



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
Стохастический анализ

Кафедра прикладной математики факультета математики и компьютерных наук

**Образовательная программа бакалавриата
02.03.01 - Математика и компьютерные науки**

Направленность (профиль) программы
Математический анализ и приложения

Форма обучения
Очная

Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП

Махачкала, 2022

Фонд оценочных средств по дисциплине "Стохастический анализ" составлена в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки - 02.03.01 Математика и компьютерные науки (уровень бакалавриата) от 23.08.2017 г. № 807

Разработчик: кафедра прикладной математики, Кадиев Р.И. д.ф.-м.н. профессор

Фонд оценочных средств по дисциплине " Стохастический анализ " одобрена на заседании кафедры прикладной математики от « 25 » февраля 2022г., протокол №6 .

Зав. кафедрой  Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от « 24 » марта 2022 г., протокол №4.

Председатель  Ризаев М.К.

Фонд оценочных средств по дисциплине " Стохастический анализ " согласована с учебно-методическим управлением «31» марта 2022 г.

Начальник УМУ  Гасангаджиева А.Г.

(подпись)

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ по дисциплине "Многомерные статистические методы анализа"

1.1. Основные сведения о дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы (108 академических часа).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	б семестр	всего
Общая трудоёмкость	108	108
Контактная работа:	32	32
Лекции (Л)	16	16
Практические занятия (ПЗ)		
Лабораторные занятия (ЛЗ)	16	16
Консультации		
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)		
Самостоятельная работа: - подготовка к контрольной работе; - самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовка к практическим занятиям; - подготовка к коллоквиумам; - подготовка к рубежному контролю)	76	76
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	зачет	

1.2. Требования к результатам обучения по дисциплине, формы их контроля и виды оценочных средств

№ п/п	Контролируемые модули, разделы, (темы) дисциплины, их наименование	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства	Способ контроля
1	Основные понятия теории вероятностей.	УК-1, ОПК-2, ПК-1	Доклады Лабораторная работа	Устно Защита лабораторной работы
2	Основные понятия теории случайных процессов.	УК-1, ОПК-2, ПК-1	Устный опрос Лабораторная работа	Устно Защита лабораторной работы
3	Интеграл Ито. Формула Ито.	УК-1, ОПК-2, ПК-1	Тест Лабораторная работа	Тестирование Защита лабораторной работы
4	Модели финансовых процессов.	УК-1, ОПК-2, ПК-1	Доклады Лабораторная работа	Устно Защита лабораторной работы
5	Модели ГСБ-1. Броуновское движение.	УК-1, ОПК-2, ПК-1	Устный опрос Лабораторная работа	Устно Защита лабораторной работы
6	Дифференциальные уравнения Ито.	УК-1, ОПК-2, ПК-1	Тест Лабораторная	Тестирование

			работа	Защита лабораторной работы
7	Линейные дифференциальные уравнения Ито.	УК-1, ОПК-2, ПК-1	Устный опрос Лабораторная работа	Устно Защита лабораторной работы

1.3. Показатели и критерии определения уровня сформированности компетенций

№ п/п	Код компетенции	Уровни сформированности компетенции			
		Недостаточный	Удовлетворительный (достаточный)	Базовый	Повышенный
1	УК-1	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня	Наличие признаков удовлетворительных знаний. Знает: основные принципы сбора и обработки информации Умеет: классифицировать и систематизировать различные явления в рамках избранных видов профессиональной деятельности. Владеет: навыками работы с информационными источниками, математическими редакторами и соответствующими пакетами программ.	Наличие признаков хороших знаний. Знает: принципы математического моделирования разнородных явлений. Умеет: системно подходить к решению задач на разнородные явления в области математики и компьютерных наук. Владеет: навыками систематизации разнородных явлений путем математических интерпретаций и оценок.	Наличие признаков отличных знаний. Знает: современные методы сбора и анализа научного материала с использованием информационных технологий. Умеет: применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных. Владеет: навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования.
2	ОПК-2	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня	Наличие признаков удовлетворительных знаний. Знает: использование математического аппарата и программирование для решения прикладных задач. Умеет: решать прикладные задачи, используя математические методы и системы программирования. Владеет: практическим опытом решения прикладных	Наличие признаков хороших знаний. Знает: основные методы научных исследований в области современного математического анализа. Умеет: строго доказывать математическое утверждение, сформулировать и анализировать научный результат. Владеет: некоторыми	Наличие признаков отличных знаний. Знает: различные способы критического анализа и оценки современных научных достижений. Умеет: критически анализировать современные научные достижения. Владеет: навыками самостоятельной научно-исследовательской

			задач.	навыками решения конкретных задач математического анализа в соответствии с выбранной методикой.	работы.
3	ПК-1	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня	Наличие признаков удовлетворительных знаний. Знает: собирать и обрабатывать данные, полученные в различных областях наук. Умеет: ставить и решать конкретные математические задачи в рамках собственной научно-исследовательской деятельности. Владеет: современными математическими методами в научных исследованиях в стохастическом анализе.	Наличие признаков хороших знаний. Знает: основные результаты и методы решения задач, разработанные к настоящему времени в области выбранной научной тематики. Умеет: определять задачи в связи с поставленной целью, а также объект и предмет научного исследования в соответствии с выбранной методикой. Владеет: навыками четкого и аргументированного изложения основных положений научного исследования, ясной демонстрации элементов научной новизны.	Наличие признаков отличных знаний. Знает: основные методы работы с ресурсами сети Интернет. Умеет: применять современные методы и средства автоматизированного анализа и систематизации научных данных. Владеет: навыками использования информационных технологий в организации и проведении научного исследования.

2. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ОЦЕНКИ знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины "Стохастический анализ"

Вопросы для оценки качества освоения дисциплины

Тема 1.

1. Дать определение вероятностного пространства.
2. Дать определение случайной величины и их числовых и функциональных характеристик.

Тема 2.

1. Дать определение случайного процесса и характеристик случайных процессов.
2. Дать определение Марковского случайные процессы.
3. Дать определение Винеровского процесса.

Тема 3

1. Дать определение интегралов Римана, Лебега и Стильеса.
2. Как стоит интеграл Ито.
3. Указать свойства интеграла Ито.

Тема 4.

1. Формула Ито для одномерного случая.
2. Вычисление некоторых интегралов Ито, используя формулу Ито.

Тема 5.

1. Что является объектом исследования финансовой эконометрики.
2. Временные ряды финансовых процессов.
3. Гипотезы финансовой эконометрики.

Тема 6.

1. Модели ГСБ-1.
2. Броуновское движение.
3. Модели временных рядов финансовых показателей.

Тема 7.

1. Определение дифференциального уравнения Ито.
2. Существование и единственность решения для дифференциального уравнения Ито.

Тема 8.

1. Определение линейного дифференциального уравнения Ито.
2. Формула Коши для решений линейных дифференциальных уравнений Ито.

Типовые контрольные работы.

Контрольная работа 1

1. Случайный процесс $x(t)$ задается уравнением $x(t) = t^2 + \xi(\omega), t \geq 0$, где $\xi(\omega)$ - случайная величина равномерно распределенная на отрезке $[-2, 2]$. Описать множество траекторий и сечений случайного процесса $x(t)$.
2. Найти характеристики случайного процесса $x(t) = \xi(\omega) \sin t + \cos t, t \geq 0$, где $\xi(\omega)$ - случайная величина с характеристиками $M(\xi) = 3, D(\xi) = 0, 2$.

Контрольная работа 2.

1. Вычислить Интегралы Ито $\int_0^t W(s) dW(s), \int_0^t (W(s) + W(s)^3) dW(s)$.
2. Решить дифференциальное уравнение Ито
 - а) $dx(t) = tx(t)dt + 4dW(t), t \geq 0$,
 - б) $dx(t) = tx(t)dt + 4x(t)dW(t), t \geq 0$,
 - в) $dx(t) = tx(t)dt + 4x(t)dW(t) + tdt, t \geq 0$.

Критерии оценки:

- «зачтено» выставляется студенту, если получены ответы на 50% заданий;
- «не зачтено» выставляется студенту, если количество правильных ответов меньше 50%.

Тесты

1. Для того, чтобы два случайных процесса были стохастически эквивалентными необходимо, чтобы:
 1. все их реализации совпадали;
 2. их реализации различались лишь на множестве вероятностной меры нуль;
 3. эти процессы были стохастически непрерывными.

Ответ:

2. Математическое ожидание скалярного случайного процесса можно определить, если известна его:
 1. двумерная плотность распределения вероятностей;
 2. корреляционная функция;
 3. дисперсия.

Ответ:

3. Конечномерные распределения двух скалярных процессов совпадают, если процессы:

1. определены на одном и том же вероятностном пространстве;
2. стохастически эквивалентны;
3. стационарны в узком смысле.

Ответ:

4. Дисперсия случайного скалярного процесса однозначно определяется:

1. его математическим ожиданием;
2. его характеристической функцией;
3. центральным моментом первого порядка.

Ответ: 2.

5. Достаточным условием стационарного процесса в широком смысле является:

1. постоянство во времени его математического ожидания;
2. его стохастическая непрерывность;
3. стационарность в узком смысле.

Ответ:

6. Некоррелированность двух случайных процессов означает, что:

1. они независимы;
2. процессы $\bar{0}$ -коррелированы;
3. их взаимная корреляционная функция равна нулю.

Ответ:

7. В общем случае пуассоновский процесс предполагает, что порождающий его поток событий:

1. ординарен;
2. регулярен;
3. ординарен и стационарен;
4. стационарен.

Ответ:

8. Если известно, что случайный процесс является стандартным винеровским, то из этого следует, что его дисперсия:

1. экспоненциально возрастает;
2. равна единице;
3. монотонно растет со временем.

Ответ:

9. Винеровский процесс:

1. дифференцируем;
2. имеет с вероятностью 1 на любом конечном интервале времени ограниченную вариацию;
3. стохастически непрерывен в смысле среднего квадратичного.

Ответ:

10. Марковское свойство случайного процесса предполагает, что между эволюцией случайного процесса "в будущем" (относительно некоторого момента времени t) и его поведением "в прошлом" существует:

1. независимость;
2. некоррелированность;
3. условная независимость.

Ответ:

11. Известно, что корреляционная функция не симметрична относительно перестановки своих аргументов. Это означает, что соответствующий случайный процесс является:

1. нестационарным;
2. эргодическим;
3. комплексным.

Ответ:

12. Семейство конечномерных распределений скалярного гауссовского случайного

процесса полностью определяется:

1. его корреляционной функцией;
2. одномерной функцией распределения;
3. математическим ожиданием и корреляционной функцией.

Ответ: 3.

13. Цепь Маркова с конечным числом состояний имеет предельные (финальные) вероятности, если:

1. начальное распределение в пространстве состояний равномерно;
2. все вероятности одношаговых переходов положительны;
3. существует хотя бы одно поглощающее состояние.

Ответ:

14. Пуассоновский процесс можно рассматривать, как частный случай случайного процесса рождения - гибели с интенсивностью гибели, равной нулю, однако при этом теряется такое свойство процесса как:

1. его однородность;
2. стохастическая непрерывность;
3. наличие стационарных состояний.

Ответ:

15. Размеченный граф процесса рождения - гибели не включает в себя:

1. невозвратные состояния;
2. поглощающие состояния;
3. запрещенные состояния.

50. Стохастический интеграл Стратоновича отличается от интеграла Ито:

1. классом интегрируемых случайных функций;
2. правилом организации выборки;
3. используемой стохастической мерой.

Ответ:

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если верно и правильно выполнено 90%-100% заданий;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если верно и правильно выполнено 70%-80% заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если верно и правильно решено 50%-60% заданий, возможны некоторые исправления при решении;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если верно выполнено менее 50% заданий;

Вопросы к зачету.

1. Понятие случайного процесса. Конечномерные распределения. Условия существования случайного процесса с заданными конечномерными распределениями.
2. Гауссовские процессы. Их задание и существование.
3. Броуновское движение и винеровский мост. Конечномерные распределения винеровского процесса.
4. Процессы с независимыми приращениями. Задание их конечномерных распределений в случае их стационарности и стохастической непрерывности.
5. Марковские процессы. Цепи Маркова. Распределение времени пребывания устойчивой цепи в фиксированном состоянии.

6. Системы дифференциальных уравнений Колмогорова для цепей Маркова с непрерывным временем устойчивого типа.
7. Стационарные распределения марковских цепей устойчивого типа. Формулы для их определения.
8. Цепь Маркова со счетным множеством состояний. Вероятности перехода. Стохастические матрицы. Примеры.
9. Классификация состояний цепи Маркова по признакам существенности. Поглощающее состояние. Блочная структура матрицы перехода.
10. Возвратные и периодические состояния дискретной цепи Маркова. Теорема о возвратности.
11. Неразложимая цепь Маркова. Теорема солидарности.
12. Стохастический интеграл Ито.
13. Формула Ито.
14. Уравнения Ито.
15. Линейные уравнения Ито.

Критерии оценивания:

- «зачтено» выставляется студенту, если студентом дан ответ, свидетельствующий о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, сформированными навыками анализа явлений, процессов, умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа.

Допускается несколько ошибок в содержании ответа;

- «не зачтено», если студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности, выводы поверхностны, т.е. студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя