}$ по общей формуле Симпсона. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

Вариант 2.

1. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = x^2 + x - 1$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0,1$.

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$$\int_4^6 \frac{5}{(4x-3)^3} dx$$

по формуле прямоугольников, если число частичных отрезков $n = 20$. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

3. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$$\int_4^6 \frac{5}{(4x-3)^3} dx$$

по формуле трапеций, если число частичных отрезков $n = 20$. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

4. Вычислить определенный интеграл

$$\int_{0,8}^{1,8} \frac{x}{\sqrt{1-x^3}} dx$$

с точностью до $\varepsilon = 10^{-6}$ по общей формуле Симпсона. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

Вариант 3.

1. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = \frac{1}{x} + 1$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0,1$.

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$$\int_0^1 \frac{12}{(4x-9)^2} dx$$

по формуле прямоугольников, если число частичных отрезков $n = 20$. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

3. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$$\int_0^1 \frac{12}{(4x-9)^2} dx$$

по формуле трапеций, если число частичных отрезков $n = 20$. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

4. Вычислить определенный интеграл

$$\int_{0,6}^{1,6} \sqrt{x+x^3} dx$$

с точностью до $\varepsilon = 10^{-6}$ по общей формуле Симпсона. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

Вариант 4.

1. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = \frac{x}{x+2}$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0,1$.

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$$\int_{-3}^{-1} \frac{17}{(1-3x)^3} dx$$

по формуле прямоугольников, если число частичных отрезков $n = 20$. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

3. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$$\int_{-3}^{-1} \frac{17}{(1-3x)^3} dx$$

по формуле трапеций, если число частичных отрезков $n = 20$. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

4. Вычислить определенный интеграл

$$\int_{0,8}^{1,8} \sqrt{x+x^4} dx$$

с точностью до $\varepsilon = 10^{-6}$ по общей формуле Симпсона. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

Тема: Численные методы решения дифференциальных уравнений

Вариант 1.

1. Решить обыкновенное дифференциальное уравнение $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{5}}$ с начальным условием $y_0(1,8) = 2,6$; на промежутке $[1,8; 2,8]$ с числом разбиений 4; 20. Выполнить ручной расчет при $n = 4$, используя метод Эйлера с уточнением составить программу на ТР для решения на ПК.

2. Решить обыкновенное дифференциальное уравнение $\frac{y'' - 3y + 2e^x}{\cos x} = -4$ с начальными условиями $y(-0,8) = 1,146$; $y'(-0,8) = 1,167$ на промежутке $[-0,8; 0]$. Выполнить ручной расчет при $n=4$ используя метод Рунге-Кутты, точное решение $y(x) = e^x + \cos x$.

3. Используя метод сеток составить решение уравнения теплопроводности $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ при заданных начальном ($t = 0$) $U(x,0) = f(x) = \cos 2x$ и граничных условиях $U(a,t) = U(0,t) = \varphi(t) = 1 - 6t$ и $U(b,t) = U(0,6,t) = \psi(t) = 0,3626$, где $x \in [0; 0,6]$ $h = (b-a)/n$. $n = 10$; $t \in [0; 1]$, $\sigma = \frac{1}{6}$. Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Используя метод сеток составить решение уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$ в

прямоугольной области $\Pi = \{0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$ при следующих граничных условиях: $U(0,y) = U_0$; $U(a,y) = U(x,b) = U(x,0) = 0$; $a = 4$; $b = 2$; $h = b/n$. $n = 100$; $\varepsilon = 10^{-4}$.

Начальное распределение $U(x, y) = |x| + |y|$; $U_0 = 4$. Составить программу на ТР для решения на ПК.

Вариант 2.

1. Решить обыкновенное дифференциальное уравнение $y' = x + \cos \frac{y}{3}$ с начальным условием $y_0(1,6) = 4,6$; на промежутке $[1,6; 2,6]$ с числом разбиений 4; 20. Выполнить ручной расчет при $n = 4$, используя метод Эйлера с уточнением составить программу на ТР для решения на ПК.

2. Решить обыкновенное дифференциальное уравнение $y''y' + 2y'y = 8\sin 2x + 15\cos 2x$ с начальными условиями $y(0,2) = 3,934$; $y'(0,2) = 4,304$ на промежутке $[0,2; 2]$. Выполнить ручной расчет при $n = 4$ используя метод Рунге-Кутты, точное решение $y(x) = 5\sin x + 3\cos x$.

3. Используя метод сеток составить решение уравнения теплопроводности $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ при заданных начальном ($t = 0$) $U(x,0) = f(x) = x(x+1)$ и граничных условиях $U(a,t) = U(0,t) = \varphi(t) = 0$ и $U(b,t) = U(0,6,t) = \psi(t) = 2t + 0,96$, где $x \in [0; 0,6]$ $h = (b-a)/n$. $n = 10$; $t \in [0; 1]$, $\sigma = \frac{1}{6}$. Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Используя метод сеток составить решение уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$ в прямоугольной области $\Pi = \{0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$ при следующих граничных условиях: $U(0,y) = U_0$; $U(a,y) = U(x,b) = U(x,0) = 0$; $a = 4$; $b = 2$; $h = b/n$. $n = 100$; $\varepsilon = 10^{-4}$. Начальное распределение $U(x, y) = 2|x| + |y|$; $U_0 = 2$. Составить программу на ТР для решения на ПК.

Вариант 3.

1. Решить обыкновенное дифференциальное уравнение $y' = x + \cos \frac{y}{\sqrt{10}}$ с начальным условием $y_0(0,6) = 0,8$; на промежутке $[0,6; 1,6]$ с числом разбиений 4; 20. Выполнить ручной расчет при $n = 4$, используя метод Эйлера с уточнением составить программу на ТР для решения на ПК.

2. Решить обыкновенное дифференциальное уравнение $\frac{y'' + y - 4 - 2x^2}{e^x} = -6$ с начальными условиями $y(1,5) = -8,8743,934$; $y'(1,5) = -8,443$ на промежутке $[1,5; 2,5]$. Выполнить ручной расчет при $n = 4$ используя метод Рунге-Кутты, точное решение $y(x) = 2x^2 - 3e^x + \cos x$.

3. Используя метод сеток составить решение уравнения теплопроводности $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ при заданных начальном ($t = 0$) $U(x,0) = f(x) = \sin 2x$ и граничных условиях $U(a,t) = U(0,t) = \varphi(t) = 2t$ и $U(b,t) = U(0,6,t) = \psi(t) = 0,932$, где $x \in [0; 0,6]$ $h = (b-a)/n$. $n = 10$; $t \in [0; 1]$, $\sigma = \frac{1}{6}$. Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Используя метод сеток составить решение уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$ в прямоугольной области $\Pi = \{0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$ при следующих граничных условиях: $U(0,y) = U_0$; $U(a,y) = U(x,b) = U(x,0) = 0$; $a = 4$; $b = 2$; $h = b/n$. $n = 100$; $\varepsilon = 10^{-4}$. Начальное распределение $U(x, y) = |x||y|$; $U_0 = 3$. Составить программу на ТР для решения на ПК.

Вариант 4.

1. Решить обыкновенное дифференциальное уравнение $y' = x + \cos \frac{y}{e}$ с начальным условием $y(1,4) = 2,5$; на промежутке $[1,4; 2,4]$ с числом разбиений 4; 20. Выполнить ручной расчет при $n = 4$, используя метод Эйлера с уточнением составить программу на ТР для решения на ПК.

2. Решить обыкновенное дифференциальное уравнение $y''y' + 2y'y = 8\sin 2x + 15\cos 2x$ с начальными условиями $y(0,2) = 3,934$; $y'(0,2) = 4,304$ на промежутке $[0,2; 2]$. Выполнить ручной расчет при $n = 4$ используя метод Эйлера, точное решение $y(x) = 5\sin x + 3\cos x$.

3. Используя метод сеток составить решение уравнения теплопроводности $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ при заданных начальном ($t = 0$) $U(x,0) = f(x) = 3x(2 - x)$ и граничных условиях $U(a,t) = U(0,t) = \varphi(t) = 0$ и $U(b,t) = U(0,6,t) = \psi(t) = t + 2,52$, где $x \in [0; 0,6]$ $h = (b-a)/n$. $n = 10$; $t \in [0; 1]$, $\sigma = \frac{1}{6}$. Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Используя метод сеток составить решение уравнения Лапласа $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$ в прямоугольной области $\Pi = \{0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$ при следующих граничных условиях: $U(0,y) = U_0$; $U(a,y) = U(x,b) = U(x,0) = 0$; $a = 4$; $b = 2$; $h = b/n$. $n = 100$; $\varepsilon = 10^{-4}$. Начальное распределение $U(x,y) = |x| + 2|y|$; $U_0 = 5$. Составить программу на ТР для решения на ПК.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если выполнены все задания лабораторной работы, составлен отчет по работе
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если выполнены почти все задания, за исключением отдельных пунктов, лабораторной работы, составлен отчет по работе
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если выполнены больше половины заданий лабораторной работы, составлен отчет по работе
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если выполнены меньше половины заданий лабораторной работы и не составлен отчет по работе

2.3. Тестовые задания с выбором правильного ответа

Вопрос 1

Что называется погрешностью?

1. Разность между точным и приближенным числами;
2. Модуль разности между двумя числами;
3. Разность между двумя числами;
4. Модуль разности между точным и приближенным значениями.

Вопрос 2

Что называется абсолютной погрешностью?

1. Модуль разности между двумя числами;
2. Разность между точным и приближенным числами;
3. Модуль разности между точным и приближенным числами;
4. Разность двух последовательных значений числа.

Вопрос 3

Что называется относительной погрешностью приближенного числа?

1. Отношение погрешности к абсолютной погрешности;
2. Отношение модуля погрешности к абсолютной погрешности;
3. Отношение модуля погрешности к модулю приближенного числа;
4. Отношение погрешности к модулю приближенного числа.

Вопрос 4

В чем выражается обычно относительная погрешность?

1. В процентах(%);
2. В процентах на единицу(%/ед.);
3. В штуках (шт);
4. В x (x).

Вопрос 5

К несуществующим видам погрешностей относится

1. Неустраняемая погрешность;
2. Погрешность метода;
3. Вычислительная погрешность;
4. Результирующая погрешность.

Вопрос 6

Предельная относительная погрешность произведения находится по формуле

1. $\delta(xy) = \delta x + \delta y$;
2. $\delta(xy) = \delta x - \delta y$;
3. $\delta(xy) = \delta x * \delta y$;
4. $\delta(xy) = \delta x / \delta y$.

Вопрос 7

Какие цифры в числе называются значащими?

1. Все цифры, начиная с первой справа, отличной от нуля;
2. Все верные цифры, начиная с первой справа, отличной от нуля;
3. Все верные цифры, начиная с первой слева, отличной от нуля;
4. Все верные цифры в числе.

Вопрос 8

Цифра x в десятичной записи приближенного значения величины называется верной в строгом смысле, если

1. Абсолютная погрешность приближения не превосходит половины единицы того разряда, которому принадлежит цифра x ;
2. Абсолютная погрешность приближения не превосходит единицы того разряда, которому принадлежит цифра x ;
3. Погрешность приближения не превосходит половины единицы того разряда, которому принадлежит цифра x ;
4. Погрешность приближения не превосходит единицы того разряда, которому принадлежит цифра x .

Вопрос 9

Укажите отрезок, содержащий точное число d , если его приближенное значение $d^* = 42,36$ найдено с точностью до $0,7$.

- 1) $[42,06; 42,66]$;
- 2) $[41,86; 42,86]$;
- 3) $[41,76; 42,96]$;

4)[41,66;43,06].

Вопрос 10

Приближенное значение $x^* = 24,6035$ имеет относительную погрешность $\delta x = 2\%$.
Найдите абсолютную погрешность Δx .

1) 0,49207; 2) 0,21302; 3) 0,52908; 4) 0,40803.

Вопрос 11

Заданы два приближенных числа $a = 2 \pm 0,1$; $b = 1,2 \pm 0,05$. Тогда предельная абсолютная погрешность разности этих чисел равна

1. 0,15; 2. 0,05; 3. 0,1; 4. 0,005.

Вопрос 12

Предельная абсолютная погрешность числа $a = 25,146$, у которого все цифры верные (в широком смысле) равна

1. 0,0001; 2. 0,001; 3. 0,0005; 4. 0,00005.

Вопрос 13

Количество верных значащих цифр (в широком смысле) для приближенного числа $4,214 \pm 0,05$ равно

1. 2; 2. 3; 3. 4; 4. 7.

Вопрос 14

Заданы два приближенных числа $a = 4 \pm 0,1$; $b = 2 \pm 0,1$. Тогда предельная относительная погрешность произведения этих чисел равна

1. 0,6; 2. 0,01; 3. 0,2; 4. 0,03.

Вопрос 15

Заданы два приближенных числа $a = 8 \pm 0,2$; $b = 4 \pm 0,1$. Тогда предельная абсолютная погрешность частного $\frac{a}{b}$ этих чисел равна

1. 0,1; 2. 0,05; 3. 0,6; 4. 0,3.

Вопрос 16

Заданы два приближенных числа $a = 2 \pm 0,05$; $b = 3 \pm 0,05$. Тогда предельная относительная погрешность разности этих чисел равна

1. 0,1; 2. 0,2; 3. -0,1; 4. 0.

Вопрос 17

Всякое число, записанное в десятичной системе, можно представить в виде $a = a_0 \times 10^p$. Форма записи называется нормальной, если

1. $a_0 \leq 1$; 2. $a_0 < 1$; 3. $a_0 < 1/2$; 4. $a_0 \leq 1/2$.

Вопрос 18

Всякое число, записанное в десятичной системе, можно представить в виде $a = a_0 \times 10^p$. Форма записи называется нормализованной, если у числа а первая цифра после десятичной точки

1. равна 1; 2. не равна 0; 3. больше 0; 4. меньше 1.

Вопрос 19

Всякое число, записанное в десятичной системе, можно представить в виде $a = a_0 \times 10^p$. Форма записи называется стандартной, если

1. $-1 \leq a_0 \leq 1$;

2. $0 < a_0 < 1$;
3. $1 < a_0 < 10$;
4. $0 < a_0 < 10$.

Вопрос 20

В чем заключается задача отделения корней?

1. В установлении количества корней;
2. В установлении количества корней, а так же наиболее тесных промежутков, каждый из которых содержит только один корень;
3. В установлении корня решения уравнения;
4. В назначении количества корней.

Вопрос 21

В чем заключается этап отделения корней при использовании численных методов решения уравнений?

1. В нахождении отрезка, содержащего все корни уравнения;
2. В установлении «тесных» промежутков, содержащих только один корень;
3. В определении интервала, содержащего только корни, интересующие Вычислителя;
4. В нахождении отрезка, содержащего все положительные корни уравнения.

Вопрос 22

К методам уточнения корней не относится

1. Метод дихотомии;
2. Метод хорд;
3. Метод касательных;
4. Метод аппроксимации.

Вопрос 23

Суть комбинированного метода хорд и касательных?

1. Метод хорд и касательных дают приближения к корню с разных сторон;
2. При реализации метода при каждой итерации необходимо вычислять не только значения $F(x)$, но и ее производной;
3. Метод ограничивается вычислениями только значений $F(x)$;
4. Нет правильного ответа.

Вопрос 24

Отделить графически корень уравнения $\cos x - \ln x = 0$.

- 1) [0,5; 1]; 2) [1;1,5]; 3) [1,5; 2]; 4) [2; 2,5].

Вопрос 25

Уточнить корень уравнения $(x-4)^3 - 2 = 0$ на [5; 6] одним из численных методов с точностью $\epsilon = 10^{-3}$.

- 1) 5, 150; 2) 5, 260; 3) 5, 370; 4) 5,440.

Вопрос 26

Три итерации по методу половинного деления при решении уравнения $x^2 - 45,4 = 0$ на отрезке [0;8] требуют последовательного вычисления значений функции $f = x^2 - 45,4$ в точках

1. $x_1 = 4$; $x_2 = 6$; $x_3 = 7$;
2. $x_1 = 4$; $x_2 = 6$; $x_3 = 5$;

3. $x_1 = 5; x_2 = 6; x_3 = 7;$

4. $x_1 = 4; x_2 = 7; x_3 = 6.$

Вопрос 27

Три итерации по методу половинного деления при решении уравнения $x^2 - 5,93 = 0$ на отрезке $[0;8]$ требуют последовательного вычисления значений функции $f = x^2 - 5,93$ в точках

1. $x_1 = 4; x_2 = 6; x_3 = 5;$

2. $x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = 3;$

3. $7x_1 = 4; x_2 = 2; x_3 = 3;$

4. $x_1 = 4; x_2 = 3; x_3 = 2.$

Вопрос 28

Три итерации по методу половинного деления при решении уравнения $x^2 - 5,29 = 0$ на отрезке $[0;8]$ требуют последовательного вычисления значений функции $f = x^2 - 5,29$ в точках

1. $x_1 = 4; x_2 = 2; x_3 = 3;$

2. $x_1 = 4; x_2 = 3; x_3 = 2;$

3. $x_1 = 4; x_2 = 6; x_3 = 5;$

4. $x_1 = 1; x_2 = 2; x_3 = 3.$

Вопрос 29

Один из корней уравнения $x^3 - 12x - 4 = 0$ локализован на интервале $[-2; 2]$, тогда при уточнении этого корня методом хорд за точку x_0 начального приближения следует принять

1. $x_0 = -2;$ 2. $x_0 = 2;$ 3. $x_0 = 0;$ 4. $x_0 = 1.$

Вопрос 30

Один из корней уравнения $x^3 - 27x + 8 = 0$ локализован на интервале $[-6; -3]$, тогда при уточнении этого корня методом хорд за точку x_0 начального приближения следует принять

1. $x_0 = -6;$ 2. $x_0 = 6;$ 3. $x_0 = 3;$ 4. $x_0 = -3.$

Вопрос 31

Один из корней уравнения $x^3 - 12x - 4 = 0$ локализован на интервале $[-4; -2]$, тогда при уточнении этого корня методом Ньютона за точку x_0 начального приближения следует принять

1. $x_0 = -2;$ 2. $x_0 = -4;$ 3. $x_0 = 4;$ 4. $x_0 = 2.$

Вопрос 32

Один из корней уравнения $x^3 - 27x + 8 = 0$ локализован на интервале $[-6; -3]$, тогда при уточнении этого корня методом Ньютона за точку x_0 начального приближения следует принять

1. $x_0 = -3;$ 2. $x_0 = 3;$ 3. $x_0 = -6;$ 4. $x_0 = 6.$

Вопрос 33

Действительный корень уравнения $x^3 + 2x - 1 = 0$ принадлежит интервалу

1. $(0; 1/2)$;
2. $(3/2; 2)$;
3. $(1/2; 2)$;
4. $(1; 3/2)$.

Вопрос34

Действительный корень уравнения $x^3 + 4x - 1 = 0$ принадлежит интервалу

1. $(0; 1/2)$;
2. $(3/2; 2)$;
3. $(1/2; 2)$;
4. $(1; 3/2)$.

Вопрос35

Действительный корень уравнения $x^3 + 6x - 1 = 0$ принадлежит интервалу

1. $(0; 1/2)$;
2. $(3/2; 2)$;
3. $(1/2; 2)$;
4. $(1; 3/2)$.

Вопрос 36

К какой категории методов вычислительной математики относится метод Гаусса?

1. Относится к первому классу точных задач;
2. Относится ко второму классу приближенных методов;
3. Относится к точным методам;
4. Относится к приближенным задачам.

Вопрос37

Невязка – это

1. Значение разностей между свободными членами исходной системы;
2. Значение суммы между свободными членами исходной системы и результатами подстановки в уравнения системы найденных значений неизвестных;
3. Значение суммы результатов подстановки в уравнения системы найденных значений неизвестных;
4. Значение разностей между свободными членами исходной системы и результатами подстановки в уравнения системы найденных значений неизвестных.

Вопрос38

Система линейных алгебраических уравнений $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, i = 1, m$ называется неоднородной, если

1. хотя бы одно $b_i \neq 0$;
2. все $b_i \neq 0$;
3. $b_i \neq b_j, i \neq j, i = 1, m, j = 1, n$;
4. все $b_i = 0$.

Вопрос39

Рангом матрицы A называется A

1. число ее линейно независимых строк (столбцов);
2. число ее линейно независимых строк (столбцов);
3. число ее уравнений;
4. число ее неизвестных.

Вопрос40

Для того чтобы система линейных алгебраических уравнений была совместна, необходимо и достаточно, чтобы

1. ранг ее матрицы был равен рангу расширенной матрицы;
2. число ее линейно независимых строк равнялось числу ее линейно независимых столбцов;
3. ранг ее матрицы был равен рангу расширенной матрицы, полученной добавлением к матрице коэффициентов столбца свободных членов;

4. ранг матрицы по строкам был равен рангу матрицы по столбцам.

Вопрос41

Квадратная матрица B называется обратной для квадратной матрицы A того же порядка, если

1. $BA \neq AB$;
2. $AB^{-1} \neq B^{-1}A$;
3. $AB = BA = E$, E – единичная матрица;
4. $AB^{-1} = B^{-1}A$.

Вопрос42

Матрица называется симметрической, если

1. $AA^T = 1$;
2. $AA^T = A^T A$;
3. $A = A^T$;
4. $A = 1/A^T$.

Вопрос43

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 - x_3 &= 2 \\ \text{Дана система } 3x_1 - x_2 + x_3 &= 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 4\end{aligned}$$

приняв за начальное приближение $X^{(0)} = (0; 0; 0)$, найти точки $X^{(1)}$, $X^{(2)}$ итерационной последовательности.

- 1) $X^{(1)} = (2; -2; -4)$, $X^{(2)} = (4; -2; 0)$;
- 2) $X^{(1)} = (-2; -2; -4)$, $X^{(2)} = (-4; -2; 0)$;
- 3) $X^{(1)} = (2; 2; 4)$, $X^{(2)} = (0; 8; 8)$;
- 4) $X^{(1)} = (-2; 2; 4)$, $X^{(2)} = (0; -2; 4)$.

Вопрос44

Пусть вектор $x^0 = (0; 0; 0)$ – начальное приближение к решению СЛАУ

$$\begin{cases}x_1 = -0.2x_1 - 0.2x_2 + 0.1x_3 + 2, \\ x_2 = 0.1x_1 + 0.1x_2 - 0.2x_3 + 1, \\ x_3 = 0.1x_1 - 0.1x_2 - 1\end{cases}$$

методом простой итерации. Тогда второе приближение к решению данной СЛАУ имеет вид:

1. $(1,3; 1,5; -0,9)$;
2. $(1,21; 1,82; -1,02)$;
3. $(1,5; 1,3; -1,1)$;
4. $(1,3; 1,2; -0,8)$.

Вопрос45

Пусть вектор $(0; 0; 0)$ – начальное приближение к решению СЛАУ

$$\begin{cases}x_1 = -0.2x_1 - 0.2x_2 + 0.1x_3 + 2, \\ x_2 = 0.1x_1 + 0.1x_2 - 0.2x_3 + 1, \\ x_3 = 0.1x_1 - 0.1x_2 - 1\end{cases}$$

методом Зейделя. Тогда первое приближение к решению данной СЛАУ имеет вид:

1. (2; 1,2; -0,92);
2. (2; 1,5; -0,85);
3. (2; 1,1; -1,12);
4. (1; 0,2; 1,1).

Вопрос46

Дана система линейных уравнений: $x_1 + x_2 = 5$
 $2x_1 + x_2 = 3$

Преобразовать систему к нормальной системе, которая гарантирует сходимость итерационного процесса метода Зейделя для исходной системы.

1. $5x_1 + 3x_2 = 11$ 2. $3x_1 + 5x_2 = 11$ 3. $5x_1 + 3x_2 = 8$ 4. $2x_1 + 3x_2 = 11$
 $3x_1 + 2x_2 = 8$ 2. $2x_1 + x_2 = 8$ 3. $3x_1 + 2x_2 = 11$ 4. $3x_1 + 5x_2 = 8$

Вопрос47

Записать расчетные формулы итерационного процесса Зейделя для системы: $x_1 + x_2 = 5$
 $2x_1 + x_2 = 3$

1. $y_1 = -1,5x_2 + 5,5$ 2. $y_1 = -0,6x_2 + 2,2$ 3. $y_1 = -0,6x_2 + 2,2$
 $y_2 = -0,6y_1 + 1,6$ 2. $y_2 = -1,5y_1 + 4$ 3. $y_2 = -1,5x_1 + 4$
4. $y_1 = -1,5x_2 + 5,5$
 $y_2 = -0,6x_1 + 1,6$

Вопрос49

Какое условие является критерием для достижения заданной точности ε при решении системы линейных уравнений методом простой итерации? (ρ - метрика, по которой была установлена сходимость и получено α).

- 1) $\rho(x^{(k-1)}, x^{(k)}) \leq \varepsilon$;
- 2) $\rho(x^{(k-1)}, x^{(k)}) \leq \varepsilon \cdot (1+\alpha) / \alpha, \alpha < 1$;
- 3) $\rho(x^{(k-1)}, x^{(k)}) \leq \varepsilon \cdot \alpha / (1+\alpha), \alpha > 1$;
- 4) $\rho(x^{(k-1)}, x^{(k)}) \leq \varepsilon \cdot (1-\alpha) / \alpha, \alpha < 1$.

Вопрос50

Даны две точки 3-мерного пространства X(-1,2,0) и Y(1,3,-2). Найти $\rho_1(X, Y)$.

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

Вопрос51

Известны нормы матриц α и β нормализованной системы линейных алгебраических уравнений: $\|\alpha\| = 0,5, \|\beta\| = 0,4$. Методом простых итераций проведен три приближения на пути к решению системы. Тогда предельная абсолютная погрешность результата равна

1. 0,1; 2. 0,05; 3. 0,15; 4. 0,01.

Вопрос 52

Известны нормы матриц α и β нормализованной системы линейных алгебраических уравнений: $\|\alpha\| = 0,7, \|\beta\| = 0,5$. Методом простых итераций проведен три приближения на пути к решению системы. Тогда предельная абсолютная погрешность результата равна

1. 0,2; 2. 0,04; 3. 0,4; 4. .0,02 .

Вопрос 53

Известны нормы матриц α и β нормализованной системы линейных алгебраических уравнений: $\|\alpha\| = 0,7$, $\|\beta\| = 0,52$. Методом простых итераций проведен три приближения на пути к решению системы. Тогда предельная абсолютная погрешность результата равна

1. 0,2; 2. 0,16; 3. 0,12; 4. 0,1.

Вопрос 54

Итерационный процесс решения системы линейных алгебраических уравнений сходится, если для нормы матрицы α , нормализованной линейной системы выполняется условие

1. $\|\alpha\| < 1$; 2. $\|\alpha\| > 1$; 3. $\|\alpha\| = 1$; 4. $\|\alpha\| = 0$.

Вопрос 55

Задача построения приближающей функции в общем смысле называют?

1. Равномерной;
2. Интерполяцией;
3. Аппроксимацией;
4. Нет правильного ответа.

Вопрос 56

Интерполяция – это

1. Способ нахождения промежуточных значений величины по имеющемуся дискретному набору известных значений;
2. Продолжение функции, принадлежащей заданному классу, за пределы ее области определения;
3. Замена одних математических объектов другими, в том или ином смысле близким к исходным;
4. Метод решения задач, при котором объекты разного рода объединяются общим понятием.

Вопрос 57

Конечными разностями первого порядка называют

1. Сумму соседних узлов интерполяции;
2. Разность между значениями функций в соседних узлах интерполяции;
3. Сумму между значениями функций в соседних узлах интерполяции;
4. Произведение значений трех соседних узлов интерполяции.

Вопрос 58

Задача интерполирования будет иметь единственное решение, если

1. интерполирующая функция ищется в виде полинома;
2. интерполирующая функция ищется в виде отношения двух полиномов;
3. интерполирующая функция ищется в виде разности двух полиномов;
4. интерполирующая функция ищется в виде суммы двух полиномов.

Вопрос 59

Функция $y = f(x)$ задана таблицей своих значений $(x_i, f(x_i))$, $i = 0, n$, с постоянным шагом. Основным условием интерполирования функции $f(x)$ функцией $F(x)$ является:

1. $F^2(x_i) = f^2(x_i)$;
2. $|F(x_i)| = |f(x_i)|$;
3. $F(x_i) = f(x_i)$;
4. $F(x_i) \approx f(x_i)$.

Вопрос 60

Какая формула интерполяционного многочлена Лагранжа верная

1. $L_n(x) = \sum_{i=0}^{i=n} y_i \frac{(x-x_0)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}$;
2. $L_n(x) = \sum_{i=0}^{i=n} y_i \frac{(x-x_0)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}$;
3. $L_n(x) = \sum_{i=0}^{i=n} y_i \frac{(x-x_0)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}$;
4. $L_n(x) = \sum_{i=0}^{i=n} y_i \frac{(x-x_0)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}$.

Вопрос 61

Первая интерполяционная формула Ньютона имеет вид:

1. $P_n(x) = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \dots + \frac{t(t-1)\dots(t-n+1)}{n!} \Delta^n y_0$;
2. $P_n(x) = y_n + t\Delta y_{n-1} + \frac{t(t-1)}{2!} \Delta^2 y_{n-2} + \dots + \frac{t(t+1)\dots(t+n-1)}{n!} \Delta^n y_n$;
3. $P_n(x) = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t+1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \dots + \frac{t(t+1)\dots(t+n-1)}{n!} \Delta^n y_0$;
4. $P_n(x) = y_n - t\Delta y_{n-1} + \frac{t(t+1)}{2!} \Delta^2 y_{n-2} + \dots + \frac{t(t+1)\dots(t+n-1)}{n!} \Delta^n y_0$.

Вопрос 62

В первой интерполяционной формуле Ньютона t находится по формуле:

1. $t = \frac{x-x_n}{h}$;
2. $t = \frac{x+x_n}{h}$;
3. $t = \frac{x-x_0}{h}$;
4. $t = \frac{x+x_0}{h}$.

Вопрос 63

11. Функция $y = f(x)$ задана таблицей с постоянным шагом $(x_k, f(x_k))$, $k = 0, n$, своих значений. Формула линейного интерполирования на отрезке $[x_k, x_{k+1}]$ имеет вид:

1. $f(x) \approx y_k + \frac{\Delta x}{h} (\Delta y_k)^2$;
2. $f(x) \approx y_k + \frac{\Delta x}{h} \Delta y_k$;
3. $f(x) \approx y_k - \frac{\Delta x}{h^2} \Delta y_k$;
4. $f(x) \approx y_k - \frac{\Delta x}{h} \Delta y_k$.

Вопрос 64

Функция $y = f(x)$ задана таблицей с постоянным шагом $(x_k, f(x_k))$, $k = 0, n$, своих значений. Формула обратного интерполирования на отрезке $[x_k, x_{k+1}]$ имеет вид:

1. $\bar{x} \approx x_k + \left| \frac{\Delta y}{\Delta y_k} \right| h;$
2. $\bar{x} \approx x_k + \frac{\Delta y}{\Delta y_k} h;$
3. $\bar{x} \approx x_k + \frac{\Delta y}{\Delta y_k} h^3;$
4. $\bar{x} \approx x_k - \frac{\Delta y}{\Delta y_k} h^3.$

Вопрос65

Для функции $f(x) = (1 - 4x) \sin \pi x$ строится интерполяционный многочлен $L_2(x)$ по

ее значениям в узлах $x_0 = 0, x_1 = \frac{1}{4}, x_2 = \frac{1}{2}$. Его значение $L_2\left(\frac{1}{8}\right)$ равно 1. $\frac{1}{8}$; 2. $\frac{1}{6}$ 3.

$\frac{2}{15}$; 4. $\frac{2}{17}$; 5. $\frac{3}{122}$.

Вопрос66

Пусть $L_2(x)$ —интерполяционный многочлен для функции $f(x) = x - 4x^3$ по ее значениям в узлах $x_0 = 0, x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{4}$. Выберите верные предложения

1. $L_2(x) = \frac{3x - 6x^2}{2}$; 2. $2L_2(x) + 6x^2 = 3x$; 3. $L_2(x) = x^2 - 4x^4$;
4. $x^2 - L_2(x) = 4x^4$; 5. $L_2(x) = x - 4x^3$.

Вопрос66

Пусть функция $f(x)$ задана таблицей:

x	0	1	2
$f(x)$	1	0	3

Интерполяционный многочлен $L_2(x)$ для этой функции имеет вид

1. $(2x - 1)(x - 1)$; 2. $(x - 1)(x + 2)$; 3. $2x^2 - x$; 4. $(x - 1)x + 1$;
5. $x^3 - x^2 + 1$.

Вопрос67

Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции, заданной таблицей:

x	1	3	4
$f(x)$	12	4	6

- 1) $L_2(x) = 2x^2 - 12x + 22$; 2) $L_2(x) = x^2 - 6x + 11$; 3) $L_2(x) = 3x^2 - 12x + 24$;
- 4) $L_2(x) = x^2 - 4x + 8$;

Вопрос68

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3
-------	---	---	---

y_i	2	4	8
-------	---	---	---

Тогда интерполяционный многочлен, аппроксимирующий эту функцию равен

1. $P(x) = x^2 - x + 2$;
2. $P(x) = x^2 - 2x + 3$;
3. $P(x) = x^2 - 3x + 4$;
4. $P(x) = x^2 - 4x + 5$.

Вопрос 69

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3
y_i	2	3	6

Тогда интерполяционный многочлен, аппроксимирующий эту функцию равен

1. $P(x) = x^2 - 2x + 3$;
2. $P(x) = x^2 - x + 2$;
3. $P(x) = x^2 - 3x + 4$;
4. $P(x) = x^2 - 4x + 5$.

Вопрос 70

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3
y_i	2	1	2

Тогда интерполяционный многочлен, аппроксимирующий эту функцию равен

1. $P(x) = x^2 - 2x + 3$;
2. $P(x) = x^2 - 4x + 5$;
3. $P(x) = x^2 - x + 2$;
4. $P(x) = x^2 - 3x + 4$.

Вопрос 71

Сплайн определяется алгебраическими полиномами. Степенью сплайна называется

1. произведение степеней использованных полиномов;
2. сумма степеней использованных полиномов;
3. максимальная степень из использованных полиномов;
4. сумма квадратов степеней использованных полиномов.

Вопрос 72

В чем заключается идея приближенного вычисления производной функции?

1. В получении таблицы разделенных разностей;
2. В замене функции уравнением регрессии и вычислении его производной;

3. В замене функции интерполяционным полиномом и вычислении его производной;
4. В замене функции его разностным аналогом и вычислении его производной.

Вопрос73

В силу какой причины задача численного дифференцирования функции некорректна?

1. Из-за сильной нелинейности функции;
2. Из-за несовпадения в одной и той же точке значений производной функции и производной ее интерполяционного полинома;
3. Из-за несовпадения в одной и той же точке значений производной функции и интерполяционного полинома функции;
4. Из-за несовпадения в одной и той же точке значений функции и интерполяционного полинома функции.

Вопрос74

Какая формула является формулой двухточечной аппроксимации производной функции $f(x)$?

1. $f'(x) = \frac{f(x+\Delta) - f(x-\Delta)}{2\Delta}$;
2. $f'(x) = \frac{f(x+\Delta) - f^2(x) + f(x-\Delta)}{2\Delta}$;
3. $f'(x) = \frac{f(x-\Delta) - 2f(x) + f(x+\Delta)}{2\Delta}$;
4. $f'(x) = \frac{f(x-\Delta) + 2f(x) - f(x+\Delta)}{2\Delta}$.

Вопрос75

Найти значение производной функции $f(x)$, заданной таблицей в точке $x = 32$, используя первый интерполяционный многочлен Ньютона.

x	32	33	34	35	36
F(x)	5,657	5,745	5,831	5,916	6,000

- 1) 0,056; 2) 0,067; 3) 0,078; 4) 0,089; 5) 0,099.

Вопрос76

Найти значение производной функции $f(x)$ в точке $x = 32$, используя метод неопределенных коэффициентов. $F(x)$ задана таблицей

x	31	32	33	34
F(x)	5,568	5,657	5,745	5,831

- 1) 0,056; 2) 0,067; 3) 0,078 4) 0,089; 5) 0,099.

Вопрос77

Вычислить приближенное значение производной функции, заданной таблицей в точке $x=32$, используя интерполяционный многочлен Лагранжа.

x	31	32	33
F(x)	5,568	5,657	5,745

- 1.) 0,056; 2) 0,067; 3) 0,078; 4) 0,089; 5) 0,099.

Вопрос78

Задача численного интегрирования заключается

1. в вычислении приближенного значения определенного интеграла функции на основе ряда ее значений;
2. в вычислении точного значения определенного интеграла функции на основе ряда значений;

3. в вычислении приближенного значения неопределенного интеграла функции на основе ряда ее значений;
4. в вычислении приближенного значения определенного интеграла функции методом численного интегрирования.

Вопрос79

Методами приближенного интегрирования функций являются методы:

1. Ньютона, квадратичного интерполирования, наибольших кубов;
2. трапеций, прямоугольников, парабол;
3. наименьших квадратов, гипербол, статистических испытаний;
4. Гаусса, половинного деления, итераций.

Вопрос80

Что это за формула $I = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$

1. Формула Ньютона–Лейбница;
2. Формула Ньютона–Котеса;
3. Формула Симпсона;
4. Формулы не существует.

Вопрос81

Квадратурная формула трапеций имеет вид:

1. $\int_a^b f(x) dx \approx h \left[\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{i=1}^{N-1} f(a + ih) \right];$
2. $\int_a^b f(x) dx \approx h \sum_{i=0}^N f(a + ih);$
3. $\int_a^b f(x) dx \approx h \left[\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{i=0}^{N-1} f(a + ih) \right];$
4. $\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{2} \left[f(a) + f(b) + 2 \sum_{i=0}^N f(a + ih) \right];$
5. $\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{2} \left[f(a) + f(b) + \sum_{i=0}^{N-1} f(a + ih) \right].$

Вопрос82

Пусть В- значение интеграла $A = \int_0^1 x |1 - 2x| dx$, вычисленного по квадратурной

формуле трапеций, разбив отрезок интегрирования на две равные части. Тогда $|B - A| =$

...

1. 0; 2. $\frac{1}{10}$; 3. $\frac{1}{8}$; 4. $\frac{3}{20}$.

Вопрос83

Значение интеграла $\int_0^1 x^2 |1 - 2x| dx$, вычисленного по квадратурной формуле трапеций,

разбив отрезок интегрирования на две равные части, равно ...

1. $\frac{1}{4}$; 2. $\frac{2}{5}$; 3. $\frac{3}{11}$; 4. $\frac{3}{15}$.

Вопрос 84

Формула Симпсона – это...

- $H_0 = \frac{1}{2} \int_0^2 \frac{t(t-2)}{2t} dt$
- $\int_a^b f(x) dx \approx \frac{2h}{3} \left(\frac{y_0 + y_{2m}}{2} + 2y_1 + y_2 + \dots + 2y_{2m-1} \right)$
- $M_4 \frac{|b-a|h^4}{180} \leq \varepsilon$
- Формулы не существует

Вопрос85

Значение интеграла $\int_{-1/2}^{1/2} |x| dx$, вычисленного по простейшей квадратурной формуле

Симпсона, равно ...

1. $\frac{1}{6}$; 2. $\frac{1}{5}$; 3. $\frac{1}{4}$; 4. $\frac{3}{8}$.

Вопрос86

Вычислить интеграл $I = \int_0^2 x^2 \sin x dx$ по формуле трапеций. Значения подынтегральной функции в узловых точках приведены в таблице:

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$y=f(x)$	0	0,0010	0,0079	0,0266	0,0623	0,1199	0,2033	0,3157	0,4991	0,6345	0,8415

- 1) 0,2291; 2) 0,3252; 3) 0,4354; 4) 0,5132; 5) 0,1112.

Вопрос87

Произвести оценку погрешности интегрирования по формуле трапеций для функции $f(x) = x^2 \sin x$ на отрезке $[0;1]$, $h=0,1$

- 1) 0,2820; 2) 0,0354; 3) 0,0055; 4) 0,0021; 5) 0,0285.

Вопрос88

Вычислить интеграл по формуле Симпсона при $n=6$: $\int_0^3 \sqrt{1+x} dx$

- 1) 0,9951; 2) 1,8509; 3) 2,2105; 4) 3,2108; 5) 4,6665.

Вопрос89

Произвести оценку погрешности интегрирования по формуле Симпсона для функции $f(x) = \sqrt{1+x}$ на отрезке $[0;3]$, $h=0,5$.

- 1) 0,0008531; 2) 0,0009765; 3) 0,0010202; 4) 0,0025301; 5) 0,0031083.

Вопрос90

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	0	2	6	5	3	1	0

Тогда определенный интеграл этой функции в пределах от 1 до 7, вычисленный методом трапеций с шагом $h=1$ равен

1. 19; 2. 17; 3. 13; 4. 14.

Вопрос91

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	2	4	8	9	7	6	4

Тогда определенный интеграл этой функции в пределах от 1 до 7, вычисленный методом трапеций с шагом $h=1$ равен

1. 40; 2. 37; 3. 39; 4. 41.

Вопрос92

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	0	2	7	11	12	6	2

Тогда определенный интеграл этой функции в пределах от 1 до 7, вычисленный методом Симпсона с шагом $h=1$ равен

1. 38,67; 2. 40,2; 3. 39,12; 4. 42,4/

Вопрос93

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	2	8	16	15	10	7	6

Тогда определенный интеграл этой функции в пределах от 1 до 7, вычисленный методом Симпсона с шагом $h=1$ равен

1. 58,2; 2. 60,7; 3. 62,4; 4. 65,3.

Вопрос 94

Что является решением дифференциального уравнения?

1. Уравнение первого порядка;
2. Уравнение первого порядка, разрешенное относительно производной;
3. Уравнение второго порядка;
4. Уравнение второго порядка, разрешенное относительно производной.

Вопрос95

В чем заключается геометрическая идея метода Эйлера приближенного интегрирования обыкновенного дифференциального уравнения?

1. В замене интегральной кривой ломаной линией, построенной из отрезков касательных к кривой;
2. В замене интегральной кривой другой кривой линией, отстоящей не дальше, чем на ε ;

3. В замене интегральной кривой системой касательных;
4. В замене интегральной кривой системой гипербол.

Вопрос96

Метод Эйлера решения дифференциальных уравнений заключается в циклическом применении пары формул:

- 1) $\Delta y_k = h \cdot f(x_k, y_k)$, $y_{k+1} = y_k - \Delta y_k$, $k = 0, 1, 2, \dots$;
- 2) $\Delta y_k = h \cdot f(x_k, y_k)$, $y_{k+1} = y_k \cdot \Delta y_k$, $k = 0, 1, 2, \dots$;
- 3) $\Delta y_k = 0,1 \cdot f(x_k, y_k) \cdot h$, $y_{k+1} = y_k + \Delta y_k$, $k = 0, 1, 2, \dots$;
- 4) $\Delta y_k = (h/2) \cdot f(x_k, y_k)$, $y_{k+1} = y_k - \Delta y_k$, $k = 0, 1, 2, \dots$;
- 5) $\Delta y_k = h \cdot f(x_k, y_k)$, $y_{k+1} = y_k + \Delta y_k$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Вопрос97

Используя метод Эйлера-Каши для дифференциального уравнения $y' = x^2 + 3y$ на отрезке $[0; 1]$ с начальным условием $y(0)=2$, приняв шаг $h=0.2$, найдем $y(0,2)$.

- 1) 1,932; 2) 2,221; 3) 3,564; 4) 4,821; 5) 5,728.

Вопрос98

Формула Рунге-Кутты это:

1. $y_{i-1} = y_i + \frac{1}{6}(r_1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4)$;
2. $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(r_1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4)$;
3. $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(r_1 + 3r_2 + 4r_3 + r_4)$;
4. $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(2r_1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4)$.

Вопрос99

Уравнение с частными производными вида $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

называется уравнением:

- 1) переноса; 2) волновым; 3) теплопроводности;
- 4) Лапласа; 5) Пуассона.

Вопрос100

Для функции $u = u(x, y)$ частная производная $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik}$ может быть заменена разностным отношением:

1. $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik} \approx \frac{u_{i+1,k} - u_{i-1,k}}{h}$
2. $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik} \approx \frac{u_{i+1,k} - u_{i-1,k}}{2h}$
3. $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik} \approx \frac{u_{i+1,k} + u_{i-1,k}}{h}$
4. $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik} \approx \frac{u_{i+1,k} + u_{i-1,k}}{2h}$
5. $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik} \approx \frac{u_{i,k+1} - u_{i,k-1}}{2h}$

Вопрос101

Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши:
$$\begin{cases} y' = \frac{y - 2x}{1 + y^2} + 2, \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Значение $y(0,3)$, вычисленное методом Эйлера с шагом $h = 0.1$, равно...

1. 0,6; 2. 0,4; 3. 0,3; 4. 0,2; 5. - 0,4.

Вопрос102

Метод наименьших квадратов является методом

1. обработки экспериментальных данных
2. интегрирования функций
3. решения задач минимизации функций
4. построения графика функции

Вопрос103

Пусть построен точечный график функция $y = f(x)$, заданной таблицей $(x_k, f(x_k))$, $k = 0, n$, своих значений. График приближающей для $f(x)$ функции, построенной методом наименьших квадратов,

1. проходит через все точки точечного графика
2. является огибающей точек точечного графика
3. проходит через сгущение точек точечного графика
4. максимально близко к каждой точке точечного графика

Вопрос104

Функция, полученная после применения метода наименьших квадратов, называется

1. квадратичной
2. интерполирующей
3. уравнением регрессии
4. экстраполирующей

Вопрос105

Используя метод наименьших квадратов, найти приближающую функцию в виде линейной функции $F(x, a, b) = ax + b$ для функции $y = f(x)$, заданной в табличном виде:

x	1,1	1,7	2,4	3,0
y	0,3	0,6	1,1	1,7

- 1) $y = 2,375x + 1,243$; 2) $y = - 0,2x + 1,8$; 3) $y = 0,735x - 0,581$;
- 4) $y = 0,735x + 0,581$; 5) $y = 2,375x - 1,243$.

Вопрос106

Для функции, заданной таблицей

x	1	1,5	2	3
y	0,2	0,5	1,1	2,2

построена приближающая линейная функция $F(x) = 0,8x - 1$. Найти сумму квадратов отклонений σ .

- 1) 1,14; 2) 1,25; 3) 1,36; 4) 1,42; 5) 1,58.

Вопрос107

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3
y_i	2	4	3

Тогда ее линейная аппроксимация по методу наименьших квадратов имеет вид
1. $0,5x + 2$; 2. $0,5x - 1$; 3. $0,5x + 1$; 4. $0,5x - 2$.

Вопрос108

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3
y_i	3	1	2

Тогда ее линейная аппроксимация по методу наименьших квадратов имеет вид
1. $-0,5x + 3$; 2. $1,5x + 1$; 3. $-1,5x - 1$; 4. $1,5x - 1$.

Вопрос109

Функция называется выпуклой, если

1. ее график можно заключить в ограниченную область;
2. ее график расположен ниже произвольной касательной к графику;
3. ее график расположен выше произвольной касательной к графику;
4. ее график совпадает с произвольной касательной к графику.

Вопрос110

Глобальный минимум задачи оптимизации отличается от локального тем, что

1. в глобальном минимуме значение целевой функции равно нулю, а в локальном – нет;
2. в глобальном минимуме градиент целевой функции равен нулю, а в локальном – нет;
3. в глобальном минимуме значение целевой функции меньше, чем в локальном;
4. в глобальном минимуме значение целевой функции больше, чем в локальном.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он правильно отвечает более чем на 90% заданий.
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он правильно отвечает от 75% и до 90% заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он правильно отвечает от 60% и до 74% заданий;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он правильно отвечает менее чем на 60% заданий.

3.4. Вопросы к экзамену

1. Основные направления использования компьютеров в науке. Вычислительный эксперимент.
2. Виды, цели и особенности математического моделирования.
3. Численное моделирование и этапы решения задачи на ЭВМ.
4. Виды погрешностей из которых складывается общая погрешность решения задачи на ЭВМ.
5. Приближенные числа. Абсолютная и относительная погрешности.

6. Диапазон и точность представления чисел. Машинный нуль. Ошибки округления.
7. Накопление ошибок и устойчивость вычислительных алгоритмов.
8. Графическое отделение корней нелинейного уравнения с одной переменной.
9. Отделение корней нелинейного уравнения с помощью ЭВМ. Блок схема программы.
10. Метод простой итерации. Блок схема и программа.
11. Метод половинного деления. Блок схема и программа.
12. Метод Ньютона. Блок схема и программа.
13. Система линейных алгебраических уравнений, ее матричная запись и решение.
14. Операции над матрицами. Вычисление определителей разного порядка.
15. Решение системы уравнений методом Гаусса, алгоритм решения, пример.
16. Решение системы уравнений методом Крамера, алгоритм решения, пример.
17. Решение системы уравнений методом итерации, алгоритм решения, пример.
18. Решение системы уравнений методом Зейделя, алгоритм решения, пример.
19. Интерполирование функций. Нахождение приближающей функции в виде многочлена степени n .
20. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Пример. Алгоритм и блок схема.
21. Первая и вторая интерполяционные формулы Ньютона.
22. Интерполяция сплайнами. Кубические сплайны.
23. Методы численного дифференцирования на основе интерполяционных многочленов Лагранжа и Ньютона.
24. Порядок точности и способы уменьшения погрешности дифференцирования.
25. Классические методы численного интегрирования. Общая структура интерполяционной квадратурной формулы.
26. Метод трапеций. Пример и программа. Оценка погрешности.
27. Метод Симпсона. Пример и программа. Оценка погрешности.
28. Вычисление интегралов методом Монте-Карло. Оценка погрешности.
29. Вычисление M, X, Y и I_z плоского диска методом Монте-Карло.
30. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.
31. Алгоритм решения дифференциальных уравнений. Локальная и глобальная погрешности.
32. Алгоритм Эйлера и численное решение уравнения теплопроводности.
33. Метод средней точки и метод полушага их алгоритмы и особенности.
34. Алгоритмы методов Верле, Бимана и Шофильда. Их преимущества.
35. Численное решение системы из дифференциальных уравнений. Метод Рунге-Кутты.
36. Сеточные методы численного решения дифференциальных уравнений в частных производных.
37. Неоднородное уравнение Пуассона и алгоритм его численного решения.
38. Основные причины отклонения точного решения дифференциальных уравнений от численного решения.
39. Методы обработки экспериментальных данных.
40. Метод наименьших квадратов и нахождение значений параметров приближающей функции в общем виде.
41. Построение приближающей функции для зависимости заданной в виде таблицы.
42. Нахождение приближающей функции в виде $F(x,a,b) = ax+b$ и $F(x,a,m) = ax^m$.

Критерии оценивания:

«отлично» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, умения сформированы, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено высоко;

«хорошо» - теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, некоторые умения сформированы недостаточно, все предусмотренные программой учебные задания выполнены, некоторые виды заданий выполнены с ошибками;

«удовлетворительно» - теоретическое содержание курса освоено частично, но пробелы не носят существенного характера, необходимые умения работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки;

«неудовлетворительно» - теоретическое содержание курса не освоено, необходимые умения не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки.

Рекомендуемые границы оценок:

«отлично» - не менее 86% правильных ответов,

«хорошо» - 66-85% правильных ответов,

«удовлетворительно» - 51-65% правильных ответов,

«неудовлетворительно» - менее 50% правильных ответов.