



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
Теория вероятностей, случайные процессы

Кафедра прикладной математики

Направление подготовки: 01.03.01 - математика

Профили подготовки:
Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная
Статус дисциплины: Входит в обязательную часть ОПОП,
фундаментальный модуль

Махачкала, 2022


Фонд оценочных средств по дисциплине «Теория вероятностей, случайные процессы» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО бакалавриата по направлению подготовки 01.03.01 – математика от 10.01.2018 г. № 9

Разработчики:

1. кафедра прикладной математики, Бейбалаев В.Д. к.ф.-м. н., доцент;

Фонд оценочных средств по дисциплине «Теория вероятностей, случайные процессы» одобрен:

на заседании кафедры _____ от «25» февраля 2022 г., протокол № 6

Зав. кафедрой  Кадиев Р.И.

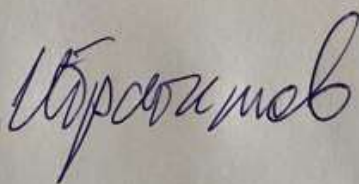
на заседании Методической комиссии _____ факультета от «24» марта 2022 г., протокол №4.

Председатель  Ризаев М.К.

Фонд оценочных средств «Теория вероятностей, случайные процессы» согласован с учебно-методическим управлением

« 31 » марта 2022 г. _____

Рецензент:



к. ф.-м. н., доцент каф. ДУФА
Ибрагимов М.Г.

**1. ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине
«Теория вероятностей, случайные процессы»**

1.1. Основные сведения о дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетные единицы (216 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	5 семестр	6 семестр	всего
Общая трудоёмкость	108	108	216
Контактная работа:	56	32	88
Лекции (Л)	28	16	44
Практические занятия (ПЗ)	28	16	44
Лабораторные занятия (ЛЗ)	-	-	-
Консультации			
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	зачет	экзамен	
Самостоятельная работа	52	76	128
1. работа с учебной литературой	5	10	15
2. опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	7	5	12
3. выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ	10	5	15
4. подготовка к лабораторным работам	10	10	20
5. подготовка к контрольным работам, коллоквиумам	10	10	20
6. подготовка к зачету	10		10
7. подготовка к экзамену		36	36

1.2. Требования к результатам обучения по дисциплине, формы их контроля и виды оценочных средств

*ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Теория вероятностей, случайные процессы»*

№ п/п	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или её части)	Оценочные средства		Способ контроля
			наименование	№№ заданий	
1	Модуль 1. Основы теории вероятностей	УК-1 ОПК-1 ПК-3	Вопросы для собеседования	1-12	устно
		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Контрольные работы	1	письменно

		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Тесты	1	письменно
2	Модуль 2. Случайные величины	УК-1 ОПК-1 ПК-3	Вопросы для собеседования	13-26	устно
		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Контрольные работы	2	письменно
		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Тесты	2	письменно
3	Модуль 3. Предельные теоремы теории вероятностей	УК-1 ОПК-1 ПК-3	Вопросы для собеседования	27-37	устно
		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Тесты	3	письменно
	Модуль 4. Теория случайных процессов	УК-1 ОПК-1 ПК-3	Вопросы для собеседования	38-44	устно
		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Контрольные работы	3	письменно
	Модуль 5 Марковский процесс	УК-1 ОПК-1 ПК-3	Вопросы для собеседования	45-49	устно
		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Контрольные работы	4	письменно

1.3. Показатели и критерии определения уровня сформированности компетенций

№ п/п	Код компет енции	Уровни сформированности компетенции			
		Недостаточный	Удовлетворительный (достаточный)	Базовый	Повышенный
		Отсутствие признаков удовлетворительного уровня	Знать: Уметь: Владеть:	Знать: Уметь: Владеть:	Знать: Уметь: Владеть:
1	УК-1	Не знает на достаточном уровне принципы сбора, отбора и обобщения информации. Не умеет на достаточном уровне соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов	Знает на достаточном уровне принципы сбора, отбора и обобщения информации. Умеет на достаточном уровне соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной	Знает на хорошем уровне принципы сбора, отбора и обобщения информации. Умеет на хорошем уровне соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессионально	Знает в совершенстве принципы сбора, отбора и обобщения информации. Умеет в совершенстве соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов

		<p>профессиональной деятельности. Не владеет на достаточном уровне практическим опытом работы с информационными источниками, опытом научного поиска, создания научных текстов.</p>	<p>деятельности. Владеет на достаточном уровне практическим опытом работы с информационными источниками, опытом научного поиска, создания научных текстов.</p>	<p>й деятельности. Владеет на хорошем уровне практическим опытом работы с информационными источниками, опытом научного поиска, создания научных текстов.</p>	<p>профессиональной деятельности. Владеет в совершенстве практическим опытом работы с информационными источниками, опытом научного поиска, создания научных текстов.</p>
2	ОПК-1	<p>Не обладает на достаточном уровне базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. Не умеет на достаточном уровне использовать их в профессиональной деятельности. Не владеет на достаточном уровне навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>	<p>Обладает на достаточном уровне базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. Умеет на достаточном уровне использовать их в профессиональной деятельности. Владеет на достаточном уровне навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>	<p>Обладает на хорошем уровне базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. Умеет на хорошем уровне использовать их в профессиональной деятельности. Владеет на хорошем уровне навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>	<p>Обладает в совершенстве базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. Умеет в совершенстве использовать их в профессиональной деятельности. Владеет в совершенстве навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.</p>
2	ПК-3	<p>Не знает на достаточном уровне основы современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям Не умеет на достаточном уровне планировать популярные лекции, экскурсии и другие виды деятельности необходимые</p>	<p>Знает на достаточном уровне основы современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. Умеет на достаточном уровне планировать популярные лекции, экскурсии и другие виды деятельности необходимые</p>	<p>Знает на хорошем уровне основы современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям Умеет на хорошем уровне планировать популярные лекции, экскурсии и другие</p>	<p>Знает в совершенстве основы современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям Умеет в совершенстве планировать популярные лекции, экскурсии и другие виды деятельности необходимые</p>

	для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. Не владеет на достаточном уровне методами проводит необходимую работу по собиранию, обрабатыванию и интерпретированию современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. Владеет на достаточном уровне методами проводит необходимую работу по собиранию, обрабатыванию и интерпретированию современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	виды деятельности необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. Владеет на хорошем уровне методами проводит необходимую работу по собиранию, обрабатыванию и интерпретированию современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. Владеет в совершенстве методами проводит необходимую работу по собиранию, обрабатыванию и интерпретированию современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.
--	---	--	--	---

2. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ОЦЕНКИ знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины «Теория вероятностей, случайные процессы»

Вопросы для коллоквиумов, собеседования

Модуль 1. Основы теории вероятностей.

1. Предмет теории вероятностей. Случайные события, их классификация.
2. Действия над событиями. Алгебра событий.
3. Элементы Комбинаторики. Примеры.
4. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности. Примеры вычисления вероятностей.
5. Свойства статистической устойчивости относительной частоты. Статистическое определение вероятности.
6. Геометрическое определение вероятности. Примеры.
7. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятности. Конечное вероятностное пространство.
8. Условные вероятности. Вероятность произведения событий.
9. Независимость событий. Вероятность суммы событий.
10. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Примеры.

11. Схема Бернулли. Формула Бернулли.
12. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.

Модуль 2. Случайные величины.

13. Понятие случайной величины. Закон распределения случайной величины.
14. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения.
15. Функция распределения случайной величины, свойства.
16. Плотность распределения случайной величины. Свойства.
17. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания.
18. Дисперсия. Свойства дисперсии.
19. Мода. Медиана. Начальные и центральные моменты.
20. Производящая функция.
21. Биномиальный закон распределения.
22. Распределение Пуассона.
23. Геометрическое распределение.
24. Равномерный закон распределения.
25. Показательный закон распределения.
26. Нормальный закон распределения.

Модуль 3. Предельные теоремы теории вероятностей.

27. Неравенство Чебышева. Неравенство Маркова.
28. Теорема Чебышева.
29. Теорема Бернулли.
30. Нормированные и центрированные случайные величины.
31. Центральная предельная теорема.
32. Понятие о системе случайных величин и законе ее распределения.
33. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.
34. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства.
35. Зависимость и независимость двух случайных величин.
36. Условные законы распределения. Математическое ожидание и дисперсия.
37. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Свойства.

Модуль 4. Теория случайных процессов

38. Теория Колмогорова. Корреляционная и среднеквадратичная теория случайных процессов.
39. Основные понятия корреляционной теории случайных процессов.
40. Классы случайных процессов: гауссовские, марковские, независимыми приращениями

41. Процессы с ортогональными приращениями. Спектральное разложение процессов.
42. Гауссовские процессы: Винеровский процесс.
43. Критерий Колмогорова, непрерывности траектории, следствие для Гауссовских процессов.
44. Многомерные гауссовские процессы

Модуль 5. Марковские процессы.

45. Однородные цепи Маркова. Матрицы переходных вероятностей.
46. Эргодичность. Цепи Маркова с непрерывным временем.
47. Уравнение Колмогорова. Чепмена прямые и обратные дифференциальные уравнения.
48. Построение пуассоновского процесса последовательности независимых показательных распределений. Определение Хинчина.
49. Пуассоновский процесс.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если изложение полученных знаний в устной форме полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются единичные несущественные ошибки, самостоятельно исправляемые учащимися;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если изложение полученных знаний в устной форме полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются, отдельные несущественные ошибки, исправляемые учащимися после указания преподавателя на них;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если изложение полученных знаний неполное, однако это не препятствует усвоению последующего программного материала; допускаются отдельные существенные ошибки, исправляемые с помощью преподавателя;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если изложение учебного материала неполное, бессистемное, что препятствует усвоению последующей учебной информации; существенные ошибки, не исправляемые даже с помощью преподавателя;

Темы контрольных работ Контрольная работа № 1

Вариант 1

1. В лифт 9-этажного дома вошли 4 человека. Каждый из них независимо друг от друга может выйти на любом (начиная со второго) этаже. Какова вероятность того, что все вышли: а) на разных этажах; б) на одном этаже; в) на пятом этаже?
2. Прибор содержит две микросхемы. Вероятность выхода из строя в течении 10 лет первой микросхемы равна 0,07, а второй- 0,10. Известно, что из строя вышла одна микросхема. Какова вероятность того, что вышла из строя первая микросхема?

3. В семье трое детей. Какова вероятность того, что: а) все они мальчики; б) один мальчик и две девочки. Считать вероятность рождения мальчика 0,51, а девочки- 0,49.
4. В урне 2 белых и 7 черных шаров. Из нее на удачу вынимают (без возврата) 2 шара. Какова вероятность того, что они оба будут разных цветов?

Вариант 2

1. В коробке находится 4 белых, 3 синих и 2 черных шара. Наудачу последовательно вынимают 3 шара. Какова вероятность того, что 1-й шар будет белым, 2-й- синим, 3-й черным?
2. В партии из 10 деталей 8 стандартных. Найти вероятность того, что среди наудачу извлеченных 2 деталей есть хотя бы одна стандартная.
3. В ящике 10 деталей, среди которых 2 нестандартных. Найти вероятность того, что в наудачу отобранных 6 деталях окажется не более одной нестандартной детали.
4. В сборочный цех завода поступает 40% деталей из первого цеха и 60% - из второго цеха. В первом цехе производится 90% стандартных деталей, а во втором 95 %. Найти вероятность того, что наудачу взятая сборщиком деталь окажется стандартной.

Вариант 3

1. В цехе 6 моторов. Для каждого мотора вероятность того, что он в данный момент включен, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент: а) включено 4 мотора; б) включены все моторы; в) выключены все моторы.
2. Монета бросается 4 раза. Построить многоугольник распределения случайной величины X- числа выпадений герба.
3. Из колоды карт (их 36) вытаскивают наудачу 5 карт. Какова вероятность того, что будет вытащены 2 туза и 3 шестерки?
4. Из букв разрезной азбуки составлено слово СТАТИСТИКА. Какова вероятность того, что, перемешав буквы и укладывая их в ряд по одной (наудачу), получим слово: а) ТИСКИ; б) КИСКА; в) КИТ; г) СТАТИСТИКА?

Вариант 4

1. Семь человек рассаживаются наудачу на скамейке. Какова вероятность того, что два определенных человека будут сидеть рядом?
2. В урне 2 белых и 7 черных шаров. Из нее на удачу вынимают (без возврата) 2 шара. Какова вероятность того, что они оба будут разных цветов?
3. Из 40 экзаменационных билетов студент П выучил только 30. Каким выгоднее ему зайти на экзамен, первым или вторым?
4. Произведено 8 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события А равна 0,1. Найти вероятность того, что событие А появится хотя бы 2 раза.

Вариант 5

1. На 5 карточках разрезной азбуки изображены буквы Е,Е,Л,П,П. Ребенок случайным образом выкладывает их в ряд. Какова вероятность того, что у него получится слово ПЕПЕЛ?
2. Три орудия стреляют в цель независимо друг от друга. Вероятность попадания в цель каждого равна 0,7. Найти вероятность попадания в цель: а) только одного из орудий; б) хотя бы одного.
3. В двух ящиках имеются радиолампы. В первом ящике содержится 12 ламп, из них 1 нестандартная; во втором 10 ламп, из них 1 нестандартная. Из первого ящика наудачу взята лампа и переложена во второй. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная из второго ящика лампа будет нестандартной.
4. В каждом из карманов (их 2) лежит по коробку спичек (по 10 спичек в коробке). При каждом закуривании карман выбирается наудачу. При очередном закуривании коробок оказался пустым. Найти вероятность того, что во втором коробке 6 спичек.

Вариант 6

1. Из 60 вопросов, входящих в экзаменационные билеты, студент знает 50. Найти вероятность того, что среди 3-х наугад выбранных вопросов студент знает а) все вопросы; б) два вопроса.
2. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность появления хотя бы одной шестерки?
3. Для участия в студенческих отборочных спортивных соревнованиях выделено из первой группы курса 4, из второй- 6, из третьей группы- 5 студентов. Вероятность того, что студент первой, второй и третьей группы попадет в сборную института, соответственно равны 0,9; 0,7; 0,8. Наудачу выбранный студент в итоге соревнования попал в сборную. К какой из групп вероятнее всего принадлежал этот студент?
4. Вероятность поражения стрелком мишени при одном выстреле равна 0,75. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена: а) не менее 70 и не более 80 раз; б) не более 70 раз.

Вариант 7

1. Для проведения соревнования 10 команд, среди которых 3 лидера, путем жеребьевки распределяются на 2 группы по 5 команд в каждой. Какова вероятность того, что 2 лидера попадут в одну группу, 1 лидер- в другую?
2. Из колоды карт (их 36) наугад вынимают 2 карты. Найти вероятность того, что среди них окажется хотя бы одна «дама».
3. Вероятность для изделий некоторого производства удовлетворять стандарту равна 0,96. Предлагается упрощенная схема проверки на стандартность, дающая положительный результат с вероятностью 0,98 для изделий, удовлетворяющих стандарту, а для изделий, которые не удовлетворяет стандарту, с вероятностью 0,05. Найти вероятность того, что изделие, признанное при проверке стандартным, действительно удовлетворяет стандарту.

4. Производится три независимых выстрела по цели. Вероятности попадания при разных выстрелах одинаковы и равны 0,9. Какова вероятность: А) промаха; б) одного попадания; в) двух попаданий; г) трех попаданий?

Контрольная работа 2

Вариант 1

- 1 Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартное равна 0,9. В каждой партии содержится пять изделий. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины X - числа партий, в каждой из которых окажется ровно четыре стандартных изделия, если проверке подлежат 50 партий.
- 2 Дискретная случайная величина X имеет только три возможных значения: x_1 , x_2 , и x_3 , причем $x_1 < x_2 < x_3$. Вероятности того, что X примет значения x_1 и x_2 соответственно равны 0,3 и 0,2. Найти закон распределения величины X , зная ее математическое ожидание $M(X) = 2,2$ и дисперсию $D(X) = 0,76$.
- 3 Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \frac{1}{6\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-5)^2}{72}}$$

.Найдите дисперсию распределённой случайной величины.

- 4 Случайная величина X распределена с плотностью:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cos x, & |x| \leq \frac{\pi}{2}; \\ 0, & |x| > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Найти $P(|X| < \frac{\pi}{6})$, математическое ожидание и дисперсию.

- 5 Найти математическое ожидание показательного распределения, заданного при $x \geq 0$ функцией распределения $F(x) = 1 - e^{-0,4x}$.
- 6 Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону распределения, заданному плотностью вероятности $f(x) = 7e^{-7x}$ при $x \geq 0$ и $f(x) = 0$ при $x < 0$. Найти дисперсию $D(X)$
- 7 Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону распределения, заданному плотностью вероятности $f(x) = 9e^{-9x}$ при $x \geq 0$ и $f(x) = 0$ при $x < 0$. Найти дисперсию $D(X)$

Вариант 2

1. Найти дисперсию дискретной случайной величины X - числа появлений события A в двух независимых испытаниях, если вероятности появления события в этих испытаниях одинаковы и известно, что $M(X)=0,9$.
2. Дискретная случайная величина X имеет только три возможных значения: x_1, x_2 , и x_3 , причем $x_1 < x_2 < x_3$. Вероятности того, что X примет значения x_1 и x_2 соответственно равны. $0,3$ и $0,2$. Найти закон распределения величины X , зная ее математическое ожидание $M(X) = 2,2$ и дисперсию $D(X)=0,76$.

3. Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \frac{1}{7\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{98}}. \text{ Найдите дисперсию распределённой случайной величины.}$$

4. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \frac{2}{25}x$ в интервале $(0;5)$, вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти дисперсию X .

5. Случайная величина имеет плотность вероятностей

$$f\{x\} = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ c/(1+x^2), & 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & x > 1. \end{cases} \text{ Найдите постоянный параметр } c, \text{ математическое ожидание и}$$

дисперсию.

6. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону

распределении, заданному плотностью вероятности $f(x) = 7e^{-7x}$ при $x \geq 0$ и $f(x) = 0$ при $x < 0$. Найти дисперсию $D(X)$

Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = 1/\pi$ в интервале $(0;\pi)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти дисперсию $D(X)$...

Контрольная работа 3

Вариант 1

1. Случайный процесс $x(t)$ задается уравнением

$x(t) = t^2 + \xi(\omega)$, $t \geq 0$, где $\xi(\omega)$ -случайная величина, равномерно распределенная на отрезке $[-2; 2]$. Описать множество сечений и траекторий случайного процесса.

2. Найти осредненные характеристики случайного процесса

$x(t) = \xi(\omega) \sin t + \cos t$, где $\xi(\omega)$ - случайная величина с характеристиками $M(\xi) = 3$, $D(\xi) = 0.2$.

Вариант 2

1. Найти одномерную функцию распределения случайного процесса $x(t) = \xi(\omega)t^2 + 5$, $t \geq 0$, где $\xi(\omega)$ - нормально распределенная случайная величина с характеристиками

$$M(\xi) = 0, D(\xi) = 1$$

2. Ковариационная функция стационарного случайного процесса $x(t)$ имеет вид $k(\tau) = 0.1e^{-|\tau|}$, $-\infty < \tau < \infty$. Найти спектральную плотность и эффективные характеристики Δy и $\Delta \tau$

Вариант 3

1. Случайный процесс $x(t)$ задается уравнением $x(t) = \sin t + \xi(\omega)$, $t \geq 0$, где $\xi(\omega)$ -случайная величина, равномерно распределенная на отрезке $[-4; 4]$. Описать множество сечений и траекторий случайного процесса.
2. Случайный процесс $x(t)$ задан формулой $x(t) = \sin t + \xi(\omega)(t^2 + 1)$, $t \geq 0$, где $\xi(\omega)$ -случайная величина с характеристиками $M(\xi) = 10$, $D(\xi) = 0.1$. Найти ковариационную функцию процесса $y(t) = \int_0^t x(t)d\tau$

Вариант 4

1. Случайный процесс $x(t)$ задан каноническим разложением $x(t) = t^3 + \xi(\omega) \sin t + \zeta(\omega) \cos t$, $t > 0$ причем $D(\xi) = 0.2$, $D(\zeta) = 0.3$ вычислить осредненные характеристики процесса $z(t) = x'(t)$.
2. Определить эффективную ширину спектра стационарного случайного процесса с спектральной плотностью $s(v) = \frac{10}{v^2 + y}$, $-\infty < v < \infty$.

Контрольная работа 4

Вариант 1

1. Установить является ли стационарным случайный процесс $x(t) = 10 \sin(3t + \xi(\omega))$, где $\xi(\omega)$ -случайная величина, равномерно распределена на отрезке $[0; 2\pi]$.
2. Матрица переходных вероятностей за один шаг цепи Маркова имеет вид

$$P(1) = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/6 & 1/6 \\ 1/4 & 3/8 & 3/8 \\ 1/5 & 2/5 & 2/5 \end{pmatrix}$$

Найти финальные вероятности цепи Маркова.

Вариант 2.

1. Найти плотность одномерного распределения гауссовского случайного процесса $x(t) = \xi(\omega) + t$, $t > 0$, $\xi(\omega)$ – случайная величина с гауссовским распределением $N(0; \sigma^2)$.
2. Матрица переходных вероятностей однородной цепи Маркова имеет вид

$$P(1) = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,4 & 0,4 \\ 0,6 & 0,2 & 0,2 \\ 0,8 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}$$

Найти сумму вероятности $P_{11}(1) + P_{22}(2) + P_{33}(3)$.

Вариант 3.

1. Случайный процесс $N(t)$ представляет собой простейший пуассоновский поток отказов радиотехнической системы с интенсивностью 0,002 отказа в час. Найти вероятность того, что за 100 часов наступит не менее 3 отказов.
2. Найти наиболее вероятное состояние в момент времени $t = 2$ цепи Маркова с начальным распределением $\vec{p}(0) = \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ и матрицей переходных вероятностей

$$P(1) = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,3 & 0,3 \\ 0,3 & 0,3 & 0,4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 4.

1. Гауссовский случайный процесс имеет вид $x(t) = 3\xi(\omega) + t$, где $\xi(\omega)$ – гауссовы случайная величина с характеристиками $M(\xi) = 0$ и $D(\xi) = \sigma^2$.

Найти матрицу ковариаций для моментов времени t_1 и t_2 .

2. При каких значениях параметров β и σ матрица $A = \begin{pmatrix} 0,6 & 1/6 & 1/6 \\ \beta & 2\beta & 3\beta \\ \sigma & 3\sigma & \sigma \end{pmatrix}$. Является матрицей переходных вероятностей однородной цепи Маркова с тремя состояниями?

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если выполнены все задания лабораторной работы, составлен отчет по работе, согласно требованиям;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если выполнены почти все задания, за исключением отдельных пунктов, лабораторной работы, составлен отчет по работе, согласно требованиям;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если выполнены больше половины заданий лабораторной работы, составлен отчет по работе, согласно требованиям;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если выполнены меньше половины заданий лабораторной работы и не составлен отчет по работе, согласно требованиям.

Тесты

Тест 1

1. Возникновение или преднамеренное создание определенного комплекса условий S , результатом которого является тот или иной исход, называется ...
 - a) Испытанием;
 - b) Событием;
 - c) Вероятностью;
 - d) Опытном;
 - e) Сочетанием;
 - f) Экспериментом.
2. Рассмотрим испытание: подбрасывается игральная кость. События: А – выпало 3 очка и В – выпало нечетное число очков являются:
 - a) Несовместными;
 - b) Совместными;
 - c) Противоположными;
 - d) Равновозможными;

е) Единственно возможными.

3. Результатом операции суммы двух событий $C = A + B$ является:

- а) A влечет за собой событие B ;
- б) произошло хотя бы одно из двух событий A или B ;
- с) совместно осуществились события A и B .

4. Выберите неверное утверждение:

- а) событие, противоположное достоверному, является невозможным;
- б) сумма вероятностей двух противоположных событий равна единице;
- с) если два события единственно возможны и несовместны, то они называются противоположными;
- д) вероятность появления одного из противоположных событий всегда больше вероятности другого.

5. Эксперимент состоит в подбрасывании один раз правильной шестигранной игральной кости. События $A = \{\text{выпало число очков больше трех}\}$; $B = \{\text{выпало четное число очков}\}$. Тогда множество, соответствующее событию $A+B$, есть:

- а) $A+B = \{6\}$;
- б) $A+B = \{4; 6\}$;
- с) $A+B = \{2; 4; 5; 6\}$;
- д) $A+B = \{3; 4; 5; 6\}$.

6. Эксперимент состоит в подбрасывании один раз правильной шестигранной игральной кости. При каких событиях A, B верно: A влечет за собой B ?

- а) $A = \{\text{выпало нечетное число очков}\}$, $B = \{\text{выпало число } 3\}$;
- б) $A = \{\text{выпало число } 2\}$, $B = \{\text{выпало четное число очков}\}$;
- с) $A = \{\text{выпало число } 6\}$, $B = \{\text{выпало число очков, меньше } 6\}$.

7. Взятая наудачу деталь может оказаться либо первого (событие A), либо второго (событие B), либо третьего (событие C) сорта. Что представляет

собой событие: $\overline{A + C}$?

- а) {деталь первого или третьего сорта};
- б) {деталь второго сорта};
- с) {деталь первого и третьего сорта}.

8. Заданы множества $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 1, 4\}$, тогда для них будет неверным утверждением

- а) множество A есть подмножество множества B ;
- б) множества A, B пересекаются;
- с) множество A не равно множеству B ;
- д) A и B не имеют общих элементов.

9. Известно, что $P(A) = 0,65$ тогда вероятность противоположного события равна ...

- b) $2/15$;
- c) $1/4$;
- d) $3/5$.

16. Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятность попадания в цель для первого и второго стрелков равна $0,6$ и $0,9$ соответственно. Тогда вероятность того, что цель будет поражена, равна:

Ответ: _____

17. Количество перестановок в слове «ТВМС» равно:

Ответ: _____

18. Сколько различных двузначных чисел можно составить из пяти цифр $1, 2, 3, 4, 5$, если все цифры в числе разные?

Ответ: 20

19. Игральную кость бросают 5 раз. Вероятность того, что ровно 3 раза появится нечетная грань, равна:

- a) $1/32$;
- b) $1/16$;
- c) $5/16$.
- d) $3/16$

20. Наивероятнейшее число годных деталей среди 15 проверенных отделом технического контроля, если вероятность того, что деталь стандартна, равна $0,7$, равно....

Ответ: _____

Тест 2

1. Укажите дискретные случайные величины

- a) Число очков, выпавшее при подбрасывании игральной кости
- b) Дальность полета артиллерийского снаряда
- c) Количество произведенных выстрелов до первого попадания
- d) Расход электроэнергии на предприятии за месяц
- e) Оценка, полученная студентом на экзамене по теории вероятностей

2. Укажите непрерывные случайные величины

- a) Температура воздуха
- b) Количество произведенных выстрелов до первого попадания
- c) Расход электроэнергии на предприятии за месяц
- d) Рост студента
- e) Оценка, полученная студентом на экзамене по теории вероятностей

3. Вероятность появления события A в 10 независимых испытаниях, проводимых по схеме Бернулли, равна $0,8$. Тогда дисперсия числа появлений этого события равна ...

- a) $0,08$
- b) $0,16$

- c) 1,6
d) 8,0

4. Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей:

X	-1	2	4
P	0,1	a	b

Тогда ее математическое ожидание равно 3,3 если ...

- a) $a = 0,1, b = 0,9$
b) $a = 0,2, b = 0,7$
c) $a = -0,1, b = 0,8$
d) $a = -0,8, b = 0,1$

5. Известно, что $M(X) = 2, M(Y) = 3$ и X, Y – независимы. Установите соответствие:

- | | |
|-------------------|-------|
| a) $M(3)$ | 1) 3 |
| b) $M(2X)$ | 2) 4 |
| c) $M(X+Y)$ | 3) 5 |
| d) $M(X-Y)$ | 4) -1 |
| e) $M(X \cdot Y)$ | 5) 6 |
| | 6) 0 |

6. Известно $M(X)$ и $M(X^2)$. Установите соответствие между данными $M(X)$, $M(X^2)$ и соответствующим значением $D(X)$:

- | | |
|-------------------------------|---------|
| a) $M(X) = -0,4; M(X^2) = 4$ | 1) 3,84 |
| b) $M(X) = 2,1; M(X^2) = 6,3$ | 2) 1,89 |
| | 3) 4,4 |
| | 4) 4,2 |

7. Известно, что $D(X) = 2, D(Y) = 3$ и X, Y – независимы. Установите соответствие:

- | | |
|-------------|-------|
| a) $D(3)$ | 1) 0 |
| b) $D(2X)$ | 2) 8 |
| c) $D(X+Y)$ | 3) 5 |
| d) $D(X-Y)$ | 4) -1 |
| | 5) 3 |

8. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей

X	-5	0	5
P	0,1	0,4	0,5

Установите соответствие:

- a) Математическое ожидание 1) 2

16. Укажите функцию, которая может быть интегральной функцией распределения некоторой случайной величины

$$\text{a) } F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ x - 1/2, & 1 < x \leq 2 \\ 0, & x > 2 \end{cases}$$

$$\text{b) } F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ 2 - x, & 1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$\text{c) } F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ 1/2, & 1 < x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases}$$

$$\text{d) } F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ 1/2, & 1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

17. Случайная величина задана плотностью распределения $\varphi(x) = 2x$ в интервале $(0; 1)$; вне этого интервала $\varphi(x) = 0$. Вероятность $P(0 < X < 1/2)$ равна ...

Ответ: _____

18. Случайная величина задана плотностью распределения $\varphi(x) = 2x$ в интервале $(0; 1)$; вне этого интервала $\varphi(x) = 0$. Математическое ожидание величины X равно ...

- a) 1/2 b) 1 c) 4/3 d) 2/3

19. Случайная величина задана плотностью распределения $\varphi(x) = x/2$ в интервале $(0; 2)$; вне этого интервала $\varphi(x) = 0$. Математическое ожидание величины X равно ...

- a) 1/2 b) 1 c) 4/3 d) 2/3

20. Случайная величина задана плотностью распределения $\varphi(x)$ в интервале $(0; 1)$; вне этого интервала $\varphi(x) = 0$. Математическое ожидание величины X равно ...

- a) $\int_{-\infty}^{+\infty} x\varphi(x)dx$ b) $\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x)dx$ c) $\int_0^1 x\varphi(x)dx$ d) $\int_0^1 \varphi(x)dx$

Тест 3

1. Двумерная дискретная случайная величина (X, Y) задана законом распределения вероятностей

	$X_1=2$	$X_2=5$	$X_3=8$
$Y_1=1$	0,15	0,10	0,05
$Y_2=3$	0,05	0,15	0,20
$Y_3=5$	0,20	0,05	0,15

Тогда вероятность $P(2 \leq X < 8)$ равна ?

2. Двумерная дискретная случайная величина (X, Y) задана законом распределения вероятностей

	$X_1=2$	$X_2=3$	$X_3=6$
$Y_1=2$	0,05	0,30	0,20
$Y_2=4$	0,10	0,15	0,20

Тогда условное математическое ожидание составляющей Y при условии, что составляющая X приняла значение $x_1=1$, равно ?

3. Дискретные случайные величины X и Y заданы законами распределения вероятностей

Y	-3	2
P	0.7	0.3

X	1	3
P	0.8	0.2

Тогда закон распределения вероятностей функции $Z=X-Y$ имеет вид?

4. Если корреляционная матрица для случайных величин (X_1, X_2, X_3) имеет вид

$$R = \begin{pmatrix} 1 & -0,8 & 0,7 \\ -0,8 & a & -0,4 \\ 0,7 & b & 1 \end{pmatrix}, \text{ то :}$$

- a) $a=1,2; b=1,7$;
 b) $a=1; b=-0,4$;
 c) $a=1; b=0,4$;
 d) $a=0; b=-0,4$.
5. Ковариационная матрица для системы случайных величин (X_1, X_2, X_3) может иметь вид:

- a) $\begin{pmatrix} 5,1 & 3,2 & 2,7 \\ -3,2 & 4,3 & 1,9 \\ -2,7 & -1,9 & 3,5 \end{pmatrix}$
- b) $\begin{pmatrix} 5,1 & -3,2 & 2,7 \\ -3,2 & -4,3 & -1,9 \\ 2,7 & -1,9 & 3,5 \end{pmatrix}$
- c) $\begin{pmatrix} 5,1 & -3,2 & 2,7 \\ -3,2 & 4,3 & -1,9 \\ 2,7 & -1,9 & 3,5 \end{pmatrix}$
- d) $\begin{pmatrix} -5,1 & 3,2 & 2,7 \\ -3,2 & -4,3 & 1,9 \\ -2,7 & -1,9 & -3,5 \end{pmatrix} ?$

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если верно и правильно выполнено 86%-100% заданий;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если верно и правильно выполнено 66%-85% заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если верно и правильно решено 51%-65% заданий, возможны некоторые исправления при решении;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если верно выполнено менее 50% заданий.

Вопросы к зачету

1. Предмет теории вероятностей. Случайные события, их классификация.
2. Действия над событиями. Алгебра событий.
3. Элементы Комбинаторики. Примеры.
4. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности. Примеры

- вычисления вероятностей.
5. Свойства статистической устойчивости относительной частоты. Статистическое определение вероятности.
 6. Геометрическое определение вероятности. Примеры.
 7. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятности. Конечное вероятностное пространство.
 8. Условные вероятности. Вероятность произведения событий.
 9. Независимость событий. Вероятность суммы событий.
 10. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Примеры.
 11. Схема Бернулли. Формула Бернулли.
 12. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
 13. Понятие случайной величины. Закон распределения случайной величины.
 14. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения.
 15. Функция распределения случайной величины, свойства.
 16. Плотность распределения случайной величины. Свойства.
 17. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания.
 18. Дисперсия. Свойства дисперсии.
 19. Мода. Медиана. Начальные и центральные моменты.
 20. Производящая функция.
 21. Биномиальный закон распределения.
 22. Распределение Пуассона.
 23. Геометрическое распределение.
 24. Равномерный закон распределения.
 25. Показательный закон распределения.
 26. Нормальный закон распределения.
 27. Неравенство Чебышева. Неравенство Маркова.
 28. Теорема Чебышева.
 29. Теорема Бернулли.
 30. Нормированные и центрированные случайные величины.
 31. Центральная предельная теорема.
 32. Понятие о системе случайных величин и законе ее распределения.
 33. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.
 34. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства.
 35. Зависимость и независимость двух случайных величин.

36. Условные законы распределения. Математическое ожидание и дисперсия.

37. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Свойства.

Критерии оценки:

- «зачтено» выставляется студенту, если изложение полученных знаний в устной форме полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются, отдельные несущественные ошибки, исправляемые учащимися после указания преподавателя на них;
- «не зачтено» выставляется студенту, если изложение учебного материала неполное, бессистемное, что препятствует усвоению последующей учебной информации; существенные ошибки, не исправляемые даже с помощью преподавателя.

Вопросы к экзамену

1. Предмет теории вероятностей. Случайные события, их классификация.
2. Действия над событиями. Алгебра событий.
3. Элементы Комбинаторики. Примеры.
4. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности. Примеры вычисления вероятностей.
5. Свойства статистической устойчивости относительной частоты. Статистическое определение вероятности.
6. Геометрическое определение вероятности. Примеры.
7. Аксиоматическое определение вероятности. Свойства вероятности. Конечное вероятностное пространство.
8. Условные вероятности. Вероятность произведения событий.
9. Независимость событий. Вероятность суммы событий.
10. Полная группа событий. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Примеры.
11. Схема Бернулли. Формула Бернулли.
12. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
13. Понятие случайной величины. Закон распределения случайной величины.
14. Закон распределения дискретной случайной величины. Многоугольник распределения.
15. Функция распределения случайной величины, свойства.
16. Плотность распределения случайной величины. Свойства.
17. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания.
18. Дисперсия. Свойства дисперсии.
19. Мода. Медиана. Начальные и центральные моменты.
20. Производящая функция.
21. Биномиальный закон распределения.
22. Распределение Пуассона.

23. Геометрическое распределение.
24. Равномерный закон распределения.
25. Показательный закон распределения.
26. Нормальный закон распределения.
27. Неравенство Чебышева. Неравенство Маркова.
28. Теорема Чебышева.
29. Теорема Бернулли.
30. Нормированные и центрированные случайные величины.
31. Центральная предельная теорема.
32. Понятие о системе случайных величин и законе ее распределения.
33. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.
34. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства.
35. Зависимость и независимость двух случайных величин.
36. Условные законы распределения. Математическое ожидание и дисперсия.
37. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Свойства.
38. Теория Колмогорова. Корреляционная и среднеквадратичная теория случайных процессов.
39. Основные понятия корреляционной теории случайных процессов.
40. Классы случайных процессов: гауссовские, марковские, независимыми приращениями
41. Процессы с ортогональными приращениями. Спектральное разложение процессов.
42. Гауссовские процессы: Винеровский процесс.
43. Критерий Колмогорова, непрерывности траектории, следствие для Гауссовских процессов.
44. Многомерные гауссовские процессы
45. Однородные цепи Маркова. Матрицы переходных вероятностей.
46. Эргодичность. Цепи Маркова с непрерывным временем.
47. Уравнение Колмогорова. Чепмена прямые и обратные дифференциальные уравнения.
48. Построение пуассоновского процесса последовательности независимых показательных распределений. Определение Хинчина.
49. Пуассоновский процесс.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если изложение полученных знаний в устной форме полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются единичные несущественные ошибки, самостоятельно исправляемые учащимися;

- оценка «хорошо» выставляется студенту, если изложение полученных знаний в устной форме полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются, отдельные несущественные ошибки, исправляемые учащимися после указания преподавателя на них;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если изложение полученных знаний неполное, однако это не препятствует усвоению последующего программного материала; допускаются отдельные существенные ошибки, исправляемые с помощью преподавателя;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если изложение учебного материала неполное, бессистемное, что препятствует усвоению последующей учебной информации; существенные ошибки, не исправляемые даже с помощью преподавателя.

