

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Теория оптимальных решений

Кафедра прикладной математики

Образовательная программа бакалавриата

01.03.05.-Статистика

Направленность (профиль) программы:

Анализ больших данных

Форма обучения

очная

Статус дисциплины: входит в часть ОПОП, формируемую участниками образовательных отношений, в модуль профильной направленности. Б1.В.01.11.

Махачкала, 2023

Фонд оценочных средств дисциплины «Теория оптимальных решений» составлен в 2023 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.05. Статистика
Приказ Минобрнауки России от 14.08.2020 №1032.

Разработчик: кафедра прикладной математики, Ризаев М.К., к.ф.-м.н., доцент

Фонд оценочных средств по дисциплине «Теория оптимальных решений» одобрен:

на заседании кафедры прикладной математики от « 20 » января 2023 г., протокол №5

Зав. кафедрой Рз Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от « 25 » января 2023г., протокол №4.

Председатель Ризаев Ризаев М.К.

Фонд оценочных средств дисциплины согласован с учебно-методическим управлением « 20 » февраля 2023г.

Начальник УМУ Гасангаджиева Гасангаджиева А.Г.
(подпись)

Рецензент(эксперт):

проф. А.И.Бенедиктов
(полное наименование организации и должности руководителя)
М.П.

И.О. Фамилия И.О.
(подпись)

1. ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Поддисциплине
«Теория случайных процессов»

1.1. Основные сведения о дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы (108 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	5 семестр	___ семестр	всего
Общая трудоёмкость	108		108
Контактная работа:	56		56
Лекции (Л)	28		28
Практические занятия (ПЗ)	28		28
Лабораторные занятия (ЛЗ)			
Консультации			
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	экзамен		
Самостоятельная работа			
1. работа с лекционным материалом, с учебной литературой	10		10
2. опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	6		6
3. выполнение домашних заданий, домашних контрольных работ	10		10
4. подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям			
5. подготовка к контрольным работам, коллоквиумам, зачету	36		36

№	Контролируемые	Код контролируе	Оценочные средства	Способ
---	----------------	-----------------	--------------------	--------

п/п	модули, разделы(темы) дисциплины	мой компетенции (или её части)	наименование	№№ заданий	контроля
1	Модуль 1. Нелинейное и линейное программирование	ОПК-1 УК-2 ПК-5	Вопросы для собеседования		устно
		ОПК-1 УК-2 ПК-5	Задачи для решения в аудитории и для самостоятельного решения.		письменно
		ОПК-1 УК-2 ПК-5	Лабораторные работы		письменно
2	Модуль 2. Выпуклое программирование и вариационные исчисления.	ОПК-1 УК-2 ПК-5	Вопросы для собеседования		устно
		ОПК-1 УК-2 ПК-5	Задачи для решения в аудитории и для самостоятельного решения.		письменно
		ОПК-1 УК-2 ПК-5	Лабораторные работы		письменно
-	Модуль 3. Экзамен	ОПК-1 УК-2 ПК-5	Вопросы к экзамену и задачи для решения		Устно-письменно

1.3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (перечень планируемых результатов обучения) .

Код и наименование компетенции из ФГОС ВО	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения	Процедура освоения

<p>УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющих ресурсы и ограничений</p>	<p>УК-2.1. Знает необходимые для осуществления профессиональной деятельности правовые нормы и ресурсы.</p>	<p><u>Знает:</u> действующие правовые нормы в области научной и педагогической деятельности; имеющиеся ресурсы для разработки и реализации данного проекта. <u>Умеет:</u> решать качественно и в срок круг задач, определяемых данным проектом. <u>Владеет:</u> навыками решения конкретных задач с достижением поставленной цели в области научных исследований по математике и компьютерным наукам</p>	<p>Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов и контрольных работ</p>
	<p>УК-2.2. Умеет определять круг задач в рамках избранных видов профессиональной деятельности, планировать собственную деятельность исходя из имеющихся ресурсов; соотносить главное и второстепенное, решать поставленные задачи в рамках избранных видов профессиональной деятельности.</p>	<p><u>Знает:</u> необходимые и (или) достаточные условия взаимосвязи вопросов и задач в различных областях математики; следственные связи между разными математическими утверждениями. <u>Умеет:</u> выделять в рамках поставленных в проекте целей круг взаимосвязанных задач, который исходя из имеющихся ресурсов позволит реализовать данный проект. <u>Владеет:</u> навыками выбора в рамках целей научных исследований круг взаимосвязанных математических задач, обеспечивающих достижение этих целей.</p>	

	<p>УК-2.3. Имеет практический опыт применения нормативной базы и решения задач в области избранных видов профессиональной деятельности.</p>	<p><u>Знает:</u> действующие правовые нормы в области научной и педагогической деятельности. <u>Умеет:</u> планировать этапы реализации данного проекта в области математических исследований с выбором оптимального способа его реализации. <u>Владеет:</u> практическими навыками решения</p>	
<p>ОПК-1. Способен осуществлять статистическое наблюдение с использованием стандартных методик и технических средств, включая формирование выборочной совокупности и подготовку статистического инструментария</p>	<p>ОПК-1.1. Знает источники, основные способы сбора, поиска и систематизации статистической информации.</p>	<p>Знает: стандартные методы и технические средства для статистических наблюдений. Умеет: применить стандартные методы и технические средства при статистических наблюдениях. Владеет: методами и техническими средствами для статистических наблюдений.</p>	<p>Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов и контрольных работ</p>
	<p>ОПК-1.2. Умеет собрать исходные данные об объекте исследования и выбрать соответствующий инструментарий для обработки информации</p>	<p>Знает: собирать данные об объекте исследования и выбрать соответствующий инструментарий для обработки информации. Умеет: собирать исходные данные об объекте исследования и выбрать соответствующий инструментарий для обработки информации. Владеет: методами сбора данных об объекте исследования и выбора соответствующий инструментарий для обработки информации.</p>	

	<p>ОПК-1.3. Владеет статистическими методами обработки информации, в том числе с применением информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>Знает: статистические методы обработки информации, в том числе с применением информационно-коммуникационных технологий. Умеет: применять статистические методы для обработки информации, в том числе с применением информационно-коммуникационных технологий. Владеет: статистическими методами обработки информации, в том числе с применением информационно-коммуникационных технологий</p>	
<p>ПК-5. Способен разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи</p>	<p>ПК-5.1. Знает разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи.</p>	<p>Знает: разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи. Умеет: разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи.. Владеет: навыками разработки и реализации в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи.</p>	<p>Изучение тем последовательно по модулям с последующим проведением коллоквиумов и контрольных работ.</p>
	<p>ПК-5.2. Умеет разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи.</p>	<p>Знает: разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи. Умеет: разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи.. Владеет: навыками разработки и реализации в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи.</p>	

	ПК-5.3. Владеет навыками разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи	Знает: разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи. Умеет: разрабатывать и реализовывать в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи. Владеет: навыками разработки и реализации в виде программного модуля алгоритм решения поставленной теоретической или прикладной задачи.	
--	---	---	--

2. Контрольные задания и иные материалы оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины «Теория оптимальных решений».

2.1. Задание для самостоятельной работы.

Модуль 1. Нелинейное и линейное программирование.

Исследовать отображение на дифференцируемости по Фреме и найти производные в случае дифференцируемости.

1. $f: R^2 \rightarrow R^2, f(x_1, x_2) = (x_1^3 + x_2^3, x_1 x_2), \vec{x} = (1, 2)$
2. $f: R^n \rightarrow R^1, f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^n x_i^2$
3. $f: H \rightarrow R^1, f(x) = \|x\|, H$ – гильбертово пространство.

Решить следующие задачи на экстремумы.

4. Вписать в круг треугольник с максимальной суммой квадратов сторон.
5. Найти наибольшую площадь четырехугольника с заданными сторонами.
6. Вписать в шар пространство R^n симплекс наибольшего объема.

Решить следующие конечномерные задачи.

7. $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \rightarrow extr, \vec{x} \in R^3$.
8. $-x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + x_1 + x_1 x_2 + 2x_3 \rightarrow extr, \vec{x} \in R^3$.
9. $4x_1 + 3x_2 \rightarrow extr, x_1^2 + x_2^2 = 4$.
10. $x_1 x_2^2 x_3^3 \rightarrow extr, x_1 + x_2 + x_3 = 1$.
11. $x_1^2 + x_2^2 \rightarrow extr, x_1^4 + x_2^4 \leq 1$.
12. $x_1^4 + x_2^4 \rightarrow extr, x_1^2 + x_2^2 \leq 1$.

Решить геометрически и симплекс – методом задачи линейного программирования.

13. $f(x_1, x_2) = -x_1 - 4x_2 \rightarrow \min; x_1 \leq 2, x_1 + 2x_2 \geq 2, x_2 \geq 2, x_1 + x_2 \leq 3, x_1, x_2 \geq 0.$

14. $f(x_1, x_2) = x_1 - 2x_2 \rightarrow \min; -x_1 + x_2 \leq 0, 2x_1 + x_2 \leq 3, x_1 - x_2 \leq 1, x_1, x_2 \geq 0.$

15. $f(x_1, x_2) = -2x_1 - x_2 \rightarrow \min; 2x_1 + x_2 \geq 1, 3x_1 - x_2 \geq -1, x_1 - 4x_2 \leq 2; x_1, x_2 \geq 0.$

Модуль 2. Выпуклое программирование и вариационное исчисления.

1. Найти субдифференциал нормы (как выпуклой однородной функции) в нормированном пространстве.
2. Доказать, что если $f: R^2 \rightarrow R$ и при этом $f^*(x) = f(x)$, то $f(x) = |x|^2/2$.
3. Вычислить субдифференциал $f(\vec{x}) = \max_i |x_i|, \vec{x} \in R^n$.
4. $x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 + 3|x_1 + x_2 + 2| \rightarrow \inf$.
5. $x_1^2 + x_2^2 + 2\max(x_1, x_2) \rightarrow \inf$.

Решить задачи Больца.

6. $\int_0^2 \dot{x}^2 dt + 4x^2(0) - 5x^2(2) \rightarrow \text{extr}$.

7. $\int_0^1 (\dot{x}^2 + x^2) dt + 6x^2(1) \rightarrow \text{extr}$.

8. $\int_0^3 (\dot{x}^2 + x^2) dt + 10x^2(3) - x(0) \rightarrow \text{extr}$.

Решить простейшие задачи классического вариационного исчисления.

9. $\int_1^e (x - t\dot{x}^2) dt \rightarrow \text{extr}; x(1) = 1, x(2) = 2$.

10. $\int_1^2 t^2 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; x(1) = 3, x(2) = 1$.

11. $\int_0^1 x^2 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; x(0) = 1, x(1) = \sqrt{2}$.

Решить изопериметрические задачи.

12. $\int_0^\pi \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \int_0^\pi x \cos t dt = \frac{\pi}{2}; x(0) = 1, x(\pi) = -1$

13. $\int_0^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \int_0^1 x e^{-t} dt = e; x(1) = 2, x(0) = 2e + 1$.

Решить задачи со старшими производными.

14. $\int_0^1 (24tx - \ddot{x}^2) dt \rightarrow \text{extr}; x(0) = \dot{x}(0) = x(1) = 0, \dot{x}(1) = 0,1$.

15. $\int_0^1 (\ddot{x}^2 - 24tx) dt \rightarrow \text{extr}; x(0) = \dot{x}(0) = 0, x(1) = 0,2; \dot{x}(1) = 1$.

2.2. Примерные контрольные вопросы к коллоквиумам.

Модуль 1. Нелинейное и линейное программирования.

1. Дайте определение производной по Фреше, приведите формулу для производной суперпозиции отображений.
2. Сформулируйте конечномерную теорему об обратной и неявной функции.
3. Приведите теорему о среднем в случае нормированного пространства, разъясните ее смысл.
4. Найдите первую и вторую производные отображения: $f: R^n \rightarrow R^1$.

5. Найдите первую производную отображения: $f: R^n \rightarrow R^m$.
6. Сформулировать необходимое условие для безусловного экстремума функции многих переменных.
7. Сформулировать достаточное условие безусловного экстремума функции многих переменных.
8. Сформулировать критерий Сильвестра проверки достаточных условий безусловного экстремума функции многих переменных.
9. Приведите постановку гладкой конечномерной задачи с ограничениями типа равенств. Что такое функция и вектор множителей Лагранжа?
10. Сформулировать необходимые условия экстремума в конечномерной задаче с ограничениями типа равенств.
11. Приведите алгоритм решения задачи на экстремум функции многих переменных в случае ограничений типа равенств.
12. Приведите постановку задачи минимизации функции многих переменных при ограничениях типа равенств и неравенств.
13. Сформулировать необходимые условия экстремума в задаче со смешанными ограничениями.
14. В чем состоит условие дополняющей нежесткости в необходимых условиях экстремума задачи с ограничениями типа неравенств?
15. В чем состоит условие неотрицательности множителей Лагранжа в необходимых условиях экстремума задачи с ограничениями типа неравенств?
16. Приведите условие стационарности в задачах минимизации функций многих переменных с ограничениями.

17. Сформулируйте задачу об оптимальном выпуске продукции.
18. Приведите постановку транспортной задачи.
19. Напишите общую задачу линейного программирования. Укажите ее частные случаи.
20. В чем состоит эквивалентность основной и канонической задач линейного программирования?
21. Дайте определение области допустимых элементов задачи линейного программирования. Приведите пример в случае размерности $n = 2, 3$.
23. Дайте определение угловой точки ОДР. Приведите примеры для случая $n = 2, 3$.
24. Сформулируйте критерий угловатости точки в случае канонической задачи линейного программирования.
25. Описать алгоритм графического решения задачи линейного программирования.
26. Объясните алгоритм преобразования основной задачи к каноническому виду.
27. Описать алгоритм выбора базисных переменных, угловой точки и составления первичной симплекс – таблицы.
28. Сформулировать признак оптимальности угловой точки через оценки Δ_i .

29. В каком случае задача линейного программирования не имеет решения? Свяжите ответ с оценками Δ_i .
30. Сформулировать правила пересчета ограничений, оценок задачи линейного программирования при переходе к новому базису.
31. Всегда ли решение задачи линейного программирования, записанной в канонической форме может быть найдено за конечное число шагов?

Модуль 2. Выпуклое программирование и вариационное исчисление.

1. Дайте определение выпуклого множества. Сформулировать его геометрический смысл. Какое множество называется конусом?
2. Эффективное множество и надграфик. Собственный функционал. Выпуклый однородный функционал.
3. Выпуклые множества в нормированных пространствах, их свойства. Ядро множества.
4. Выпуклые функционалы. Неравенство Йенсена, критерий выпуклости.
5. Отделимость выпуклых множеств в нормированных пространствах. Приведите пример в случае пространства R^n .
6. Теорема отделимости в конечномерном случае.
7. Субдифференциал функционала. Субдифференциал выпуклой однородной функции.
8. Субдифференциал дифференцируемого функционала.
9. Выпуклая задача без ограничений. Необходимое условие экстремума.
10. Сформулируйте задачу выпуклого программирования. В чём состоит принцип максимума для функции Лагранжа.
11. Приведите постановку задачи выпуклого программирования. Приведите условия дополняющей надёжности и не отрицательности множителей Лагранжа из теоремы Куна-Таккера.
12. В каком случае принципы максимума для функции Лагранжа, условия дополняющей надёжности и неотрицательности множителей Лагранжа являются достаточными в теореме Куна-Таккера?
13. В чём состоит условие Слейтера из теоремы Куна-Таккера?
14. Сформулировать основную лемму вариационного исчисления.
15. Приведите формулировку леммы Дюбуа-Реймона.
16. Сформулируйте задачу Больца, приведите необходимые условия экстремума.
17. Приведите алгоритм, правило решения задачи Больца.
18. Сформулировать простейшую задачу вариационного исчисления, напишите необходимые условия экстремума.
19. Приведите постановку изопериметрической задачи, укажите функцию Лагранжа этой задачи.
28. Сформулируйте необходимые условия экстремума для изопериметрической задачи.
29. Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.

30. Необходимое условие экстремума в задаче Лагранжа, уравнение Эйлера-Лагранжа.

31. Сформулировать задачу со старшими производными.

32. Необходимые условия экстремума в задаче со старшими производными, правило решения задачи.

2.3. Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля

Правильный ответ	Формулировка тестового задания
1)	Производная отображения $F: C([0,1]) \rightarrow R, F(x(\cdot)) = x^2(1)$ есть отображение: 1) $F'(x(\cdot))[y(\cdot)] = 2x(1)y(1)$; 3) $F'(x(\cdot))[y(\cdot)] = y^2(1)$; 2) $F'(x(\cdot))[y(\cdot)] = 2y(1)$; 4) $F'(x(\cdot))[y(\cdot)] = x^2(1)y^2(1)$.
2)	Производная отображения $F: R^n \rightarrow R^m, F(\vec{x}) = A\vec{x}$, где A – матрица порядка $m \times n$, есть отображение: 1) $F'(\vec{x})[h] = (\vec{x}, \vec{h})$; 3) $F'(\vec{x})[h] = A\vec{x}$; 2) $F'(\vec{x})[h] = A\vec{h}$; 4) $F'(\vec{x})[h] = \vec{x} + \vec{h}$.
3)	Величины A и B связаны соотношением $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{30}$, причём $40 \leq A \leq 60, 60 \leq y \leq 120$. Величина A принимает наименьшее значение при следующем значении величины B : 1) 60; 2) 80; 3) 120; 4) 100.
4)	Функция $f(\vec{x}) = x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1 + x_2$ достигает минимальное значение в точке: 1) (0 ; 1); 2) (1 ; 1); 3) (2 ; 1); 4) (1 ; 0).
1)	Конечномерная задача без ограничений $f(\vec{x}) = x_1x_2 + \frac{50}{x_1} + \frac{20}{x_2}$ имеет точку экстремума: 1) (5 ; 2) $\in loc\ min$; 3) (5 ; 2) $\in loc\ max$; 2) (2 ; 5) $\in loc\ min$; 4) (2 ; 5) $\in loc\ max$;
2)	Конечномерная задача $4x_1 + 3x_2 \rightarrow extr, x_1^2 + x_2^2 = 1$ имеет следующие стационарные точки: 1) $\left(-\frac{3}{5}; -\frac{4}{5}\right)$; 2) $\left(-\frac{4}{5}; -\frac{3}{5}\right)$ 3) $\left(\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$; $\left(\frac{4}{5}; \frac{3}{5}\right)$; 4) (0; 1); (1; 0).

3)	<p>Каноническая задача линейного программирования:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) содержит ограничение типа строгого неравенства; 2) всегда имеет конечное решение; 3) содержит только ограничения типа равенств; 4) содержит ограничения только типа неравенств.
4)	<p>Область допустимых элементов задачи линейного программирования в R^2 задана неравенствами $x_1 + x_2 \geq 6, x_1 + x_2 \leq 12, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$. Тогда число угловых точек этой области равно:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) 3; 2) 5; 3) 6; 4) 4.
1)	<p>Задача линейного программирования $L(\vec{x}) = -x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$, $\left\{ \begin{array}{l} x_1 \geq 0, x_1 \leq 3, \\ x_2 \geq 0, x_2 \leq 3 \end{array} \right\}$ имеет решение:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\vec{x}_{\text{опт}} = (+3; +3), L_{\min} = -9;$ 2. $\vec{x}_{\text{опт}} = (+3; 0), L_{\min} = -3;$ 3. $\vec{x}_{\text{опт}} = (0; 3), L_{\min} = -6;$ 4. $\vec{x}_{\text{опт}} = (2; 3), L_{\min} = -8;$
2)	<p>Для выпуклости собственного функционала f необходимо и достаточно:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) дифференцируемость f во всех точках; 2) выполнение неравенства Иенсена; 3) ограниченность функционала f; 4) непрерывность функционала f.
3)	<p>Для того чтобы точка \hat{x} доставляла в выпуклой задаче без ограничений $f(x) \rightarrow \inf$ абсолютный минимум, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Существовал субдифференциал $\partial f(\hat{x})$; 2) Функционал f был дифференцируем; 3) Выполнялось включение $0 \in \partial f(\hat{x})$; 4) Выполнялось условие $\partial f(\hat{x}) = f(\hat{x})$.
1)	<p>Если точка \hat{x} является решением задачи выпуклого программирования, то:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) имеет место принцип минимума для функции Лагранжа; 2) не имеет место условие дополняющей нежесткости; 3) все множители Лагранжа $\lambda_i \leq 0$; 4) в точке \hat{x} целевой функционал дифференцируем.
1)	<p>Уравнение Эйлера простейшие задачи вариационного исчисления</p>

	$\int_0^1 (\dot{x}^2 - x^2) dt \rightarrow extr; x(0) = x(1) = 0$ имеет вид: 1) $x'' + x = 0$; 2) $x'' - x = 0$; 3) $x'' - 2x = 0$; 4) $x'' - x^2 = 0$;
1)	Уравнение Эйлера для простейшей задачи классического вариационного исчисления имеет вид: 1) $\frac{d}{dt} \hat{L}_{\dot{x}}(t) = \hat{L}_x(t)$; 2) $\hat{L}_{\dot{x}}(t) = \frac{d}{dt} \hat{L}_x(t)$; 3) $\frac{d}{dt} \hat{L}_{\dot{x}}(t) = -\hat{L}_x(t)$; 4) $\hat{L}_{\dot{x}}(t) = -\frac{d}{dt} \hat{L}_x(t)$;
2)	Решение простейшей задачи вариационного исчисления $\int_0^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow extr; x(0) = 1, x(1) = 0$ имеет вид: 1) $(1+t) \in \text{absmin}$; 2) $(t-1) \in \text{absmin}$; 3) $(1-t) \in \text{absmin}$; 4) $(t^2+1) \in \text{absmin}$
3)	Условие трансверсальности в задаче Больца задаются выражением: 1) $\hat{L}_{\dot{x}}(t_i) = \hat{l}_{x_i}, i = 0,1$; 2) $\hat{L}_{\dot{x}}(t_i) = (-1)^2 \hat{l}_{x_i}, i = 0,1$; 3) $\hat{L}_{\dot{x}}(t_i) = -\hat{l}_{x_i}, i = 0,1$; 4) $\hat{L}_{\dot{x}}(t_i) = -t_i \hat{l}_{x_i}, i = 0,1$.
4)	Функция Лагранжа изопериметрической задачи $\int_0^1 (\dot{x}^2 - x^2) dt \rightarrow inf; \int_0^1 x dt = 0, x(1) = x(2) = 0$ имеет вид: 1) $\lambda_0(\dot{x}^2 - x^2) - \lambda_1 x^2$; 2) $\lambda_0 \dot{x}^2 + \lambda_1 x^2$; 3) $\lambda_0(\dot{x}^2 + x^2) - \lambda_1 x^2$; 4) $\lambda_0(\dot{x}^2 - x^2) + \lambda_1 x$.
2)	Уравнение Эйлера-Пуассона для задачи со старшими производными: $\int_0^1 \ddot{x}^2 dt \rightarrow extr; x(0) = \dot{x}(0) = x(1) = \dot{x}(1) = 0$ имеет вид: 1) $x^{(3)}(t) = 0$; 2) $x^{(4)}(t) = 0$; 3) $x^{(5)}(t) = 0$; 4) $x^{(6)}(t) = 0$;
3)	Задача Больца задается в пространстве: 1) $C([t_0; t_1])$; 2) $C^{(4)}([t_0; t_1])$; 3) $C^{(1)}([t_0; t_1])$; 4) $C^{(2)}([t_0; t_1])$;
4)	Допустимый управляемый процесс $\xi(t)$ является элементом: 1) задачи Больца; 2) изопериметрической задачи; 3) задачи со старшими производными; 4) задачи оптимального управления.

2.4. Варианты контрольных работ для текущего контроля

Контрольная работа №1.

Вариант №1.

1. Найти производную по Фреше отображения: $F(x(\cdot)) = \int_{-1}^1 x^3(t)dt$,

$$F: C([-1; 1]) \rightarrow R.$$

2. Решить конечномерную задачу без ограничений:

$$x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_2^2 + \frac{1}{3}x_3^3 - 2x_1 + 2x_2 - x_3 \rightarrow \text{extr.}$$

3. Решить конечномерную задачу с ограничением типа равенства:

$$x_1^2 + 2x_2^2 + 5x_3^2 \rightarrow \text{extr}; \quad 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 19.$$

Вариант №2.

1. Найти производную по Фреше отображения:

$$F(x(\cdot)) = x^2(1)x(-1), F: C([-1; 1]) \rightarrow R.$$

2. Вычислить экстремумы в безусловной конечномерной задаче:

$$2x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 - \frac{2}{3}x_3^3 + 4x_1 + x_2 + 4x_3 \rightarrow \text{extr.}$$

3. Решить конечномерную задачу:

$$2x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 \rightarrow \text{extr}, \quad -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 26$$

Вариант №3.

1. Найти производную по Фреше

$$\text{отображения: } F(x(\cdot)) = \left(\int_{-1}^1 x(t)dt \right)^2, F: C([-1; 1]) \rightarrow R.$$

2. Решить конечномерную задачу без ограничений:

$$-x_1^2 + 2x_1x_2 - 2x_2^2 - \frac{1}{3}x_3^3 - 2x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \text{extr.}$$

3. Решить конечномерную задачу с ограничением типа равенства:

$$-2x_1 + 2x_2 + x_3 = 24.$$

Вариант №4.

1. Найти производную по Фреше

$$\text{отображения: } F(x(\cdot)) = \int_{-1}^1 x^3(t)e^t dt, F: C([-1; 1]) \rightarrow R.$$

2. Решить конечномерную задачу без ограничений:

$$-2x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2 + \frac{2}{3}x_3^3 + 4x_1 + x_2 + 4x_3 \rightarrow \text{extr.}$$

3. Решить конечномерную задачу с ограничением типа равенства:

$$x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_3^2 \rightarrow \text{extr}, \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = 42.$$

Контрольная работа №2.

Вариант №1.

1. Решить геометрическим способом и симплекс-методом задачу линейного программирования:

$$L(\vec{x}) = -4x_1 - 10x_2 \rightarrow \min; \begin{cases} -3x_1 + 4x_2 \leq 24, & 2x_1 + x_2 \leq 17, \\ 3x_1 - x_2 \leq 18; & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант №2.

1. Решить геометрическим способом и симплекс-методом задачу линейного программирования:

$$L(\vec{x}) = -5x_1 - 3x_2 \rightarrow \min; \begin{cases} 5x_1 + 4x_2 \geq 20, & x_1 + x_2 \leq 12, \\ 2x_1 - x_2 \leq 12; & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант №3.

1. Решить геометрическим способом и симплекс-методом задачу линейного программирования:

$$L(\vec{x}) = -6x_1 - 8x_2 \rightarrow \min; \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 \leq 30, & x_1 + x_2 \leq 13, \\ 5x_1 - 2x_2 \leq 15; & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант №4.

1. Решить геометрическим способом и симплекс-методом задачу линейного программирования:

$$L(\vec{x}) = -5x_1 - 4x_2 \rightarrow \min; \begin{cases} 3x_1 + 8x_2 \geq 24, & -x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + 2x_2 \leq 14; & x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Контрольная работа №3.

Вариант №1.

1. Найти стационарные кривые в задаче Больца:

$$\int_1^2 t^2 \dot{x}^2 dt - 2x(1) + x^2(2) \rightarrow \text{extr.}$$

2. Решить простейшую задачу вариационного исчисления:

$$\int_0^{3/2} (\dot{x}^3 + 2x) dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 0, \quad x\left(\frac{3}{2}\right) = 1.$$

3. Определить стационарные кривые изопериметрической задачи:

$$\int_0^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_0^1 x dt = 2, \quad x(0) = x(1) = 0.$$

Вариант № 2.

1. Найти стационарные кривые в задаче Больца:

$$\int_0^1 (\dot{x}^2 + x^2) dt - 2x(1)sh(1) \rightarrow \text{extr.}$$

2. Решить простейшую задачу вариационного исчисления:

$$\int_0^2 (\dot{x}^2 + 2x) dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 0, \quad x(2) = 2.$$

3. Определить стандартные кривые изопериметрической задачи:

$$\int_0^1 x^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_0^1 t x dt = 0, \quad x(0) = 1, \quad x(1) = 2.$$

Вариант 3.

1. Найти стационарные кривые в задаче Больца:

$$\int_0^3 (\dot{x}^2 + x^2) dt + 6x^2(3) \rightarrow \text{extr}.$$

2. Решить простейшую задачу вариационного исчисления:

$$\int_0^1 (x^2 - x) dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 1.$$

3. Определить стационарные кривые изопериметрической задачи:

$$\int_0^\pi x^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_0^\pi x \sin t dt = 1, \quad x(0) = x(\pi) = 0.$$

Вариант 4.

1. Найти стационарные кривые в задаче Больца:

$$\int_0^1 e^x \dot{x}^2 dt + 4e^{x(0)} + 32e^{-x(1)} \rightarrow \text{extr}.$$

2. Решить простейшую задачу вариационного исчисления:

$$\int_0^1 \dot{x} e^x dt \rightarrow \text{extr}; \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 2.$$

3. Определить стандартные кривые изопериметрической задачи:

$$\int_1^2 t^2 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr}; \quad \int_1^2 t x dt = \frac{7}{3}, \quad x(1) = 1, \quad x(2) = 2.$$

2.5. Вопросы для контроля самостоятельной работы студента

1. Производная по направлению, вариации по Лагранжу.
2. Производные высших порядков операторов. Формула Тейлора.
3. Теорема о полном дифференциале для операторов.
4. Элементы выпуклого анализа, основные сведения.
5. Субдифференциал и его свойства.
6. Достаточные условия экстремума в безусловной задаче.
7. Правило множителей Лагранжа в задачах с ограничениями.
8. Теорема Куна-Таккера в задаче выпуклого программирования.
9. Целочисленное линейное программирование.
10. Принципы Лагранжа в задачах классического вариационного исчисления.
11. Задачи со старшими производными.
12. Задача с подвижными концами, ее особенности.

13. Принципы Лагранжа в задаче оптимального уравнения.
14. Постановка задачи оптимального уравнения, ее частные случаи.
15. Принципы Лагранжа для Ляпуновских задач.

2.6 Примерный перечень вопросов к экзамену по дисциплине

1. Основные этапы развития методов оптимизации. Задачи оптимизации.
2. Конечномерная задача без ограничений. Необходимые и достаточные условия экстремума.
3. Конечномерная задача с ограничениями типа равенств.. Необходимые и достаточные условия экстремума.
4. Конечномерная задача с ограничениями типа равенств и неравенств. Необходимые и достаточные условия экстремума.
5. Задача линейного программирования, основная и канонические задачи.
6. Область допустимых элементов. Угловые точки, критерий угловатости.
7. Графический способ решения задачи линейного программирования.
8. Симплекс метод решения задачи линейного программирования.
9. Выпуклые множества и выпуклые функционалы.
10. Субдифференциал функционала и его свойства.
12. Выпуклая задача без ограничений.
13. Задача выпуклого программирования, теорема Куна-Такера.
14. Основная лемма вариационного исчисления. Лемма Дюбуа-Реймона.
15. Задача Больца, необходимые условия экстремума.
16. Простейшая краевая задача, необходимые условия экстремума.
17. Изопериметрическая задача, необходимые условия экстремума.
18. Задача Лагранжа, необходимые условия экстремума.
19. Задача с подвижными концами, необходимые условия экстремума.
20. Задача со старшими производными, необходимые условия экстремума.
21. Задача оптимального управления, принцип минимума.
22. Принцип Лагранжа в задаче оптимального управления.
23. Игольчатые вариации.
24. Редукция к конечномерной задаче.
25. Принцип максимума Понтрягина.

2.7. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Критерии оценивания по видам контроля

Критерии оценки по коллоквиуму

По данному модулю студенту выставляются:

- 1) 5 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* их иллюстрировать на различных примерах;
- 2) 15 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать различные из них;
- 3) 20 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать их.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля

Критерии оценки по контрольной работе

Если студент *владеет по данному модулю навыками* решения типичных задач, то *по этому модулю* ему выставляются:

- 1) 50 баллов;
- 2) 40 баллов в случае наличия неточностей;
- 3) 20 баллов в случае наличия некоторых допустимых ошибок.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Доклад - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Реферат - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.

Критерии оценки по докладу, реферату

Если студент *по теме данного модуля* самостоятельно *подготовил доклад и выступил* с этим докладом публично или написал реферат и раскрыл тему реферата, то ему выставляются 10 баллов, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающаяся из текущего контроля-50% и промежуточного контроля -50%.

Текущий контроль по дисциплине включает:

- посещение занятий-10 баллов,
- участие на практических занятиях-10 баллов,
- коллоквиум-40 баллов,

-выполнение аудиторных контрольных работ-40 баллов.

Промежуточный контроль по дисциплине включает:

-устный опрос (экзамен) – 100 баллов.

Оценку "отлично" заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание предусмотренного программой материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка **"отлично"** выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала. Студент должен уметь примеры и задачи, предложенные к предстоящему экзамену.

Оценку "хорошо" заслуживает студент, обнаруживший полное знание программного материала успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка **"хорошо"** выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению. Иными словами, допускается незнание некоторых сложных фактов и доказательств теорем.

Оценку "удовлетворительно" заслуживает студент, обнаруживший знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Удовлетворительной отметкой оценивается ответ, в котором имеются погрешности при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется студенту, в ответе которого обнаружены пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка **"неудовлетворительно"** ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Рекомендуемые границы оценок:

- «отлично» - не менее 86% правильных ответов,**
«хорошо» - 66-85% правильных ответов,
«удовлетворительно» - 51-65% правильных ответов,
«неудовлетворительно» - менее 50% правильных ответов.