

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
*Факультет математики и компьютерных наук*  
*Кафедра прикладной математики*

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
по дисциплине  
**«Теория вероятностей и математическая статистика»**

Кафедра прикладной математики  
факультета математики и компьютерных наук

**Образовательная программа бакалавриата**  
01.03.02 – Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) программы  
**Математическое моделирование и вычислительная математика**

Форма обучения  
***Очная***

Статус дисциплины: *входит в обязательную часть ОПОП*

Махачкала, 2022

Фонд оценочных средств по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО бакалавриата по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика от 10.01.2018 г. № 9

Разработчики:

1. кафедра прикладной математики, Гаджиева Т.Ю. к.ф.-м. н., доцент;


Фонд оценочных средств по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» одобрен:  
на заседании кафедры прикладной математики от «25» февраля 2022г., протокол № 6

Зав. кафедрой  Кадиев Р.И.

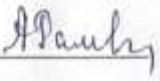
на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «24» марта 2022 г., протокол №4.

Председатель  Ризаев М.К.

Фонд оценочных средств «Теория вероятностей и математическая статистика» согласован с учебно-методическим управлением

«31» марта 2022 г. 

Рецензент (эксперт):

Зав. кафедрой матем.  
анализа, Р.М.К.И., 9.7.2022  Рамазанов А.К.

**1. ПАСПОРТ  
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
по дисциплине**

«Теория вероятностей и математическая статистика»

**1.1. Основные сведения о дисциплине**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц (252 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	4 семестр	5 семестр	всего
<b>Общая трудоёмкость</b>	108	144	252
<b>Контактная работа:</b>	48	60	108
Лекции (Л)	24	28	52
Практические занятия (ПЗ)	24	16	42
Лабораторные занятия (ЛЗ)		16	16
Консультации			
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	экзамен	экзамен	
<b>Самостоятельная работа</b>	60	84	144
1. работа с лекционным материалом, с учебной литературой	6	10	16
2. опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	6	10	16
3. выполнение домашних заданий	6	10	16
4. подготовка к лабораторным работам, к практическим занятиям		10	10
5. подготовка к коллоквиуму	3	4	7
6. подготовка к контрольным работам	3	4	7
7. подготовка к экзамену	36	36	72

**1.2. Требования к результатам обучения по дисциплине, формы их контроля и виды оценочных средств**

*ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика»*

№ п / п	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или её части)	Оценочные средства		Способ контроля
			наименование	№№ заданий	
1	<b>Модуль 1. Основы теории вероятностей</b>	УК-1 ОПК-1 ПК-1	Вопросы для собеседования	1-10	Устн о
		УК-1 ОПК-1 ПК-1	Контрольные работы	1	Письменно

2	<b>Модуль 2. Случайные величины</b>	УК-1 ОПК-1 ПК-1	Вопросы для собеседования	11-21	Устно
		УК-1 ОПК-1 ПК-1	Контрольные работы	2	письменно
3	<b>Модуль 3. Подготовка к экзамену</b>	УК-1 ОПК-1 ПК-1	Вопросы для собеседования	22-35	Устно
		УК-1 ОПК-1 ПК-1	Контрольные работы	3	письменно
	<b>Модуль 4. Статистическая оценка неизвестных параметров распределений</b>	УК-1 ОПК-1 ПК-1	Вопросы для собеседования	36-44	Устно
		УК-1 ОПК-1 ПК-1	Контрольные работы	4	письменно
	<b>МОДУЛЬ 5: Теория проверки статистических гипотез</b>	УК-1 ОПК-1 ПК-1	Вопросы для собеседования	1-10	Устно
		УК-1 ОПК-1 ПК-1	Контрольные работы	1	письменно
	<b>МОДУЛЬ 6: Корреляционный и регрессионный анализ. Теория массового обслуживания</b>	УК-1 ОПК-1 ПК-1	Вопросы для собеседования	1-10	Устно
		УК-1 ОПК-1 ПК-1	Контрольные работы	1	письменно
	<b>МОДУЛЬ 7: Подготовка к экзамену</b>	УК-1 ОПК-1 ПК-1	Вопросы для собеседования	1-10	Устно
		УК-1 ОПК-1 ПК-1	Контрольные работы	1	письменно

### 1.3. Показатели и критерии определения уровня сформированности компетенций

№ п/п	Код компет енции	Уровни сформированности компетенции			
		Недостаточный	Удовлетворитель ый (достаточный)	Базовый	Повышенный
		Отсутствие признаков удовлетворительного уровня	Знать: Уметь: Владеть:	Знать: Уметь: Владеть:	Знать: Уметь: Владеть:
1	УК-1	Не знает на хорошем уровне современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. Не умеет на хорошем уровне применять	Знает на достаточно хорошем уровне современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. Умеет на достаточно	Знает на хорошем уровне современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. Умеет на хорошем	Знает в совершенстве современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий; основные методы работы с ресурсами сети Интернет. Умеет в совершенстве применять

		<p>современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога.</p> <p>Не владеет на хорошем уровне навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах</p>	<p>хорошем уровне применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога.</p> <p>Владеет на достаточно хорошем уровне навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах</p>	<p>уровне применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога.</p> <p>Владеет на хорошем уровне навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах</p>	<p>современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных; практически использовать научно-образовательные ресурсы Интернет в научных исследованиях и в деятельности педагога.</p> <p>Владеет в совершенстве навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования; навыками использования современных баз данных; навыками применения мультимедийных технологий обработки и представления информации; навыками автоматизации подготовки документов в различных текстовых и графических редакторах</p>
2	<b>ОПК-1</b>	<p>Не знает на хорошем уровне основы построения вероятностных моделей различных задач и процессов;</p> <p>Не умеет на хорошем уровне при моделировании социальных задач и производственных процессов, решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории случайных процессов, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиям;</p> <p>Не владеет на хорошем уровне навыками решения практических задач, основными приемами моделирования</p>	<p>Знает на достаточно хорошем уровне основы построения вероятностных моделей различных задач и процессов;</p> <p>Умеет на достаточно хорошем уровне при моделировании социальных задач и производственных процессов, решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории случайных процессов, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиям;</p> <p>Владеет на достаточно хорошем уровне навыками решения практических задач, основными приемами моделирования</p>	<p>Знает на хорошем уровне основы построения вероятностных моделей различных задач и процессов;</p> <p>Умеет на хорошем уровне при моделировании социальных задач и производственных процессов, решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории случайных процессов, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиям;</p> <p>Владеет на хорошем уровне навыками решения практических задач,</p>	<p>Знает в совершенстве общую основы построения вероятностных моделей различных задач и процессов;</p> <p>Умеет в совершенстве общую при моделировании социальных задач и производственных процессов, решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории случайных процессов, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиям;</p> <p>Владеет в совершенстве общую навыками решения практических задач, основными приемами</p>

		случайных величин и процессов	случайных величин и процессов	основными приемами моделирования случайных величин и процессов	моделирования случайных величин и процессов
3	<b>ПК-1</b>	Не знает на хорошем уровне основы теории вероятностей и математической статистики, численные методы; современные языки программирования и современные информационные технологии. Не Умеет: применять современные научные исследования для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования. Владеет навыками программирования на современных языках и методами построения математических моделей.	Знает на достаточно хорошем уровне основы теории вероятностей и математической статистики, численные методы; современные языки программирования и современные информационные технологии. Умеет на достаточно хорошем уровне применять современные научные исследования для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования. Владеет на достаточно хорошем уровне навыками программирования на современных языках и методами построения математических моделей.	Знает на хорошем уровне основы теории вероятностей и математической статистики, численные методы; современные языки программирования и современные информационные технологии. Умеет на хорошем уровне применять современные научные исследования для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования. Владеет на хорошем уровне навыками программирования на современных языках и методами построения математических моделей.	Знает в совершенстве основы теории вероятностей и математической статистики, численные методы; современные языки программирования и современные информационные технологии. Умеет в совершенстве применять современные научные исследования для решения различных задач математических и естественных наук; составлять программы на современных языках программирования. Владеет в совершенстве навыками программирования на современных языках и методами построения математических моделей.

**2. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ОЦЕНКИ  
знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,  
характеризующие этапы формирования компетенций в процессе  
освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»**

**Контрольные работы**

**Контрольные работы по теории вероятностей:**

**Контрольная работа № 1**

1. В мешочке 5 одинаковых кубиков. На всех гранях каждого кубика написана одна из следующих букв: о,п,р,с,т. Найти вероятность того, что на вынутых по одному и расположенных «в одну линию» кубиков можно будет прочесть слово «спорт».
2. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле выбьет 10 очков равна 0,1; вероятность выбить 9 очков равна 0,3; вероятность выбить 8 или меньше очков равна 0,6. Найти вероятность того, что при одном выстреле стрелок выбьет не менее 9 очков.
3. Чему равна вероятность того, что при бросании трех игральных костей 6 очков появится хотя бы на одной из костей.
4. При отключении от нормального режима работы автомата срабатывает сигнализатор с-1 с вероятностью 0.8, а сигнализатор с-11 срабатывает с

вероятностью 1. Вероятности того, что автомат снабжен сигнализатором с-1 или с-11 соответственно равны 0,6 и 0,4. Получен сигнал о разделке автомата. Что вероятнее: автомат снабжен сигнализатором с-1 или с-11?

5. Событие В появится в случае, если событие А появится не менее двух раз. Найти вероятность того, что наступит событие В, если будет произведено 6 независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события А равна 0,4.

### Контрольная работа № 2

1. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартное равна 0,9. В каждой партии содержится пять изделий. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины X- числа партий, в каждой из которых окажется ровно четыре стандартных изделия, если проверке подлежат 50 партий.

2. Найти дисперсию дискретной случайной величины X- числа появлений события А в двух независимых испытаниях, если вероятности появления события в этих испытаниях одинаковы и известно, что  $M(X)=0,9$ .

3. Дискретная случайная величина X имеет только три возможных значения:  $x_1, x_2$ , и  $x_3$ , причем  $x_1 < x_2 < x_3$ . Вероятности того, что X примет значения  $x_1$  и  $x_2$  соответственно равны 0,3 и 0,2. Найти закон распределения величины X, зная ее математическое ожидание  $M(X)=2,2$  и дисперсию  $D(X)=0,76$ .

4. Случайная величина имеет плотность вероятностей

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ c/(1+x^2), & 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

Найти постоянный параметр c, математическое ожидание и дисперсию.

5. Случайная величина X распределена равномерно в интервале  $[-1,4]$ . Найти  $P(X>0)$ .

### Контрольные работы по математической статистике:

#### Контрольная работа № 1

1. Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  выборка из совокупности с распределением  $N(\mu, \delta^2)$ .

Исследовать свойство несмещенности параметров  $\mu$  и  $\delta^2$ .

2. Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  выборка из совокупности с равномерным на  $(Q_1, Q_2)$  распределением. Найти оценку параметров  $Q_1, Q_2$  методом моментов.

3. Пусть  $X = (X_1, \dots, X_n)$  выборка из распределения  $\Gamma\left(\frac{1}{\theta}, 1\right)$ . Доказать, что

$T(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  является эффективной оценкой  $\theta$ .

4. Показать эффективность выборочной средней  $\bar{x} = \sum_{i=1}^n X_i$  выборки из совокупности с нормальным законом распределения  $N(\theta, \delta^2)$ . Доказать, что

$T(X) = \sum_{i=1}^n X_i$  - полная достаточная статистика.

5. Найти количество информации содержащей в выборке из распределения Пуассона относительно неизвестного параметра.

#### Контрольная работа № 2

1. Найти байесовскую оценку параметра  $\theta$  нормальной модели  $N(\theta, 1)$  при

условии, что априорным распределением параметра  $\theta$  является нормальное распределение  $N(0,1)$ .

2. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  - независимы и одинаково равномерно распределены на  $(0, \theta)$ ,  $\theta > 0$ . Построить доверительный интервал для  $\theta$  с помощью статистики  $X_{(n)} = \max_k X_k$ .

3. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  - независимы и имеют нормальное распределение  $N(\theta, 1)$ . Построить доверительный интервал для  $\theta$  с коэффициентом доверия  $\alpha$ , основанный на центральной статистике  $\sqrt{n} \cdot (\bar{X} - \theta)$ .

4. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  - независимы и имеют плотность распределения  $p(x, \theta) = \begin{cases} \exp\{-(x - \theta)\}, & x > \theta, \\ 0, & x \leq \theta \end{cases}$ . Построить наиболее мощный критерий размера  $\alpha$  для проверки гипотезы  $H_0: \theta = \theta_0$  при альтернативе  $H_1: \theta = \theta_1 < \theta_0$ . Найти функцию мощности.

5. Пусть  $X_1, \dots, X_n$  - независимы и имеют распределение Пуассона  $P(\theta)$ . Построить равномерно наиболее мощный критерий размера  $\alpha$  для проверки гипотезы  $H_0: \theta = \theta_0$  при альтернативе  $H_1: \theta > \theta_0$ . Найти функцию мощности.

### **Критерии оценки:**

- оценка «отлично» выставляется студенту, если верно и правильно выполнено 90%-100% заданий;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если верно и правильно выполнено 70%-80% заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если верно и правильно решено 50%-60% заданий, возможны некоторые исправления при решении;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если верно выполнено менее 50% заданий;

## **Вопросы для коллоквиумов, собеседования**

### **Модуль 1. Основы теории вероятностей**

1. Элементы теории вероятности.
2. Комбинаторика. События и действия над ними
3. Аксиоматическое определение вероятности.
4. Условная вероятность.
5. Испытания Бернулли.
6. Приближенные формулы для оценки вероятности  $P_n(k)$ .
7. Закон больших чисел в форме Бернулли.
8. Формулы полной вероятности и Байеса

### **Модуль 2. Случайные величины**

1. Случайные величины и их распределения.



2. Функция распределения и плотность распределения, их свойства.
3. Многомерные случайные величины и их распределения.
4. Распределение суммы двух нормальных случайных величин.
5. Числовые характеристики случайных величин.
6. Вычисление математического ожидания и дисперсии основных дискретных и непрерывных случайных величин.
7. Свойства математического ожидания и дисперсии.
8. Корреляция. Корреляционная матрица и коэффициент корреляции.
9. Условные законы распределения.
10. Закон больших чисел и массовые явления.
11. Теорема Бернулли и Пуассона. Понятие об усиленном законе больших чисел
12. Центральная предельная теорема.
13. Правило трех сигм
14. Метод Монте – Карло.

### **Модуль 3. Подготовка к экзамену.**

#### **Модуль 4. Статистическая оценка неизвестных параметров распределений.**

1. Основные понятия и элементы выборочной теории.
2. Эмпирическая функция распределения. Выборочные моменты.
3. Основные статистические распределения:  $\chi^2$ ,  $t$  F и их характеристики.
4. Задача оценивания параметров.
5. Достаточные статистики.
6. Интервальное оценивание параметров.
7. Интервальное оценивание параметров.

#### **Модуль 5. Теория проверки статистических гипотез.**

1. Теория статистических гипотез.
2. Критерии значимости и согласия: -  $\chi^2$  - критерий, критерии Колмогорова и Смирнова.
3. Параметрические гипотезы.

4. Последовательный критерий отношения правдоподобия (критерий Вальда) и его свойства.

5. Критерии однородности.

6. Критерии независимости, случайности.

### **Модуль 6: Корреляционный и регрессионный анализ. Теория массового обслуживания**

1. Корреляционный анализ.

2. Регрессионный анализ.

3. Метод наименьших квадратов.

4. Однофакторный дисперсионный анализ.

5. Системы массового обслуживания.

#### **Критерии оценки:**

- оценка «отлично» выставляется студенту, если изложение полученных знаний в устной форме полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются единичные несущественные ошибки, самостоятельно исправляемые учащимися;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если изложение полученных знаний в устной форме полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются, отдельные несущественные ошибки, исправляемые учащимися после указания преподавателя на них;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если изложение полученных знаний неполное, однако это не препятствует усвоению последующего программного материала; допускаются отдельные существенные ошибки, исправляемые с помощью преподавателя;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если изложение учебного материала неполное, бессистемное, что препятствует усвоению последующей учебной информации; существенные ошибки, не исправляемые даже с помощью преподавателя;

#### **Комплект тестовых заданий для контроля**

##### **Задание 1**

Устройство состоит из шести элементов, из которых два изношены. При включении устройства включаются случайным образом два элемента. Вероятность того, что включенными окажутся неизношенные элементы равна

- 0,4
- 0,2
- 0,6
- 0,8
- 0,3

### Задание 2

В читальном зале имеется семь учебников по теории вероятностей, из которых три в переплете. Библиотекарь наудачу взял два учебника. Найти вероятность того, что оба учебника окажутся в переплете.

- $1/7$
- $4/7$
- $1/14$
- $5/9$

### Задание 3

В круг радиуса 6 вписан квадрат. Вероятность того, что случайно выбранная точка из круга окажется в квадрате равна

- $2/\pi$
- $2\pi/7$
- $3\pi/16$
- $2/(3\pi)$

### Задание 4

Из 30 стрелков 20 попадают в мишень с вероятностями 0,6; 10 стрелков – с вероятностями 0,9. Найти вероятность того, что наудачу выбранный стрелок попадет в мишень.

- 0,7
- 0,5
- 0,57
- 0,8
- 0,6

### Задание 5

В магазин поступила новая продукция с трех предприятий. Процентный состав этой продукции следующий: 40% - продукция первого предприятия, 35% - продукция второго предприятия, 25% - продукция третьего предприятия; далее, 8% продукции первого предприятия высшего сорта, на втором предприятии - 6% и на третьем - 20% продукции высшего сорта. Вероятность того, что случайно купленная новая продукция окажется высшего сорта равна

- 0,103
- 0,5
- 0,6
- 0,8
- 0,08

### Задание 6

Вероятность появления события А в 5 независимых испытаниях, проводимых по схеме Бернулли, равна 0,6. Тогда дисперсия числа появлений этого события равна

- 1,2
- 2,32
- 0,3
- 0,35

### Задание 7

Вероятность появления события А в 13 независимых испытаниях, проводимых по схеме Бернулли, равна 0,8. Тогда математическое ожидание числа появлений этого события равна

- 10,4
- 18
- 0,4
- 0,2
- 0,32

### Задание 8

Производятся независимые испытания с одинаковой вероятностью появления события А в каждом испытании. Вероятность появления события А, когда математическое ожидание числа появлений события в пяти независимых испытаниях 1,5 равна

- 0,3
- 0,5
- 0,8
- 1
- 0

### Задание 9

Дана функция распределения непрерывной случайной величины

$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ 1 - e^{-2x} & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$  Плотность распределения равна

- $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ 2e^{-2x} & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ 1 + e^{-2x} & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ -e^{-2x} & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$
- $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ -2e^{-2x} & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$

### Задание 10

Написать плотность распределения нормально распределенной случайной величины  $\xi$ , зная, что математическое ожидание  $M(\xi)=1$ ,  $D(\xi)=9$ .

- $f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-1)^2}{18}}$
- $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-9)^2}{2}}$
- $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$

- $f(x) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{(x+1)^2}{81}}$

- $f(x) = \frac{1}{\pi} e^{-\frac{(x+1)^2}{8}}$

- 

### Задание 11

Случайные величины  $\xi$  и  $\eta$  независимы. Тогда  $M(4\xi + 7\eta)$ , если  $M(\xi)=3$ ,  $M(\eta)=3$ , равно

- 33
- 7
- 17
- 11
- 9

### Задание 12

Математическое ожидание показательного распределения, заданного плотностью распределения  $f(x) = e^{-x}$ ,  $x \geq 0$  равно

- 1
- 5
- 1,2
- 0,4
- 0,2

### Задание 13

Эмпирическая функция выборки

$x_i$	2	6	7
$n_i$	1	3	6

имеет вид

- $F^*(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 2, \\ 0,1 & \text{при } 2 < x \leq 6, \\ 0,4 & \text{при } 6 < x \leq 7, \\ 1 & \text{при } x > 7. \end{cases}$
- $F^*(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 2, \\ 0,1 & \text{при } 2 < x \leq 6, \\ 0,3 & \text{при } 6 < x \leq 7, \\ 0,6 & \text{при } x > 7. \end{cases}$
- $F^*(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 2, \\ 1 & \text{при } 2 < x \leq 6, \\ 4 & \text{при } 6 < x \leq 7, \\ 10 & \text{при } x > 7. \end{cases}$
- $F^*(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 7. \end{cases}$

### Задание 14

Если  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  и  $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$  – выборки из нормальных распределений  $N(\mu_1, \sigma_1^2)$  и  $N(\mu_2, \sigma_2^2)$  соответственно и  $X$  и  $Y$  независимы, то случайная величина  $Z = \bar{X} - \bar{Y}$ , где  $\bar{X} = \frac{1}{n_1} \sum_{i=1}^{n_1} X_i$ ,  $\bar{Y} = \frac{1}{n_2} \sum_{i=1}^{n_2} Y_i$  имеет нормальное распределение

- $N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$
- $\varphi(t) = \frac{1}{(1 - 2it)^{\frac{n}{2}}}$
- $N(0,1)$
- $N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$

### Задание 15

Выборочная средняя по данному распределению выборки объема  $n=10$

$x_i$	3	7	10
$n_i$	1	3	6

равна

- 8.4
- 6
- 1
- 0

### Задание 16

Несмещенная оценка генеральной средней по данному распределению выборки объема  $n=10$

$x_i$	4	8	10
$n_i$	1	2	7

равна

- 34/9
- 6
- 1/9
- 3/8

### Задание 17

По выборке объема  $n=10$  найдена смещенная оценка генеральной дисперсии, равная 54. Несмещенная оценка генеральной дисперсии равна

- 60
- 1

- 5
- 3

### Задание 18

Случайная величина  $X$  (число семян сорняков в пробе зерна) распределена по закону Пуассона. Ниже приведено распределение семян сорняков  $n = 1000$  пробах зерна (в первой строке указано количество  $x_i$  сорняков в одной пробе; во второй строке указана частота  $n_i$ —число проб, содержащих  $x_i$  семян сорняков):

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$n_i$	407	366	175	40	8	4

Точечная оценка неизвестного параметра, найденная методом моментов равна

- 0.888
- 1
- 2.5
- 3.4

### Задание 19

Случайная величина  $X$  (число поврежденных стеклянных изделий в одном контейнере) распределена по закону Пуассона с неизвестным параметром  $\lambda$ . Ниже приведено эмпирическое распределение числа поврежденных изделий в 500 контейнерах (в первой строке указано количество  $x_i$  поврежденных изделий в одном контейнере, во второй строке приведена частота  $n_i$  — число контейнеров, содержащих  $x_i$  поврежденных изделий):

$x_i$	0	1	2	3	4	5	6	7
$n_i$	199	169	87	31	9	3	1	1

Точечная оценка неизвестного параметра  $\lambda$  распределения Пуассона методом наибольшего правдоподобия равна

- 1
- 0
- 0.5
- 0.9

### Задание 20

Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 7. Тогда его интервальная оценка может быть:

- (5,7; 8,3)
- (6,7; 10,7)
- (7; 8,2)
- (1;5,7)

### Задание 21

Правило анализа экспериментальных данных (т. е. выборки) для проверки гипотезы

называется

- Критерием или критерием значимости
- Для этого правила нет специального названия
- Уровень значимости
- Нет ни одного правильного ответа
- Статистика

### Задание 22

Из нормальной генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n=20$ :

$x_i$	56	58	60	62	64
$n_i$	1	4	10	3	2

Проверить при уровне значимости 0,05 нулевую гипотезу  $H_0: D=0$ , приняв в качестве конкурирующей гипотезы  $H_1: D \neq 2$

- Гипотеза отвергается
- Гипотеза принимается
- Гипотеза прибавляется
- Гипотеза вычитается

### Задание 23

Гипотеза, которая содержит только одно предположение, называется

- Простой
- Сложной
- Однозначной
- Единичной

### Задание 24

*Статистический критерий* (или просто *критерий*) – это

- Случайная величина  $t$ , которая служит для проверки нулевой гипотезы
- Случайная величина  $t$ , которая служит для проверки альтернативной гипотезы
- Гипотеза проверок
- Нормальное распределение

### Задание 25

В качестве проверки нулевой гипотезы  $H_0: M\xi = M\eta$  в случае, когда дисперсии  $D\xi$  и  $D\eta$  неизвестны, но равны между собой принимают случайную величину

- $$T = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{(n-1)s_x^2 + (m-1)s_y^2}} \sqrt{\frac{nm(n+m-2)}{n+m}}$$

- $$S_n = \frac{D_n}{\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}}$$



$$P(\sqrt{n}D_n < x) \rightarrow K(x) = \begin{cases} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k e^{-2k^2 x^2} & \text{при } x > 0, \\ 0 & \text{при } x \leq 0. \end{cases}$$

- $\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(v_i - np_i(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_l))^2}{np_i(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_l)}$

### Задание 26

Наблюдаемым значением  $t_{\text{набл.}}$  называют значение критерия  $t$ , вычисленное

- По полученной выборке
- По таблице
- По распределению
- По схеме Бернулли

### Задание 27

Ошибка I рода состоит в том, что

- Будет отвергнута правильная гипотеза
- Будет принята неправильная гипотеза
- Неверно построена задача
- Нет решения

### Задание 28

Ошибка II рода состоит в том, что

- Будет отвергнута правильная гипотеза
- Будет принята неправильная гипотеза
- Неверно построена задача
- Нет решения

### Задание 29

По выборке объема  $n=9$  найдена смещенная оценка генеральной дисперсии, равная 24. Несмещенная оценка генеральной дисперсии равна

- 27
- 24
- 23
- 2

### Задание 30

Несмещенная оценка генеральной средней по данному распределению выборки объема  $n=10$

$x_i$	1	5	10
$n_i$	5	1	4

равна

- 20

- 6
- 1/9
- 3/8

#### **Критерии оценки:**

- оценка «отлично» выставляется студенту, если верно и правильно выполнено 90%-100% заданий;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если верно и правильно выполнено 70%-80% заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если верно и правильно решено 50%-60% заданий, возможны некоторые исправления при решении;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если верно выполнено менее 50% заданий;
- 

#### **Темы эссе (рефератов, докладов, сообщений)**

1. История возникновения теории вероятностей. Классическая задача Шевалье де Мере.
2. Комбинаторные методы в теории вероятностей.
3. Геометрическая вероятность как расширение классического определения вероятностей.
4. Классическая задача о разорении игрока и ее моделирование на ЭВМ.
5. Геометрическая вероятность. «Задача о встрече» и ее моделирование на ЭВМ.
6. Аксиоматическое построение теории вероятностей акад. Колмогорова А.Н.
7. Некоторые философские проблемы теории вероятностей.
8. Предельные теоремы теории вероятностей и ее практические приложения.
9. Независимость событий. Пример Бернштейна.
10. Задача Банаха о спичечных коробках и ее моделирование на ЭВМ.
11. Нормальное распределение вероятностей и его роль в математико-статистических исследованиях.
12. О методах моделирования случайных величин.
13. Приближенное вычисление числа  $\pi$  методом Монте-Карло.
14. Математическая статистика как самостоятельная наука. Связь с теорией вероятностей.
15. Показательно распределение вероятностей и его приложение: задача теории переноса излучений и моделирование систем массового обслуживания.

#### **Реферат оценивается следующим образом:**

- соответствие содержания теме- 4 балла;
- глубина проработки материала, 3 балла;
- грамотность и полнота использования источников, 1 балл;
- соответствие оформления реферата требованиям, 2 балла;
- доклад, 5 баллов;

- умение вести дискуссию и ответы на вопросы, 5 баллов.

Максимальное количество баллов: 20.

### **Критерии оценки:**

- оценка «отлично» выставляется студенту, если набрал 19-20 баллов;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если набрал 15-18 баллов;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если набрал 10-14 баллов;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если набрал менее 10 баллов;

### **Вопросы к экзамену по теории вероятностей:**

1. Аксиомы теории вероятностей. Свойства вероятностей.
2. Геометрические вероятности. Свойство вероятностей.
3. Дисперсия и ее свойства.
4. Дисперсия основных дискретных распределений.
5. Дисперсия основных непрерывных распределений.
6. Закон больших чисел. Следствие из теоремы Чебышева: теорема о среднем. Теорема умножения вероятностей. Независимость событий.
7. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Применение.
8. Классические определения вероятности. Свойства вероятности.
9. Коэффициент корреляции и его свойства.
10. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Применение.
11. Математические ожидания основных непрерывных распределений.
12. Математическое ожидание и его свойства.
13. Математическое ожидание основных дискретных распределений.
14. Многомерные случайные величины. Независимость случайных величин.
15. Независимость случайных величин.
16. Неравенство Чебышева.
17. Нормальный закон распределения, его параметры. Графики плотности и функции распределений.
18. Основные непрерывные случайные величины. Их числовые характеристики.
19. Основные формулы комбинаторики. Примеры.
20. Последовательности независимых испытаний. Формула Бернулли.
21. Распределение суммы двух независимых величин.
22. Распределение суммы двух независимых нормальных случайных величин.
23. Случайные величины. Основные дискретные случайные величины.
24. События и действия над ними.
25. Статистическое определение вероятности. Свойства вероятности.
26. Теорема Пуассона.
27. Теорема сложения вероятностей.
28. Теорема умножения вероятностей. Независимость случайных событий.
29. Условная вероятность.
30. Формула Байеса.
31. Формула Бернулли. Свойства вероятностей  $P_n(m)$ .
32. Формула полной вероятности
33. Функция распределения и ее свойства.

34. Характеристическая функция и ее свойства.
35. Характеристическая функция. Вычисление моментов случайной величины с помощью характеристической функции. Пример.
36. Характеристические функции основных дискретных распределений.
37. Центральная предельная теорема.

**Вопросы к экзамену по математической статистике:**

1. F- распределение и его следствия.
2. Выборочные характеристики и их асимптотические свойства.
3. Двумерная случайная величина. Независимость случайных величин. Коэффициент корреляции. Выборочный коэффициент корреляции.
4. Доверительное оценивание параметров. Доверительный интервал для М.О. нормального закона распределения.
5. Доверительный интервал для дисперсии нормального закона распределения.
6. Достаточные статистики. Критерий факторизации.
7. Задача оценивания параметров. Оценки и их свойства.
8. Интервальная оценка для неизвестного математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности ( $\sigma$  – неизвестно).
9. Интервальная оценка для неизвестной вероятности события.
10. Исследование зависимостей. Простое линейное уравнение регрессии.
11. Коэффициент корреляции и его свойства. Выборочный коэффициент корреляции. Проверка значимости выборочного коэффициента корреляции.
12. Критерий независимости хи-квадрат.
13. Критерий однородности Смирнова.
14. Критерий проверки гипотезы о равенстве дисперсий двух нормально распределенных совокупностей.
15. Метод Байеса оценивания параметров.
16. Метод максимального правдоподобия.
17. Метод максимального правдоподобия. Оценить параметры нормального закона распределения.
18. Метод моментов оценивания параметров. Оценить параметры равномерного распределения.
19. Методы нахождения оценок. Метод моментов. Пример.
20. Методы нахождения оценок. Найти методом моментов неизвестные параметры  $m$  и  $\sigma$  нормального распределения.
21. Моделирование непрерывных случайных величин. Моделирование равномерного распределения.
22. Моделирование равномерной на  $(a, b)$ . Случайной величины.
23. Неравенство Рао-Крамера. Эффективные оценки.
24. Несмещенность и состоятельность оценки  $\bar{x}$ .
25. Основные распределения вероятностей, используемые в матстатистике.  $\chi^2$ -распределение. Приложения.
26. Оценивание параметров методом хи-квадрат.
27. Оценивание параметров регрессии методом наименьших квадратов.

28. Понятие функции правдоподобия. Информационное количество Фишера.
29. Последовательный критерий Вальда.
30. Предмет математической статистики и ее основные задачи.
31. Пример применения критерия Неймана-Пирсона.
32. Проверка гипотез о дисперсиях.
33. Простые и сложные гипотезы. Критерий Немана-Пирсона.
34. Равномерное распределение вероятностей (плотность, функция распределения,  $M\xi$ ,  $D\xi$ ). Применения.
35. Стандартный метод моделирования дискретной случайной величины.
36. Теорема и критерии Колмогорова.
37. Теорема Фишера об  $\bar{X}$  и  $S^2$ .
38. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.

### Критерии оценок на курсовых экзаменах

В экзаменационный билет рекомендуется включать не менее 3 вопросов, охватывающих весь пройденный материал, также в билетах могут быть задачи и примеры.

Ответы на все вопросы оцениваются максимум **100 баллами**.

**Критерии оценок следующие:**

- **100 баллов** – студент глубоко понимает пройденный материал, отвечает четко и всесторонне, умеет оценивать факты, самостоятельно рассуждает, отличается способностью обосновывать выводы и разъяснять их в логической последовательности.

- **90 баллов** - студент глубоко понимает пройденный материал, отвечает четко и всесторонне, умеет оценивать факты, самостоятельно рассуждает, отличается способностью обосновывать выводы и разъяснять их в логической последовательности, но допускает отдельные неточности.

- **80 баллов** - студент глубоко понимает пройденный материал, отвечает четко и всесторонне, умеет оценивать факты, самостоятельно рассуждает, отличается способностью обосновывать выводы и разъяснять их в логической последовательности, но допускает некоторые ошибки общего характера.

- **70 баллов** - студент хорошо понимает пройденный материал, но не может теоретически обосновывать некоторые выводы.

- **60 баллов** – студент отвечает в основном правильно, но чувствуется механическое заучивание материала.

- **50 баллов**– в ответе студента имеются существенные недостатки, материал охвачен «половинчато», в рассуждениях допускаются ошибки.

- **40 баллов** – ответ студента правилен лишь частично, при разъяснении материала допускаются серьезные ошибки.

- **20-30 баллов** - студент имеет общее представление о теме, но не умеет логически обосновать свои мысли.

- **10 баллов** - студент имеет лишь частичное представление о теме.

- **0 баллов** – нет ответа.

Эти критерии носят в основном ориентировочный характер. Если в билете имеются задачи, они могут быть более четкими.

**Шкала диапазона для перевода рейтингового балла в «5»-бальную систему:**

- «0 – 50» баллов – неудовлетворительно
- «51 – 65» баллов – удовлетворительно
- «66 - 85» баллов – хорошо
- «86 - 100» баллов – отлично
- «51 и выше» баллов – зачет

### **Критерии оценки:**

- оценка **«отлично»** выставляется студенту, если студент правильно ответил на теоретический вопрос билета. Показал отличные знания и умения в рамках усвоенного учебного материала. Показал отличные владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на все дополнительные вопросы;

- оценка **«хорошо»** - студент ответил на теоретический вопрос билета с небольшими неточностями. Показал хорошие знания и умения в рамках усвоенного учебного материала. Показал хорошие владения навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. Ответил на большинство дополнительных вопросов;

- оценка **«удовлетворительно»** - студент ответил на теоретический вопрос билета с существенными неточностями. Показал удовлетворительные знания и умения в рамках усвоенного учебного материала. Показал удовлетворительное владение навыками применения полученных знаний и умений при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено много неточностей;

- оценка **«неудовлетворительно»** - при ответе на теоретический вопрос билета студент продемонстрировал недостаточный уровень знаний и умений. При выполнении комплексного задания билета студент продемонстрировал недостаточный уровень владения умениями и навыками при решении профессиональных задач в рамках усвоенного учебного материала. При ответах на дополнительные вопросы было допущено множество неточностей

