МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждениевысшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук
Кафедра математического анализа

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине
«Математический анализ»

Кафедра математического анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа бакалавриата
01.03.05 – Статистика

Направленность (профиль) программы
Анализ больших данных

Форма обучения
Очная

Статус дисциплины: ***Входит в обязательную часть ОПОП***

Махачкала, 2023

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ» составлена в 2023 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО бакалавриата по направлению подготовки 01.03.05 - статистика от 14.08.2020 г. № 1032

Разработчики:

1. кафедра математического анализа, Аджиева Х.И. к.ф.-м. н., доцент;

Фонд оценочных средств по дисциплине «Математический анализ» одобрен:
на заседании кафедры МА от «19» 01 2023 г., протокол № 5

Зав. кафедрой Рамазанов А.-Р.К.

на заседании Методической комиссии МИКН факультета от «25» января 2023г., протокол № 4.

Председатель Ризаев М.К.

Фонд оценочных средств «Математический анализ» согласован с учебно-методическим управлением

«20» февраля 2023г.

Рецензент (эксперт):

Магомед-Касумов М.Г.

(полное наименование организации и должности руководителя) *(подпись)*

М.П.

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ по дисциплине «Математический анализ»

1.1. Основные сведения о дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц (252 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов			
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	всего
Общая трудоёмкость	72	72	108	252
Контактная работа:	34	32	32	98
Лекции (Л)	18	16	16	50
Практические занятия (ПЗ)	16	16	16	48
Лабораторные занятия (ЛЗ)	-	-	-	-
Консультации				
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	зачет	экзамен	экзамен	
Самостоятельная работа				
1. работа с лекционным материалом, с учебнойлитературой	5	10	10	25
2. опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	5	10	10	25
3. выполнение домашних заданий, домашних контрольныхработ	5	5	5	15
4. подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям	5	5	5	15
5. подготовка к контрольным работам, коллоквиумам,зачету	18	10	10	38
6. подготовка к контрольным работам, коллоквиумам,зачету		36	36	72

1.2. Требования к результатам обучения по дисциплине, формы их контроля и виды оценочных средств

ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Математический анализ»

№ п/п	Контролируемые модули, разделы(темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или её	Оценочные средства		Способ контроля
			наименование	№ заданий	

		части)			
1	**Модуль 1.** Начала анализа. Предел и непрерывность функции одной переменной	УК-1 ПК-1	Вопросы для коллоквиума	1-12	уст но
		УК-1 ПК-1	Варианты контрольной работы	1	письменно
		УК-1 ПК-1	Практические занятия		письменно
2	**Модуль 2.** Дифференциальное исчисление функции одной переменной	УК-1 ПК-1	Вопросы для коллоквиума	13-21	устн о
		УК-1 ПК-1	Варианты контрольной работы	1	письмен но
		УК-1 ПК-1	Практически е занятия		письмен но
3	**Модуль 3.** Неопределенный интеграл. Определенный интеграл Римана	УК-1 ПК-1	Вопросы для коллоквиума	22-29	устн о
		УК-1 ПК-1	Варианты контрольной работы		письмен но
		УК-1 ПК-1	Практически е занятия		письмен но
4	**Модуль 4.** Непрерывность и дифференциальное исчисление функций многих переменных	УК-1 ПК-1	Вопросы для коллоквиума	30-37	устн о
		УК-1 ПК-1	Варианты контрольной работы		пись менн о
		УК-1 ПК-1	Практически е занятия		пись менн о
5	**Модуль 5.** Числовые ряды. Знакопеременные ряды	УК-1 ПК-1	Вопросы для коллоквиума	38-46	устн о
		УК-1 ПК-1	Варианты контрольной работы		письмен но
		УК-1 ПК-1	Практически е занятия		письмен но

1.3. Показатели и критерии определения уровня сформированности компетенций

№ п/п	Код компетенции	Уровни сформированности компетенции			
		Недостаточный	Удовлетворительный (достаточный)	Базовый	Повышенный
		Отсутствие признаков удовлетворительного уровня	Знать: Уметь: Владеть:	Знать: Уметь: Владеть:	Знать: Уметь Владеть:
1	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	**Не знает** : структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. **Не умеет**: анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. **Не владеет** : навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.	**Знает на достаточном уровне**: структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. **Умеет на достаточном уровне**: анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. **Владеет на достаточном уровне**: навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.	**Знает на хорошем уровне**: структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. **Умеет на хорошем уровне**: анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. **Владеет на хорошем уровне**: навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.	**Знает на повышенном уровне**: структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. **Умеет на повышенном уровне**: анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. **Владеет на повышенном уровне**: навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.
2	ПК-1. Способен собира	**Не знает:** стандартные методы и технические	**Знает на достаточном уровне:** стандартные	**Знает на хорошем уровне:** стандартные	**Знает на повышенном уровне:** стандартные

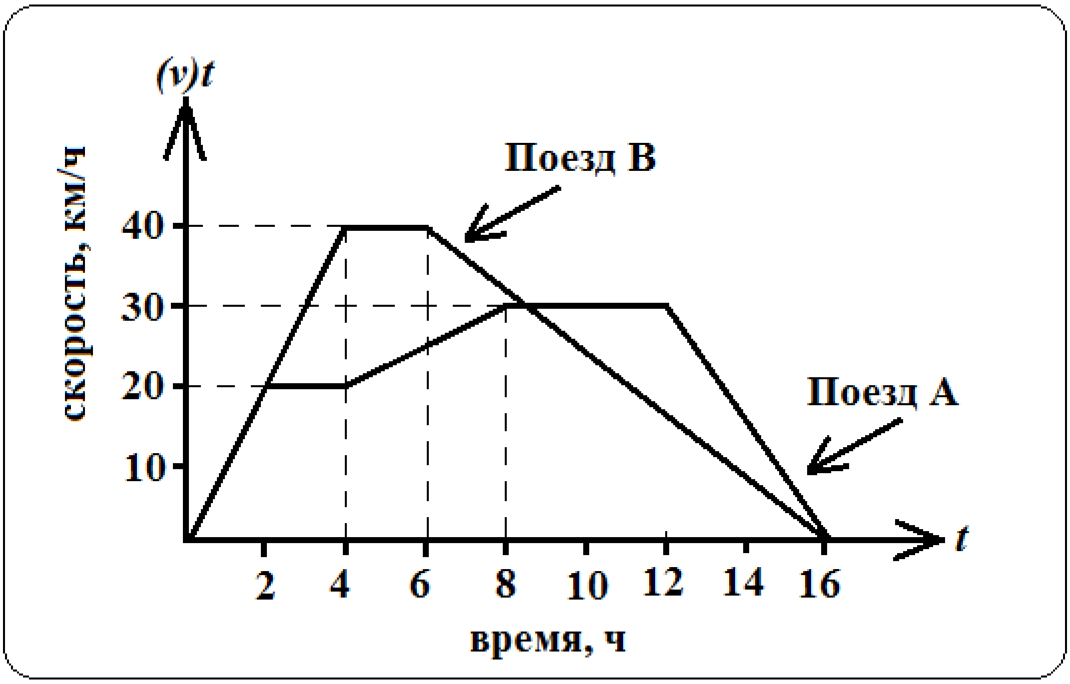
	ть, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	средства для статистических наблюдений. **Не умеет:** применить стандартные методы и технические средства при статистических наблюдениях. **Не владеет :** методами и техническими средствами для статистических наблюдений.	методы и Технические средства для Статистических наблюдений. **Умеет на достаточном уровне:** применить стандартные методы и технические средства при статистических наблюдениях. **Владеет на достаточном уровне:** методами и техническими средствами для статистических наблюдений.	методы и Технические средства для Статистических наблюдений. **Умеет на хорошем уровне:** применить стандартные методы и технические средства при статистических наблюдениях. **Владеет на хорошем уровне:** методами и техническими средствами для статистических наблюдений.	методы и Технические средства для Статистических наблюдений. **Умеет на повышенном уровне:** применить стандартные методы и технические средства при статистических наблюдениях. **Владеет на повышенном уровне:** методами и техническими средствами для статистических наблюдений.

2. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ОЦЕНКИ знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины «Математический анализ»

Кейс-задачи

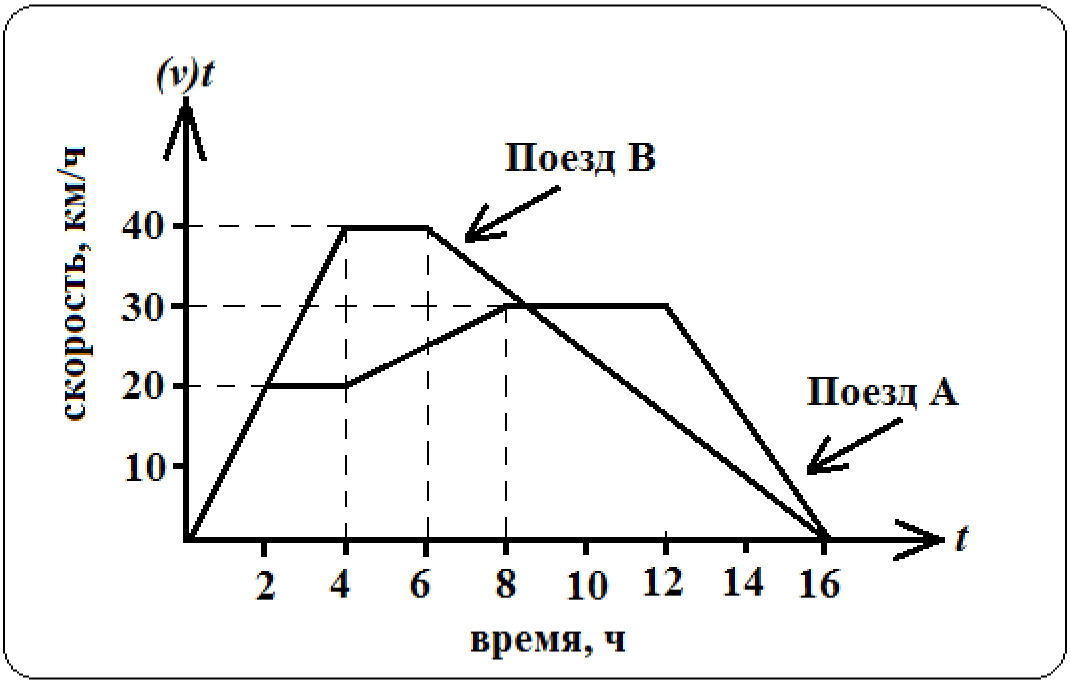
Кейс1

Вопрос1.Три поезда A,B и C двигаются прямолинейно в течение 16 часов. Графики скоростей поездов A и B (в км/ч) изображены на рисунке и состоят из отрезков прямых. Скорость поезда C задана уравнением $v(t)=8t-0{,}25t^2$. Найти сумму скоростей поездов A и C в момент времени $t=6$ч.(Ответ: 64)



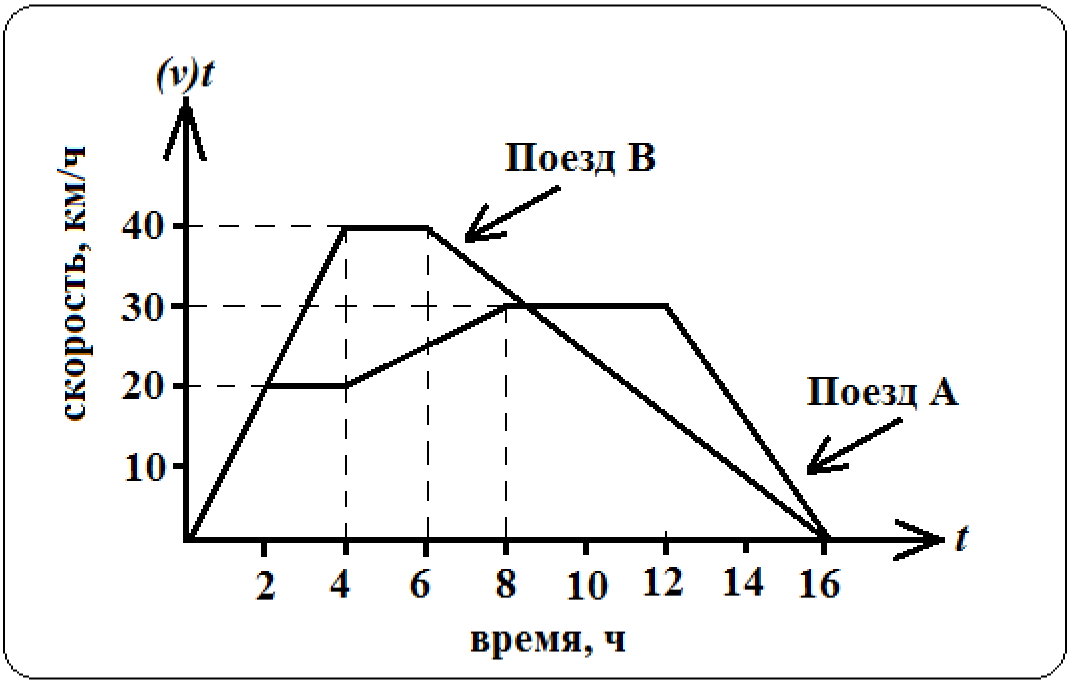
Вопрос2.

Три поезда А,В и С двигаются прямолинейно в течение 16 часов. Графики скоростей поездов А и В (в км/ч) изображены на рисунке и состоят из отрезков прямых. Скорость поезда С задана уравнением $v(t) = 8t - 0{,}25t^2$. Найти сумму ускорений поездов В и С в момент времени $t = 12$ ч.(Ответ:-2)



Вопрос3

Три поезда А,В и С двигаются прямолинейно в течение 16 часов. Графики скоростей поездов А и В (в км/ч) изображены на рисунке и состоят из отрезков прямых. Скорость поезда С задана уравнением $v(t) = 8t - 0{,}25t^2$. Выбрать уравнение ускорения поезда С.(Ответ: $a(t) = 8 - 0{,}5t$)

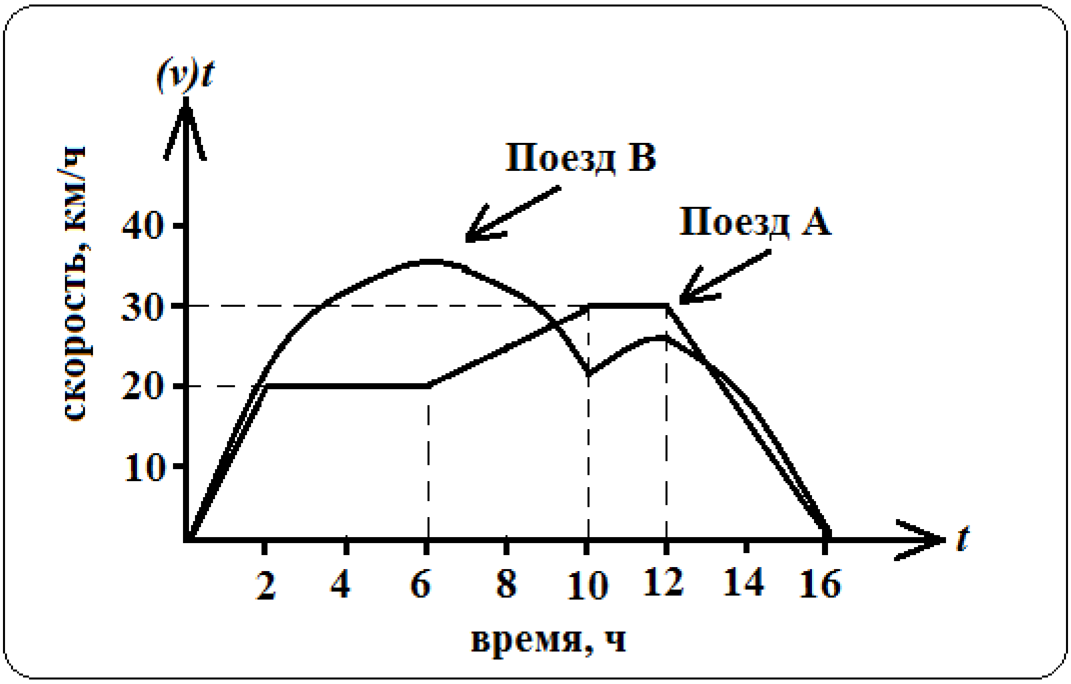


Кейс2

Вопрос1

Три поезда А,В и С двигаются прямолинейно в течение 16 часов. На рисунке изображены графики скоростей поездов А и В (в км/ч). График скорости поезда А состоит из отрезков прямых, а график скорости поезда В-из участков парабол с вершинами в точках $t=6,\quad v=36$ и $t=12,\quad v=26\dfrac{2}{3}$. Скорость поезда С задана уравнением $v(t)=8t-0{,}25t^2$.

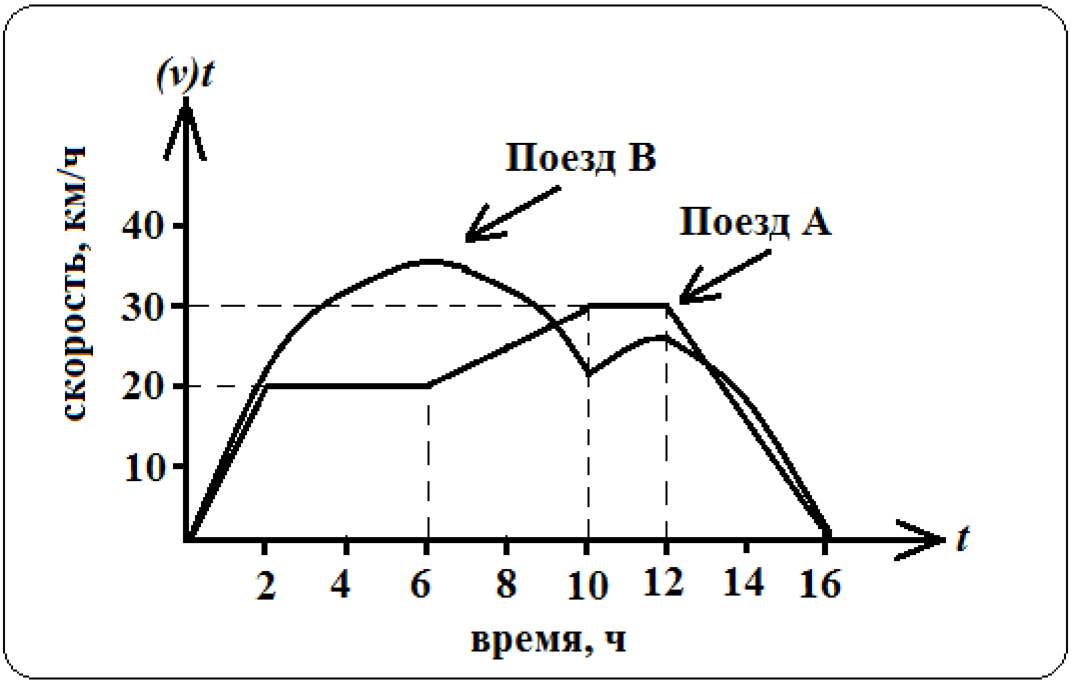
Найти сумму скоростей поездов А и В в момент времени $t=8$ ч.(Ответ: 57)



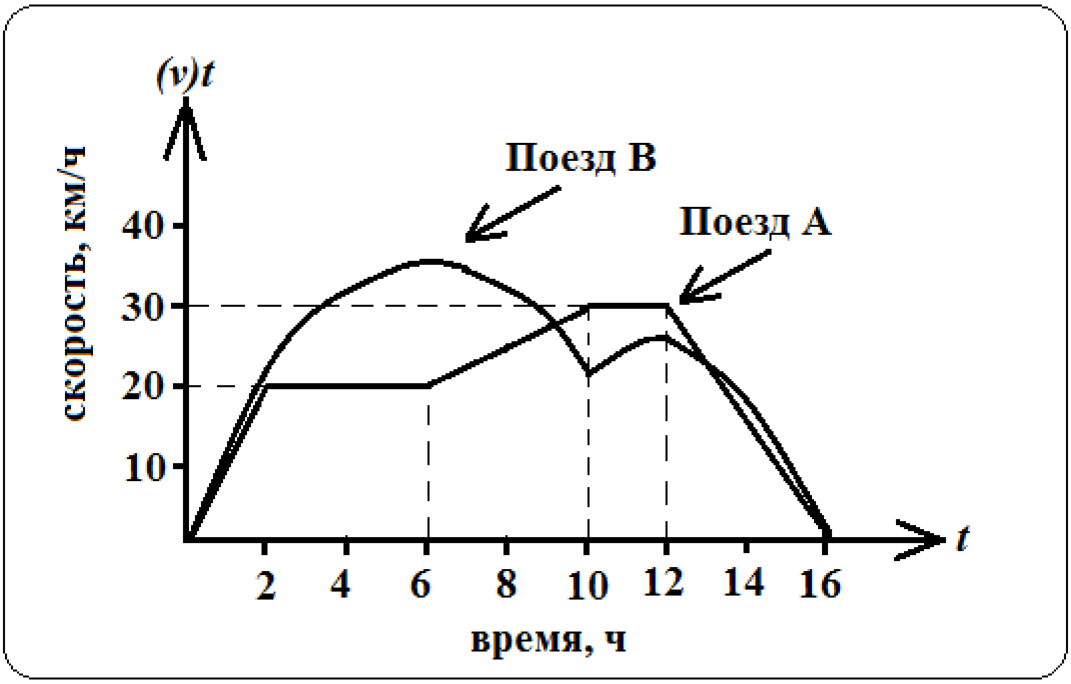
Вопрос2

Три поезда А,В и С двигаются прямолинейно в течение 16 часов. На рисунке изображены графики скоростей поездов А и В (в км/ч). График скорости поезда А состоит из отрезков прямых, а график скорости поезда В-из участков парабол с вершинами в точках

$t = 6, \quad v = 36$ и $t = 12, \quad v = 26\frac{2}{3}$. Скорость поезда С задана уравнением $v(t) = 8t - 0{,}25t^2$.
Если $a_1(t)$-ускорение поезда В, а $a_2(t)$-ускорение поезда С, то в момент времени $t = 14$ ч определить значение выражения $a_2 - 3a_1$. (Ответ:21)



Вопрос3
Три поезда А,В и С двигаются прямолинейно в течение 16 часов. На рисунке изображены графики скоростей поездов А и В (в км/ч). График скорости поезда А состоит из отрезков прямых, а график скорости поезда В-из участков парабол с вершинами в точках $t = 6, \quad v = 36$ и $t = 12, \quad v = 26\frac{2}{3}$. Скорость поезда С задана уравнением $v(t) = 8t - 0{,}25t^2$.
Выбрать уравнение ускорения поезда С.(Ответ: $a(t) = 8 - 0{,}5t$)



Кейс3

Вопрос1
Для уборки снега на улицах города используются снегоуборочные машины. Они работают в течение суток с постоянной скоростью уборки снега 400 $м^3/ч$. Изменение объема снега, выпадающего на улицы города в течение суток, можно описать уравнением $\frac{dS}{dt}=620-20t$, где $S(t)$ - объем снега (в $м^3$), выпавшего за время t (в часах), $0 \le t \le 24$. В момент времени $t=0$ на улицах города лежит 1000 $м^3$ снега. Если $V(t)$ -объем снега, лежащего на улицах города в момент времени t, то математическая модель для нахождения $V(t)$ может иметь следующий вид (Ответ: $V(t)=1000+220t-10t^2$)
Вопрос2
Для уборки снега на улицах города используются снегоуборочные машины. Они работают в течение суток с постоянной скоростью уборки снега 400 $м^3/ч$. Изменение объема снега, выпадающего на улицы города в течение суток, можно описать уравнением $\frac{dS}{dt}=620-20t$, где $S(t)$ - объем снега (в $м^3$), выпавшего за время t (в часах), $0 \le t \le 24$. В момент времени $t=0$ на улицах города лежит 1000 $м^3$ снега. Установить соответствие между временем t и объемом снега $V(t)$, лежащего на улицах города.(Ответ:А-1,Б-2,В-3,Г-4)
1.Объем снега, лежащего на улицах города в момент времени $t=6$ часов
2. Объем снега, лежащего на улицах города в момент времени $t=12$ часов
3. Объем снега, лежащего на улицах города в момент времени $t=2$ часа
4. Объем снега, лежащего на улицах города в момент времени $t=3$ часа
А
1960
Б
2200
В
1400
Г
1570
Вопрос3
Для уборки снега на улицах города используются снегоуборочные машины. Они работают в течение суток с постоянной скоростью уборки снега 400 $м^3/ч$. Изменение объема снега, выпадающего на улицы города в течение суток, можно описать уравнением $\frac{dS}{dt}=620-20t$, где $S(t)$ - объем снега (в $м^3$), выпавшего за время t (в часах), $0 \le t \le 24$. В момент времени $t=0$ на улицах города лежит 1000 $м^3$ снега. Определить объем снега, лежащего на улицах города в конце рабочего дня ($t=24$ ч), если $V(t)$ -объем снега, лежащего на улицах города в момент времени t,а снегоуборочные машины прекратили свою работу в момент времени $t=18$ и до конца суток не работали.(Ответ:2920)
Кейс4
Вопрос1
Во время весеннего паводка изменение объема поступающей в озеро воды в течение суток можно описать уравнением $\frac{dS}{dt}=10+4t$, где $S(t)$ - объем поступившей в озеро воды (в $м^3$) за время t (в часах), $0 \le t \le 24$. Для того чтобы уровень воды в озере не превысил предельный уровень, оборудован сток воды из озера с постоянной скоростью 58 $м^3/ч$. В

момент времени $t=0$ объем воды в озере составил 30000 $м^3$. Если $V(t)$ -объем воды в озере в момент времени t, то математическая модель для нахождения $V(t)$ может иметь вид (Ответ: $V(t)=30000-48t+2t^2$)
Вопрос2
Во время весеннего паводка изменение объема поступающей в озеро воды в течение суток можно описать уравнением $\frac{dS}{dt}=10+4t$, где $S(t)$ - объем поступившей в озеро воды (в $м^3$) за время t (в часах), $0\le t\le 24$. Для того чтобы уровень воды в озере не превысил предельный уровень, оборудован сток воды из озера с постоянной скоростью 58 $м^3/ч$. В момент времени $t=0$ объем воды в озере составил 30000 $м^3$. Установить соответствие между временем t и объемом воды в озере $V(t)$.(Ответ: А-1,Б-2,В-3,Г-4)
1. Объем воды в озере в момент времени $t=6$ часов
2. Объем воды в озере в момент времени $t=16$ часов
3. Объем воды в озере в момент времени $t=4$ часа
4. Объем воды в озере в момент времени $t=12$ часов
А
29784
Б
29744
В
29840
Г
29712
Вопрос3
Во время весеннего паводка изменение объема поступающей в озеро воды в течение суток можно описать уравнением $\frac{dS}{dt}=10+4t$, где $S(t)$ - объем поступившей в озеро воды (в $м^3$) за время t (в часах), $0\le t\le 24$. Для того чтобы уровень воды в озере не превысил предельный уровень, оборудован сток воды из озера с постоянной скоростью 58 $м^3/ч$. В момент времени $t=0$ объем воды в озере составил 30000 $м^3$. Определить объем воды в озере в конце дня ($t=24$ ч), если $V(t)$ -объем воды в озере в момент времени t ,а в момент времени $t=18$ сток воды из озера был перекрыт и до конца суток вода из озера не вытекала.(Ответ: 30348)
Кейс5
Вопрос1
Быстрота сигнализации по подводному кабелю пропорциональна выражению $x^2\ln\frac{1}{x}$, где x есть отношение радиуса металлической сердцевины кабеля к толщине его изолирующей оболочки. Найти производную данной функции.(Ответ: $x\left(2\ln\frac{1}{x}-1\right)$)
Вопрос2
Быстрота сигнализации по подводному кабелю пропорциональна выражению $x^2\ln\frac{1}{x}$, где x есть отношение радиуса металлической сердцевины кабеля к толщине его изолирующей оболочки. Найти это отношение, при котором быстрота сигнализации была

наибольшей.(Ответ: $\frac{1}{\sqrt{e}}$)

Вопрос3

Быстрота сигнализации по подводному кабелю пропорциональна выражению $x^2 \ln \frac{1}{x}$, где x есть отношение радиуса металлической сердцевины кабеля к толщине его изолирующей оболочки. Найти наибольшее значение быстроты сигнализации по подводному кабелю.(Ответ: $\frac{1}{2e}$)

Кейс6

Вопрос1

Оборот предприятия за истекший год описывается через функцию $u(t) = 0{,}15t^3 - 2t^2 + 200$, где *t*-время в месяцах, а *u(t)*-доход предприятия в миллионах рублей.
Определить на каком месяце был наименьший оборот предприятия.(Ответ: на девятом)

Вопрос2

Оборот предприятия за истекший год описывается через функцию $u(t) = 0{,}15t^3 - 2t^2 + 200$, где *t*-время в месяцах, а *u(t)*-доход предприятия в миллионах рублей.
Определить на каком месяце было сильное снижение оборотов предприятия.(Ответ: на пятом)

Вопрос3

Оборот предприятия за истекший год описывается через функцию $u(t) = 0{,}15t^3 - 2t^2 + 200$, где *t*-время в месяцах, а *u(t)*-доход предприятия в миллионах рублей.
Определить в миллионах рублей наименьший оборот предприятия, округлив его до целых.(Ответ:147)

Кейс7

Вопрос1

Расход горючего легкового автомобиля (литр на 100 км) в зависимости от скорости x км/ч при движении на четвертой передаче приблизительно описывается функцией

$f(x) = 0{,}0017x^2 - 0{,}18x + 10{,}2, \quad x > 30.$

Найти скорость, при которой расход горючего будет наименьший. Результат округлить до целого.(Ответ:53)

Вопрос2

Расход горючего легкового автомобиля (литр на 100 км) в зависимости от скорости x км/ч при движении на четвертой передаче приблизительно описывается функцией

$f(x) = 0{,}0017x^2 - 0{,}18x + 10{,}2, \quad x > 30.$

Найти производную данной функции.(Ответ: $f'(x) = 0{,}0034x - 0{,}18$)

Вопрос3

Расход горючего легкового автомобиля (литр на 100 км) в зависимости от скорости x км/ч при движении на четвертой передаче приблизительно описывается функцией

$f(x) = 0{,}0017x^2 - 0{,}18x + 10{,}2, \quad x > 30.$

Найти расход горючего, если скорость легкового автомобиля равна 40 км/ч. Результат округлить до целых.(Ответ:6)

Кейс8

Вопрос1

Скорость прямолинейного движения тела задана уравнением

$\upsilon(t) = 3t^2 + 4.$

Найти уравнение пути *S(t)* .(Ответ: $S(t) = t^3 + 4t + C$)

Вопрос2

Скорость прямолинейного движения тела задана уравнением

$\upsilon(t) = 3t^2 + 4.$

Найти уравнение пути *S(t)* , если за время *t=2* сек. Тело прошло 20 метров.(Ответ: $S(t) = t^3 + 4t + 4$)

Вопрос3

Скорость прямолинейного движения тела задана уравнением

$\upsilon(t) = 3t^2 + 4.$

Какое расстояние в метрах пройдет тело за время *t=4* сек. (Ответ:84)

Кейс9

Вопрос1

Закон убывающей эффективности, или закон убывающей производительности, говорит о том, что постоянное добавление переменного ресурса (труда или капитала) к постоянному ресурсу неизбежно приводит к тому, что каждая следующая добавленная единица переменного ресурса увеличивает валовой продукт меньше, чем предыдущая. График такой функции представляет собой кривую, где слева от точки перегиба функция является выпуклой и дополнительные вложения приводят к быстрому росту валового продукта, а справа от точки перегиба функция вогнута и дополнительные вложения уже не вызывают значительного роста объема выпускаемой продукции. Инвестор хочет оценить оптимальный объем инвестиций в производство. Расширение площадей пока не планируется. Зависимость объема производства от капиталовложений задается функцией $Q(x) = \ln(x^3 + 864)$

Найти объем капиталовложений (в млн. руб.), начиная с которого рост производства будет незначителен.(Ответ:12)

Вопрос2

Закон убывающей эффективности, или закон убывающей производительности, говорит о том, что постоянное добавление переменного ресурса (труда или капитала) к постоянному ресурсу неизбежно приводит к тому, что каждая следующая добавленная единица переменного ресурса увеличивает валовой продукт меньше, чем предыдущая. График такой функции представляет собой кривую, где слева от точки перегиба функция является выпуклой и дополнительные вложения приводят к быстрому росту валового продукта, а справа от точки перегиба функция вогнута и дополнительные вложения уже не вызывают значительного роста объема выпускаемой продукции. Инвестор хочет оценить оптимальный объем инвестиций в производство. Расширение площадей пока не планируется. Зависимость объема производства от капиталовложений задается функцией $Q(x) = \ln(x^3 + 864)$

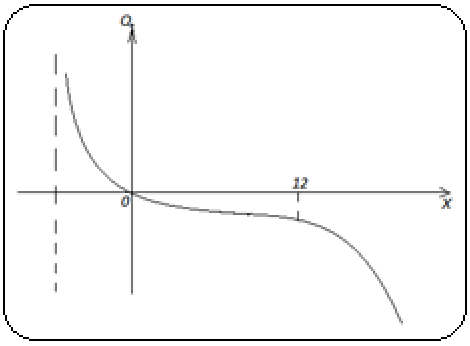
Найти объем производства, начиная с которого рост производства будет незначителен. Результат округлить до целых.(Ответ:8)

Вопрос3

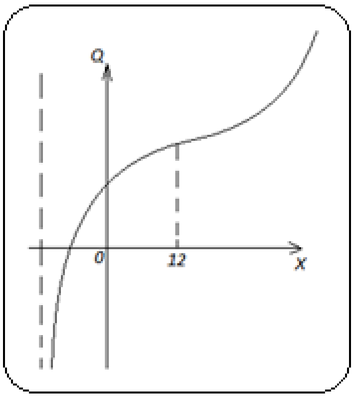
Закон убывающей эффективности, или закон убывающей производительности, говорит о том, что постоянное добавление переменного ресурса (труда или капитала) к постоянному ресурсу неизбежно приводит к тому, что каждая следующая добавленная единица переменного ресурса увеличивает валовой продукт меньше, чем предыдущая. График такой функции представляет собой кривую, где слева от точки перегиба функция является выпуклой и дополнительные вложения приводят к быстрому росту валового продукта, а справа от точки перегиба функция вогнута и дополнительные вложения уже не вызывают значительного роста объема выпускаемой продукции. Инвестор хочет оценить оптимальный объем инвестиций в производство. Расширение площадей пока не планируется. Зависимость объема производства от капиталовложений задается функцией $Q(x) = \ln(x^3 + 864)$

Выбрать график кривой, который соответствует функции объема производства.(Ответ: Б)

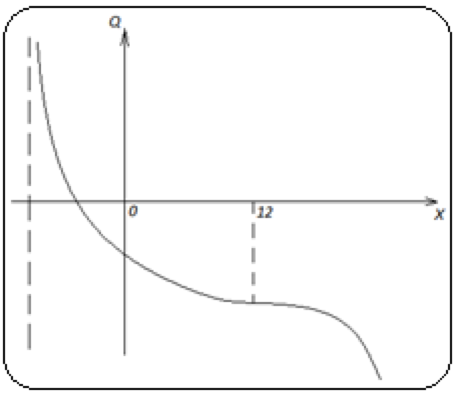
А)



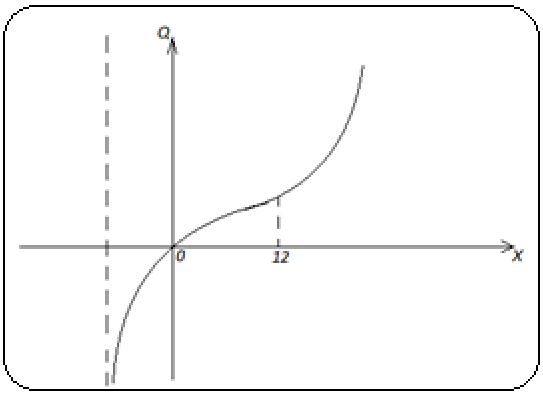
Б)



В)



Г)



Кейс10

Вопрос1

Зависимость потребляемой предприятием электроэнергии в течение суток зависит от времени *t* по закону $W(t)=64+\sin\frac{\pi}{4}(t+5)$. Найти суммарный расход электроэнергии за сутки. (Ответ:1536)

Вопрос2

Зависимость потребляемой предприятием электроэнергии в течение суток зависит от времени *t* по закону $W(t)=64+\sin\frac{\pi}{4}(t+5)$. Найти дневную стоимость электроэнергии, потребляемой в дневное время (с 10 до 17 часов), если согласно используемому трафику 1 кВт/ч стоит 5 рублей. Результат округлить до целых.(Ответ:449)

Вопрос3

Зависимость потребляемой предприятием электроэнергии в течение суток зависит от времени *t* по закону $W(t)=64+\sin\frac{\pi}{4}(t+5)$. Найти месячную дневную стоимость электроэнергии, потребляемой в дневное время (с 10 до 17 часов), если согласно используемому трафику 1 кВт/ч стоит 5 рублей (считать в месяце 30 дней).(Ответ:67350)

Кейс11

Вопрос1

Зависимость денежных накоплений *K(t)* от плотности денежного потока *I(t),* где *t*-время в неделях, устанавливается соответствием $K(t)=\int I(t)dt$. Выразить сумму денежных накоплений, если плотность денежного потока $I(t)=40\sqrt[3]{t}$

(Ответ: $K(t)=30\sqrt[3]{t^4}+C$)

Вопрос2

Зависимость денежных накоплений *K(t)* от плотности денежного потока *I(t),* где *t*-время в неделях, устанавливается соответствием $K(t)=\int I(t)dt$. Найти сумму денежных накоплений за время с 1 по 27 неделю, если начальное значение накопления K0 =25 тысяч рублей, плотность денежного потока $I(t)=40\sqrt[3]{t}$

(Ответ:2400000)
Вопрос3
Зависимость денежных накоплений *K(t)* от плотности денежного потока *I(t),* где *t*-время в неделях, устанавливается соответствием $K(t) = \int I(t)dt$. Найти сумму денежных накоплений за время с 1 по 8 неделю, если начальное значение накопления K0 =50 тысяч рублей, плотность денежного потока $I(t) = 40\sqrt[3]{t}$.
(Ответ:450000)

Кейс12
Вопрос1
Для анализа финансовых потоков используется математический аппарат рядов.
Дискретным финансовым потоком называется последовательность финансовых событий $CF = \{(t_0, C_0); (t_1, C_1); ...; (t_n, C_n); ...\}$, $C_0, C_1, ... C_n$ -суммы платежей в моменты времени $t_0, t_1, ... t_n$.
Сумма платежей по сложной процентной ставке *r*, приведенная к некоторому моменту времени *t*, называется приведенным значением потока

$$PV_i = \frac{C_0}{(1+r)^{t_0 - t}} + \frac{C_1}{(1+r)^{t_1 - t}} + ... + \frac{C_n}{(1+r)^{t_n - t}} + ...$$.

На депозит под 10% годовых необходимо положить некоторую сумму, чтобы ежегодно получать доход 30 тыс. рублей. Пусть *x*-размер первоначального вклада. Для обеспечения ежегодных выплат необходимо положительное значение текущей стоимости потока.
Составить математическую модель текущей стоимости потока.
Ответ:

$$PV = x - \frac{30}{(1+0,1)^1} - \frac{30}{(1+0,1)^2} - ... - \frac{30}{(1+0,1)^n} - ...$$

Вопрос2
Для анализа финансовых потоков используется математический аппарат рядов.
Дискретным финансовым потоком называется последовательность финансовых событий $CF = \{(t_0, C_0); (t_1, C_1); ...; (t_n, C_n); ...\}$, $C_0, C_1, ... C_n$ -суммы платежей в моменты времени $t_0, t_1, ... t_n$.
Сумма платежей по сложной процентной ставке *r*, приведенная к некоторому моменту времени *t*, называется приведенным значением потока

$$PV_i = \frac{C_0}{(1+r)^{t_0 - t}} + \frac{C_1}{(1+r)^{t_1 - t}} + ... + \frac{C_n}{(1+r)^{t_n - t}} + ...$$.

На депозит под 10% годовых необходимо положить некоторую сумму, чтобы ежегодно получать доход 30 тыс. рублей. Пусть *x*-размер первоначального вклада. Для обеспечения ежегодных выплат необходимо положительное значение текущей стоимости потока.
Найти минимальную сумму (в тыс. рублей), которую необходимо положить на депозит.(Ответ: 300)
Вопрос3
Для анализа финансовых потоков используется математический аппарат рядов.
Дискретным финансовым потоком называется последовательность финансовых событий $CF = \{(t_0, C_0); (t_1, C_1); ...; (t_n, C_n); ...\}$, $C_0, C_1, ... C_n$ -суммы платежей в моменты времени $t_0, t_1, ... t_n$.

Сумма платежей по сложной процентной ставке *r*, приведенная к некоторому моменту времени *t*, называется приведенным значением потока

$$PV_i = \frac{C_0}{(1+r)^{t_0-t}} + \frac{C_1}{(1+r)^{t_1-t}} + ... + \frac{C_n}{(1+r)^{t_n-t}} + ...$$

На депозит под 10% годовых необходимо положить некоторую сумму, чтобы ежегодно получать доход 30 тыс. рублей. Пусть *x*-размер первоначального вклада. Для обеспечения ежегодных выплат необходимо положительное значение текущей стоимости потока. Назвать ряд, описывающий приведенное значение потока.(Ответ: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия)

Кейс13

Вопрос1

Для анализа финансовых потоков используется математический аппарат рядов. Дискретным финансовым потоком называется последовательность финансовых событий $CF = \{(t_0, C_0); (t_1, C_1); ...; (t_n, C_n); ...\}$, $C_0, C_1, ...C_n$ -суммы платежей в моменты времени $t_0, t_1, ...t_n$.

Сумма платежей по сложной процентной ставке *r*, приведенная к некоторому моменту времени *t*, называется приведенным значением потока

$$PV_i = \frac{C_0}{(1+r)^{t_0-t}} + \frac{C_1}{(1+r)^{t_1-t}} + ... + \frac{C_n}{(1+r)^{t_n-t}} + ...$$

Арендатор имеет возможность выкупить складские помещения, за которые на данный момент он платит 200 тыс. рублей в год. Составить математическую модель выкупной стоимости при процентной ставке 9% годовых.

Ответ:

$$PV = \frac{200}{(1+0{,}09)^1} + \frac{200}{(1+0{,}09)^2} + ... + \frac{200}{(1+0{,}09)^n} + ...$$

Вопрос2

Для анализа финансовых потоков используется математический аппарат рядов. Дискретным финансовым потоком называется последовательность финансовых событий $CF = \{(t_0, C_0); (t_1, C_1); ...; (t_n, C_n); ...\}$, $C_0, C_1, ...C_n$ -суммы платежей в моменты времени $t_0, t_1, ...t_n$.

Сумма платежей по сложной процентной ставке *r*, приведенная к некоторому моменту времени *t*, называется приведенным значением потока

$$PV_i = \frac{C_0}{(1+r)^{t_0-t}} + \frac{C_1}{(1+r)^{t_1-t}} + ... + \frac{C_n}{(1+r)^{t_n-t}} + ...$$

Арендатор имеет возможность выкупить складские помещения, за которые на данный момент он платит 200 тыс. рублей в год. На покупку складского помещения был закрыт банковский счет, на который 5 лет назад было положено 1,5 млн. рублей под 11% годовых. Вычислить размер этого вклада. Результат округлить до десятых.(Ответ:2,5)

Вопрос3

Для анализа финансовых потоков используется математический аппарат рядов. Дискретным финансовым потоком называется последовательность финансовых событий $CF = \{(t_0, C_0); (t_1, C_1); ...; (t_n, C_n); ...\}$, $C_0, C_1, ...C_n$ -суммы платежей в моменты времени $t_0, t_1, ...t_n$.

Сумма платежей по сложной процентной ставке *r*, приведенная к некоторому моменту времени *t*, называется приведенным значением потока

$$PV_i = \frac{C_0}{(1+r)^{t_0-t}} + \frac{C_1}{(1+r)^{t_1-t}} + ... + \frac{C_n}{(1+r)^{t_n-t}} + ...$$
.

Арендатор имеет возможность выкупить складские помещения, за которые на данный момент он платит 200 тыс. рублей в год. Рассчитать выкупную стоимость при процентной ставке 9% годовых (в тыс. руб.). Результат округлить до целых.(Ответ:2222)

Критерии оценки:

- «зачтено» выставляется студенту, если получено ответы на 50% заданий;
- «не зачтено» выставляется студенту, если количество правильных ответов меньше 50%.

Вопросы для коллоквиумов.

Модуль 1. Начала анализа. Предел и непрерывность функции одной переменной.

1. Числовая последовательность, Предел числовой последовательности. Подпоследовательность.
2. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности и их свойства.
3. Свойства сходящихся последовательностей.
4. Таблица пределов числовых последовательностей. Неопределенные выражения.
5. Монотонные последовательности. Теорема о сходимости монотонной последовательности. Число е.
6. Предел функции по Гейне и по Коши.
7. Свойства предела функции.
8. Таблица пределов функций с выводами некоторых из них.
9. Непрерывность функции. Односторонняя непрерывность.
10. Точки разрыва функции и их классификация.
11. Локальные свойства функции.
12. Глобальные свойства функции.

Модуль 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

13. Определение производной функции. Дифференциал и дифференцируемость функции.
14. Таблица производных. Правила дифференцирования.
15. Производная обратной функции и сложной функции.
16. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
17. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя.
18. Необходимые и достаточные условия экстремума функции.
19. Выпуклые функции. Точки перегиба графика функции.
20. Схема исследования функции.
21. Основные теоремы дифференциального исчисления.

Модуль 3. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл Римана

22. Первообразная и неопределенный интеграл.
23. Основные методы интегрирования.
24. Интегрирование рациональных функций, иррациональностей и тригонометрических функций.
25. Определение интеграла Римана.
26. Основные свойства интегрируемых функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем
27. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям.

28. Несобственные интегралы. Признаки сходимости.
29. Приложения интеграла к геометрии и механике.

Модуль 4. Непрерывность и дифференциальное исчисление функций многих переменных

30. Определение расстояния и сходимости точек в конечномерном пространстве. Свойства сходящихся последовательностей точек. Различные типы множеств в пространстве.
31Предел (кратный) функции многих переменных. Свойства конечных пределов функций. Повторные пределы функции.
32. Непрерывность функции многих переменных в точке. Локальные свойства непрерывных функций.
33.Глобальные свойства непрерывных функций многих переменных.
34.Частные производные. Дифференцируемость и полный дифференциал. Частные производные сложной функции.
35Частные производные высших порядков.
36. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функций многих переменных с остатками в форме Пеано и в форме Лагранжа.
37. Локальные экстремумы. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума функции многих переменных.

Модуль 5. Числовые ряды. Знакопеременные ряды

38.Сходимость и сумма числового ряда. Свойства сходящихся рядов.Необходимый признак сходимости числового ряда.
39. Интегральный признак сходимости ряда.
40.Признаки сравнения для рядов с неотрицательными членами.
41.Признаки Даламбера и Коши. Безусловная сходимость рядов с неотрицательными членами.
42.Знакочередующийся ряд. Признак Лейбница. Оценка остатка.
43. Абсолютно сходящиеся ряды, их безусловная сходимость. Действия над абсолютно сходящимися рядами.
44.Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
45.Признак Дирихле о рядах с парными произведениями. Синус-ряды и косинус- ряды.
46.Признак Абеля. Признаки абсолютной сходимости рядов Коши и Даламбера.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если изложение полученных знаний в устной форме полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются единичные несущественные ошибки, самостоятельно исправляемые учащимися;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если изложение полученных знаний в устной форме полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются, отдельные несущественные ошибки, исправляемые учащимися после указания преподавателя на них;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если изложение полученных знаний неполное, однако это не препятствует усвоению последующего программного материала; допускаются отдельные существенные ошибки, исправляемые с помощью преподавателя;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если изложение учебного материала неполное, бессистемное, что препятствует усвоению последующей учебной информации; существенные ошибки, не исправляемые даже с помощью преподавателя;

Комплект тестовых заданий для контроля

Варианты контрольных работ

Модуль1 Начала анализа. Предел и непрерывность функции одной переменной.

Вариант1

1.Построить эскизы графиков следующих функций:

а) $y = x^2 - 6|x| + 8$ б) $y = \dfrac{x-1}{x+4}$

2. Найти sup и inf множества $A = \left\{ 2 + \dfrac{4}{n+3}, n \in N \right\}$

3.Вычислить пределы последовательностей:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{n + \ln n}{2^n + 5^n}} \qquad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+3}{n-4} \right)^{\frac{2n}{3}}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n^5 - 2n^2 + 1}{n + 6n^3 - 4n^5} \qquad \lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{3n^2 + n} - \sqrt{3n^2} \right)$$

4.Найти область определения функции

$$y = \lg \frac{3-x}{9+5x} \qquad y = \sqrt{x+2}$$

5. Вычислить пределы функций

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+x) - xe^x}{x^2} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[5]{1+4x} - 1}{\sin 8x}$$

6. Определить точки разрыва функции и их характер

$$y = \frac{\sqrt{\sin x^2}}{x} \qquad y = \begin{cases} x^2 + 4, & x \ge 0, \\ x + 1, & x \le 0 \end{cases}$$

Вариант2

1.Построить эскизы графиков следующих функций:

а) $y = |x-4| - 2$ б) $y = \left| \dfrac{x-8}{x+2} \right|$

2. Найти sup и inf множества $A = \left\{ \cos^n \dfrac{n\pi}{4}, n \in N \right\}$

3.Вычислить пределы последовательностей:

$$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{n^3 + 8^n}{2^n + n!}} \qquad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+2}{n+4} \right)^{\frac{n}{3}}$$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-2n^2 + 1}{\left(\sqrt{n} - 3\right)^2} \qquad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{3\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 11} + \frac{1}{11\cdot 15} + \ldots + \frac{1}{(4n-1)(4n+3)} \right)$$

4.Найти область определения функции

$$y = \lg\left(7x - x^2\right) \qquad y = \sqrt{9 - x^2}$$

5. Вычислить пределы функций

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x-2}-\sqrt{4-x}}{x-3} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{\sin 8x}{3^{6x}-1}$$

6. Определить точки разрыва функции и их характер

$$y=\frac{\sqrt{1-cosx}}{x} \qquad y=\begin{cases} x-5, & x\ge 1,\\ x^3-2, & x<1\end{cases}$$

Вариант3

1. Построить эскизы графиков следующих функций:

а) $y=\left|x^2-7x+10\right|$ б) $y=\dfrac{x+3}{x-4}$

2. Найти sup и inf множества $A=\left\{\dfrac{n}{n+1}\sin^2\dfrac{n\pi}{3}, n\in N\right\}$

3.Вычислить пределы последовательностей

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\frac{\sin n+3^n}{2^n+\cos n}} \qquad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2-4}{n^2+5}\right)^{5n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{5n^2+2}{(n-3)^2} \qquad \lim_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[9]{3}\cdot\sqrt[27]{3}\cdot\ldots\cdot\sqrt[3^n]{3}\right)$$

4. Найти область определения функции

$$y=\lg\left(x^2-2x\right) \qquad y=1+\sqrt{5x-8}$$

5. Вычислить пределы функций

$$\lim_{x\to 0}\sqrt[3x]{1+\frac{x}{2}} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{x\left(e^x-1\right)+\ln(1+x)^x}{x^2}$$

6. Определить точки разрыва функции и их характер

$$y=\frac{\sqrt{\ln(1+4x^2)}}{x} \qquad y=\begin{cases} 2x-1, & x\ge 1,\\ -5x-3, & x\le 1\end{cases}$$

Вариант4

1. Построить эскизы графиков следующих функций:

а) $y=\left|\left|x+2\right|-4\right|$ б) $y=\left|\dfrac{x-2}{x-3}\right|$

2. Найти sup и inf множества $A=\left\{n+\dfrac{(-1)^n}{2n}, n\in N\right\}$

3.Вычислить пределы последовательностей:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\frac{\ln n+3^n}{n+arctgn}} \qquad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n+5}\right)^{\frac{n}{7}}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{5^n+2^n}{5^{n+1}+2^{n+1}} \qquad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 6}+\frac{1}{6\cdot 8}+\ldots+\frac{1}{2n(2n+2)}\right)$$

4.Найти область определения функции

$$y=\lg\left(400-x^2\right) \qquad y=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{2x-1}-\frac{1}{8}}$$

5. Вычислить пределы функций

$$\lim_{x\to -2}\frac{\sqrt{x+7}-\sqrt{3-x}}{x+2} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{arctg\,2x}{\ln(1+7x)}$$

6. Определить точки разрыва функции и их характер

$$y=\frac{\sqrt{5^{x^2}-1}}{x} \qquad y=\begin{cases}\dfrac{1}{x-2}, & x\ge 2,\\ 4x+1, & x\le 2\end{cases}$$

Вариант5

1.Построить эскизы графиков следующих функций:

а) $y=\left|x^2-5x\right|$ б) $y=x^2-8|x|+15$

2. Найти sup и inf множества $A=\left\{\dfrac{2n}{3n+1}\cos^2\dfrac{n\pi}{4}, n\in N\right\}$

3.Вычислить пределы последовательностей:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\frac{n!+4^n}{\sin 2^n+n}} \qquad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n-8}{n+5}\right)^{\frac{4n}{3}}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n^2-2n^5+1}{(3\sqrt{n^5}+2)^2} \qquad \lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{5n^2+1}-\sqrt{3n^2}\right)$$

4. Найти область определения функции

$$y=\arccos(2x-1) \qquad y=\sqrt{\frac{2x-1}{x+3}}$$

5. Вычислить пределы функций

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x-\ln(1-3x)}{5^{4x}-1} \qquad \lim_{x\to 8}\frac{\sqrt[3]{x}-2}{x-8}$$

6. Определить точки разрыва функции и их характер

$$y=\frac{arctg\,8x}{x} \qquad y=\begin{cases}x^2-9, & x\ge 3,\ x\le -3\\ x+2, & -3\le x\le 3\end{cases}$$

Вариант 6

1.Построить эскизы графиков следующих функций

а) $y=|x-5|+4$ б) $y=\left|\dfrac{x+1}{x-3}\right|$

2.Найти sup и inf множества $A=\left\{n+\dfrac{10}{n}, n\in N\right\}$

3. Вычислить пределы:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\frac{\sin n+3^n}{2^n+\cos n}} \qquad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2-4}{n^2+5}\right)^{5n^2}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{5n^2+2}{(n-3)^2} \qquad \lim_{n\to\infty}\left(\sqrt[4]{4}\cdot\sqrt[16]{4}\cdot\sqrt[64]{4}\cdot\ldots\cdot\sqrt[4^n]{4}\right)$$

4.Найти область определения функции

$$y=\frac{x+8}{3x-6} \qquad y=\frac{x+8}{\sqrt{x^2-3x-4}}$$

5. Вычислить пределы функций

$$\lim_{x\to 0}\frac{\arcsin 3x-\sqrt[5]{1-5x}}{e^{7x}-1} \qquad \lim_{x\to 8}\frac{\sqrt[3]{x}-2}{64-x^2}$$

6. Определить точки разрыва функции и их характер

$$y=\frac{\sqrt{tgx^2}}{x} \qquad y=\begin{cases}x+1, & x\ge 1\\ 3x+2, & x<1\end{cases}$$

Модуль2 Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Вариант1

1.Найти y', если

$$y=\sqrt{x^2+\sqrt[3]{5-3x}} \qquad y=\left(tg(\cos x)\right)^3$$

2.Применяя правило Лопиталя, вычислить пределы

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)-xe^x}{x^2} \qquad \lim_{x\to\frac{\pi}{2}}(tgx)^{\cos x}$$

3.Определить промежутки монотонности и точки экстремума функции

$$y=2+x-x^2$$

4.Найти промежутки выпуклости определенного знака и точки перегиба графика функции

$$y=3x^2-x^3$$

Вариант2

1. Найти y', если

$$y=\ln\left(tg^3(\cos 5x)\right) \qquad y=4^{\ln^2(\cos x)}$$

2.Применяя правило Лопиталя, вычислить пределы

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)-x+\frac{x^2}{2}}{x^3} \qquad \lim_{x\to 0}\frac{2^x-2^{\sin x}}{x^3}$$

3.Определить промежутки монотонности и точки экстремума функции

$$y=3x-x^3$$

4.Найти промежутки выпуклости определенного знака и точки перегиба графика функции

$$y=\ln\left(1+x^2\right)$$

Вариант3

1. Найти y', если

$$y=2^{ctg\frac{x}{2}}\cdot arctg\left(5^x\right) \qquad y=\left(1-x^2\right)\ln x$$

2.Применяя правило Лопиталя, вычислить пределы

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{\ln(x-1)}-\frac{1}{x-2}\right) \qquad \lim_{x\to 1}\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)^{tg\frac{\pi x}{2}}$$

3.Определить промежутки монотонности и точки экстремума функции

$$y=\frac{2}{1+x^2}$$

4.Найти промежутки выпуклости определенного знака и точки перегиба графика функции

$$y=e^{-x^2}$$

Вариант4

1. Найти y', если

$y = 3^{\sin^3(\cos 2x)}$ $\qquad y = \ln\left(\cos^2 3x\right) + \dfrac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}$

2.Применяя правило Лопиталя, вычислить пределы

$\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2 - x}{\ln x - x + 1}$ $\qquad \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^{ctgx}$

3.Определить промежутки монотонности и точки экстремума функции

$y = x^2 - \ln x^2$

4.Найти промежутки выпуклости определенного знака и точки перегиба графика функции

$y = 2x^2 - x^4$

Вариант5

1. Найти y', если

$y = 5^{tg^3(\cos x)}$ $\qquad y = \ln \dfrac{1+x}{\sqrt{1+x^2}}$

2.Применяя правило Лопиталя, вычислить пределы

$\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{4}} tg\, 2x \cdot tg\left(\dfrac{\pi}{4} - x\right)$ $\qquad \lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{1-\cos x}}$

3.Определить промежутки монотонности и точки экстремума функции

$y = \dfrac{x^2}{2^x}$

4.Найти промежутки выпуклости определенного знака и точки перегиба графика функции

$y = x - \dfrac{1}{x}$

Вариант 6

1. Найти y', если

$y = \sqrt{x^2 + ctgx}$ $\qquad y = \left(\ln(tgx)\right)^5$

2.Применяя правило Лопиталя, вычислить пределы

$\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x - \sin x}{x^3}$ $\qquad \lim\limits_{x\to 0}\left(\cos \dfrac{x}{3}\right)^{\frac{1}{\sin x}}$

3.Определить промежутки монотонности и точки экстремума функции

$y = \dfrac{x}{(1+x^2)^2}$

4.Найти промежутки выпуклости определенного знака и точки перегиба графика функции

$y = \dfrac{x}{x^2 - 1}$

Модуль3 Неопределенный интеграл. Определенный интеграл Римана

Вариант 1

1.Найти неопределенный интеграл

$\int \dfrac{dx}{\sqrt[5]{(1+3x)^4}}$; $\quad \int \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 5} dx$; $\quad \int x e^{-2x} dx$ $\quad \int \dfrac{dx}{(3-x)\sqrt{1-x}}$

2. Вычислить следующие определенные интегралы

$$\int_0^3 \sqrt{1+2x}\,dx, \qquad \int_1^2 \frac{dx}{5x+6}$$

3. Вычислить объем тела, полученного вращением кривой $y = \cos x \left(-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}\right)$ вокруг оси oy.

4.Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y^2 = 2(x-1)$, $x = 3$.

Вариант 2

1.Найти неопределенный интеграл

$$\int \sin 6x \cos 4x dx; \quad \int x^3 \sqrt[4]{1+5x^4}\,dx; \quad \int \frac{dx}{\sqrt{2x+3}+5} \quad \int \frac{dx}{x^3+1}$$

2.Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = 1 - x^2$, $y = x^2 - 7$

3. Вычислить следующие определенные интегралы

$$\int_0^1 x^2 e^{3x} dx, \qquad \int_1^9 \sqrt[3]{1-x}\,dx$$

4. Вычислить объем тела, полученного при вращении вокруг оси ox криволинейной трапеции, ограниченной кривыми $y = 5x - x^2$, $y = 0$.

Вариант 3

1.Найти неопределенный интеграл

$$\int \frac{x}{5-3x^2} dx; \quad \int \arcsin \frac{x}{3} dx \quad \int \frac{dx}{x\left(2+\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}\right)} \quad \int \frac{dx}{3+\sin x - 3\cos x}$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = x^2$, $y = 2$.

3. Вычислить объем тела, полученного при вращении вокруг оси oy криволинейной трапеции, ограниченной кривыми $y = 1 - x^2$, $y = 0$, $0 \le x \le 1$.

4. Вычислить следующие определенные интегралы

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx, \qquad \int_{-1}^3 \frac{dx}{\sqrt{2x+3}}$$

Вариант 4

1. $\int 2x^4 \left(1+x^5\right)^{3/2} dx; \quad \int \frac{dx}{(5x-3)^{3/4}}; \quad \int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x^2+1}} \quad \int x^2 arctgx dx$

2. Вычислить объем тела, полученного при вращении вокруг оси oy фигуры, ограниченной кривой $(x-1)^2 + y^2 = 1$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = \frac{6}{x}$, $y = 7 - x$.

4. Вычислить следующие определенные интегралы

$$\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)}, \qquad \int_0^2 \frac{xdx}{x+3}$$

Вариант 5

1. $\int \sin\frac{x}{5}\cos\frac{4x}{5}dx;$ $\int\sqrt{1+3\cos x}\sin x dx;$ $\int\frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt{x}}$ $\int\left(x^2+4x-5\right)\cos x dx$

2. Вычислить объем тела, полученного при вращении вокруг оси ox фигуры, ограниченной кривой $x^2+(y+2)^2=1.$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y=2-x,\ y=-x^2+6x-8.$

4. Вычислить следующие определенные интегралы

$$\int_0^1\frac{x^2dx}{1+x^2} \qquad \int_0^{2\pi}x\sin 2x dx$$

Вариант 6

1. $\int\cos\frac{x}{3}\cos\frac{2x}{3}dx;$; $\int e^x\left(5-\frac{3e^{-x}}{x^4}\right)dx;$ $\int\frac{dx}{5-4x}$ $\int\frac{x^3+2x+1}{x^2-1}dx$

2. Вычислить объем тела, полученного при вращении вокруг оси ox фигуры, ограниченной кривыми $y=x^2+1,\quad y=2.$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой $r=a\sin 2\varphi$

4. Вычислить следующие определенные интегралы

$$\int_0^1\frac{xdx}{1+x^2} \qquad \int_0^{2\pi}\sin^2 2x dx$$

Модуль 4. Непрерывность и дифференциальное исчисление функций многих переменных

Вариант 1

1. Найти y' для $y=y(x)$, определяемой уравнением $y3^y-3x^2=0$.
2. Исследовать функцию на локальный экстремум $u=xy-x^2-y^2-3x-3y+1$
3. Найти $u'_x,u'_y,v'_x,\ v'_y$, если функции $u=u(x,y)$ и $v=v(x,y)$ определяются системой
$$\begin{cases}u^2-v^2=x\\ u+v=y\end{cases}$$
4. Найти du,d^2u, если $u=\ln\frac{x}{y}$
5. Найти предел функции

а) $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ y\to0}}\frac{arctgxy}{y}$ б) $\lim\limits_{\substack{x\to0\\ y\to0}}\frac{x^3+y^3}{x+y}$

Вариант 2

1. Найти y' для $y=y(x)$, определяемой уравнением $y\ln y-x\ln x=0$.
2. Исследовать функцию на локальный экстремум $u=x^4+y^4-2x^2-4xy-2y^2$
3. Найти $u'_x,u'_y,v'_x,\ v'_y$, если функции $u=u(x,y)$ и $v=v(x,y)$ определяются системой
$$\begin{cases}u^2+v^2=x^2\\ u^2-xv^2=y^2\end{cases}$$
4. Найти du,d^2u, если $u=\sqrt{x^2+y^2}$

5. Найти предел функции

а) $\lim\limits_{\substack{x\to1\\y\to1}}\dfrac{x^2y}{x^3+y^3}$ б) $\lim\limits_{\substack{x\to2\\y\to2}}\dfrac{x^3-y^3}{x-y}$

Вариант 3

1. Найти y' для $y=y(x)$, определяемой уравнением $y=arctg(xy)$.
2. Исследовать функцию на локальный экстремум $u=2x^3-xy^2+5x^2+y^2$
3. Найти $u'_x, u'_y, v'_x,\ v'_y$, если функции $u=u(x,y)$ и $v=v(x,y)$ определяются системой

$$\begin{cases}u+yv=x\\ xu-v=y\end{cases}$$

4. Найти du, d^2u, если $u=e^{x^2y}+\dfrac{x}{y}$
5. Найти предел функции

а) $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}\dfrac{y}{x^2+y^2}$ б) $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\y\to3}}\left(1+\dfrac{2}{xy}\right)^x$

Вариант 4

1.Найти y' для $y=y(x)$, определяемой уравнением $y^3-2^y=x^2$.

2. Исследовать функцию на локальный экстремум $u=x^2+xy-x+y+3+y^2$
3. Найти $u'_x, u'_y, v'_x,\ v'_y$, если функции $u=u(x,y)$ и $v=v(x,y)$ определяются системой

$$\begin{cases}u^3-v^3=x^3\\ u+v=y\end{cases}$$

4. Найти du, d^2u, если $u=\sin(3x+\dfrac{\pi}{3}y)+xy^3$
5. Найти предел функции

а) $\lim\limits_{\substack{x\to0\\y\to0}}(2x+5y)\sin\dfrac{3}{x}$ б) $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\y\to-4}}\left(1-\dfrac{3y}{x}\right)^{xy}$

Вариант 5

1. Найти y' для $y=y(x)$, определяемой уравнением $arctgy-2x^2=\dfrac{y}{x}$.
2. Исследовать функцию на локальный экстремум $u=2x^3+4xy+y^2-10x-6y+1$
3. Найти $u'_x, u'_y, v'_x,\ v'_y$, если функции $u=u(x,y)$ и $v=v(x,y)$ определяются системой

$$\begin{cases}xu+yv=1\\ u+v=x^2y\end{cases}$$

4. Найти du, d^2u, если $u=2^{xy}+\sqrt{xy}$
5. Найти предел функции

а) $\lim\limits_{\substack{x\to1\\y\to1}}\dfrac{x^2-y^2}{x^3-y^3}$ б) $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\y\to3}}\left(\dfrac{xy}{x^2+y^2}\right)^y$

Вариант 6

1. Найти y' для $y = y(x)$, определяемой уравнением $\cos(\pi x - 3y) + x = 0$.
2. Исследовать функцию на локальный экстремум $u = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$
3. Найти u'_x, u'_y, v'_x, v'_y, если функции $u = u(x, y)$ и $v = v(x, y)$ определяются системой

$$\begin{cases} xu - v^2 = x^2 \\ u^2 - v = y^2 \end{cases}$$

4. Найти du, d^2u, если $u = \cos(xy) + x^2 + xy^3$
5. Найти предел функции

а) $\lim\limits_{\substack{x\to -2 \\ y\to 0}} \dfrac{\ln(1+xy)}{y}$ б) $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ y\to 3}} \dfrac{e^{xy} - 1}{\sqrt[3]{1+xy} - 1}$

Модуль 5. Числовые ряды. Знакопеременные ряды

Вариант1

1. Найти суммы ряда или установить расходимость рядов

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \ldots + \frac{1}{2m-1} + \ldots, \quad \left(\frac{1}{3\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 11} + \frac{1}{11\cdot 15} + \ldots + \frac{1}{(4n-1)(4n+3)} + \ldots\right)$$

2. Исследовать на сходимость знакоположительные ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n \quad \sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{2}{n} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{(n+1)^n} \quad \sum_{n=2}^{\infty}\frac{n!+3^n}{\sin n + \ln n}$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{2n+100}{3n-1}\right)^n \quad \sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{\ln n}} \quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\sqrt{n+3} - \sqrt{n-1}\right)$$

Вариант2

1. Найти суммы ряда или установить расходимость рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\frac{n\pi}{2}}{3^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+10n}{100n^2+1}$$

1. Исследовать на сходимость знакоположительные ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{1000n} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{(2n)!} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{n^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+5^n}{\ln n + 8^n}$$

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\ln n}{2^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}} \quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(1+\cos\frac{2}{n}\right)$$

Вариант3

1. Найти суммы ряда или установить расходимость рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos n\pi}{6^n} \qquad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{\sqrt{n}+7}$$

2.Исследовать на сходимость знакоположительные ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{3n}}{5^{2n+1}} \quad \sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n+\ln n} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{8^n} \quad \sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\ln^n n}$$

3.Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\sqrt{n+1}}{n^{\alpha}} \quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n arctg\frac{1}{n} \quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(2^{\frac{1}{n}}-1)$$

Вариант4

1. Найти суммы ряда или установить расходимость рядов

$$\left(\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 6}+\frac{1}{6\cdot 8}+...+\frac{1}{2n(2n+2)}+...\right)$$

$$\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{n}}+...\right)$$

2. Исследовать на сходимость знакоположительные ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{2^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n-4}+\sqrt{n-1}} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3n)!}{2n^2(n)!} \quad \sum_{n=1}^{\infty}tg^n\frac{1}{n}$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n^{\alpha}}{\sqrt[3]{n+3}} \quad \sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{n^2}{\ln n} \quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(\sqrt{n+9}-\sqrt{n-3})$$

Вариант5

1. Найти суммы ряда или установить расходимость рядов

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\frac{n\pi}{3}}{5^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2-8}$$

2. Исследовать на сходимость знакоположительные ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^{2n}}{4^{5n+3}} \quad \sum_{n=2}^{\infty}\frac{n^n}{(\ln n)^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{4^n(2n)!} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\sin^n\frac{1}{n}$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n^3}{2^n+7^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{arctgn}{5^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n(e^{\frac{2}{n}}-1)$$

Вариант6

1. Найти суммы ряда или установить расходимость рядов

$$\left(\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+...+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}+...\right)$$

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\ln n}$$

2.Исследовать на сходимость знакоположительные ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{5n+4}{3n-1}\right)^n \quad \sum_{n=1}^{\infty}\arcsin\frac{1}{3n} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n n!}{(n+1)^n} \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+5^n}{\sin^2 n+8^n}$$

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряды

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n^2}{\sqrt[\alpha]{n-7}} \quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln(1+\frac{1}{n}) \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\cdot 7^n}$$

Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля

-2)	Найти формулу общего члена последовательности $1,0,\frac{1}{3},0,\frac{1}{5},0,\ldots$ 1) $\frac{n-2}{2n-1}$; 2) $\frac{1-(-1)^n}{2n}$; 3) $\frac{1}{2n-1}$ или 0; 4) не существует.
-1)	Последовательность $x_n=\frac{n}{n+1}$ является 1) возрастающей. 2) убывающей. 3) стационарной. 4) немонотонной.
-1)	Найти $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)$. 1) 0; 2) ∞; 3) $\sqrt{2}$; 4) не существует.
-2)	Найти $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n^2-5n+1}{n^2+7n+6}$. 1) ∞; 2) 1; 3) 2 ; 4) 0 .
-3)	График функции $y=x+\frac{1}{x}$ имеет 1) лишь вертикальную асимптоту; 2) горизонтальную асимптоту; 3) наклонную и вертикальную асимптоты; 4) лишь наклонную асимптоту.
-2)	Функция $f(x)=\frac{\sin\pi x}{x^2-x}$ 1) непрерывна; 2) имеет устранимые разрывы в точках $x=0$ и $x=1$; 3) имеет бесконечные разрывы в точках $x=0$ и $x=1$.
-1)	Функция $f(x)=\frac{1}{\ln x}$ в точке $x=1$ 1) имеет бесконечный разрыв; 2) непрерывна; 3) имеет существенный разрыв.
-1)	Функция $f(x)=x^3-3x^2+4x-1$. 1) имеет на интервале $(0,1)$ хоты бы один нуль; 2) на интервале $(0,1)$ не принимает значение $-0,5$; 3) на отрезке $[0,1]$ не достигает своего супремума.
-2)	Найти наклонные асимптоты графика функции $f(x)=\frac{x^2+1}{x}$. 1) $y=\pm x$; 2) $y=x$; 3) не существуют.
-3)	Найти $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(x-2)(x+3)}{x^2-6x+1}$. 1) 0; 2) ∞; 3) 1.
-3)	Производная функции $cos^2 3x$ равна 1) $-6\sin 3x$; 2) $6\cos 3x$; 3) $-3\sin 6x$; 4) $-2\cos 3x\sin 3x$.

-2)	Найти промежутки убывания функции $y = x^2 e^{-x}$ 1) $[0,2]$; 2) $(-\infty;0]$ и $[2;+\infty)$; 3) $(-\infty,+\infty)$.
-1)	Найти точки перегиба графика функции $y = x^2 \ln x$. 1) $e^{-1,5}$; 2) e^{-1}; 3) e.
-1)	Графики функций x^2 и x^3 имеют общие касательные 1) лишь в точке $x=0$; 2) в точках $x=0$ и $x=\frac{2}{3}$; 3) в точках $x=0$ и $x=1$.
-2)	Найти точки экстремумов функции $f(x)=\frac{\ln x}{x}$. 1) $x=1$; 2) $x=e$; 3) не существует.
-2)	Найти точки перегиба графика функции $x^2 \ln x$. 1) e; 2) $e^{-\frac{3}{2}}$; 3) $e^{-\frac{1}{2}}$.
-2)	Найти $\int x \ln x dx$. 1) $x^2 \ln x + C$; 2) $\frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$; 3) $2x^2 \ln x - x^2 + C$.
-3)	Найти $\int x^2 \cos x^3 dx$. 1) $\frac{1}{3}x^3 \sin x^3 + C$; 2) $\frac{1}{3}x^3 \cos x^3 dx$; 3) $\frac{1}{3}\sin x^3 + C$.
-1)	Вычислить $\int_0^1 xe^x dx$. 1) 1; 2) e; 3) 2.
-3)	Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2x^2 + 1$ и $y = x + 1$. 1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{1}{24}$.
-2)	Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2$, $y = \frac{1}{x}$ и прямой $x = 2$. 1) $3 - \ln 2$; 2) $\frac{7}{3} - \ln 2$; 3) $\frac{1}{3} - \ln 2$.
-3)	Вычислить объем тела, которое образовано вращением вокруг оси OX плоской фигуры, ограниченной графиками $y = x - x^2$ и $y = 0$. 1) $\frac{\pi}{20}$; 2) π; 3) $\frac{\pi}{30}$.

-2)	Вычислить несобственный интеграл $\int\limits_1^{+\infty} \frac{1}{x^4} dx$. 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) расходится.
-3)	Сумма ряда $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3^n}$ равна 1) 1. 2) 0. 3) 1,5. 4) расходится.
-2)	Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^p}$ сходится 1) при всех $p \le 0$. 2) при всех $p > 0$. 3) при всех $p \ge \frac{1}{2}$. 4) при $p = 0$.

Тема: Предел числовой последовательности

Вопрос1

Классифицировать следующие последовательности по их типам

1. бесконечно малая последовательность
2. бесконечно большая последовательность
3. сходящаяся
4. не имеет предела

А)

$$\{x_n\} = \frac{n}{n^3 + 2}$$

Б)

$$\{x_n\} = \frac{n^5}{n^2 + 2n + 10}$$

В)

$$\{x_n\} = \frac{5n^4}{7n^4 + 3}$$

Г)

$$\{x_n\} = (-1)^n$$

Вопрос2

Расположить числовые последовательности в порядке возрастания их пределов.

А)

$$\frac{4n^2 + 5n - 3}{5n^{10} - 4n^3 + 6}$$

Б)

$$\left(\frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 9} + \ldots + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}\right)$$

В)

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \ldots + \frac{1}{5^n}\right)$$

Г)

$$\frac{2n}{5n + 8}$$

Вопрос3
Классифицировать следующие последовательности по их типам
1. бесконечно малая последовательность
2. бесконечно большая последовательность
3. сходящаяся
4. не имеет предела

А)
$$\{x_n\} = \frac{n^2}{5n^4 - 28}$$
Б)
$$\{x_n\} = \frac{2n^7 + 4}{n^3 - 3n^2 - 1}$$
В)
$$\{x_n\} = \frac{9n^2}{4n^2 - 5}$$
Г)
$$\{x_n\} = \sin n$$
Вопрос4
Если для подмножества E множества действительных чисел существует такое число b, что оно не меньше каждого числа $x \in E$, т.е. для $\forall x \in E$ выполняется неравенство $x \le b$, то каким является множество E?
1)ограниченным сверху
2)ограниченным снизу
3)неограниченным
4)ограниченным
Вопрос5
Если для подмножества E множества действительных чисел существует такое число d, что оно не больше каждого числа $x \in E$, т.е. для $\forall x \in E$ выполняется неравенство $x \ge d$, то каким является множество E?
1)ограниченным сверху
2)ограниченным снизу
3)неограниченным
4)ограниченным
Вопрос6
Число c называется наибольшим или максимальным числом множества $E \subset R$, если
1) $c \in E \wedge \forall x \in E \Rightarrow x \le c$
2) $c \in R \wedge \forall x \in E \Rightarrow x \le c$
3) $c \notin E \wedge \forall x \in E \Rightarrow x \le c$
Вопрос7
Верхней гранью множества $E \subset R$ называется
1)наименьшее среди всех чисел, ограничивающих сверху это множество
2)наибольшее среди всех чисел, ограничивающих снизу это множество
3)наибольшее среди всех чисел, ограничивающих сверху это множество
4)наименьшее среди всех чисел, ограничивающих снизу это множество
Вопрос8
Нижней гранью множества $E \subset R$ называется
1)наименьшее среди всех чисел, ограничивающих сверху это множество
2)наибольшее среди всех чисел, ограничивающих снизу это множество
3)наибольшее среди всех чисел, ограничивающих сверху это множество
4)наименьшее среди всех чисел, ограничивающих снизу это множество

Вопрос9
Числовой последовательностью называется
1)множество действительных чисел занумерованных по определенному закону
2)функция натурального аргумента со значениями во множестве действительных чисел
3)некоторое произвольное подмножество множества действительных чисел
4)некоторое произвольное подмножество множества натуральных чисел
Вопрос10
Число a называется пределом последовательности $\{x_n\}$, если
1)
$\forall\varepsilon > 0\exists n(\varepsilon)|\forall n > n(\varepsilon) \Rightarrow |x_n - a| < \varepsilon$
2)
$\forall\varepsilon > 0\exists n(\varepsilon)|\forall n > n(\varepsilon) \Rightarrow |x_n - a| > \varepsilon$
3)
$\exists\varepsilon > 0\forall n(\varepsilon)|\exists n > n(\varepsilon) \Rightarrow |x_n - a| > \varepsilon$
4)
$\forall\varepsilon > 0\exists n(\varepsilon)|\forall n > n(\varepsilon) \Rightarrow |x_n - \varepsilon| < a$

Тема: Предел функции одной переменной

Вопрос1
Число А называется пределом функции $y = f(x),$ определенной в некоторой проколотой окрестности точки x_0, при $x \to x_0$ если
1)
$\forall\varepsilon > 0\exists\delta > 0\big||x - x_0| < \delta, x \neq x_0 \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon$
2)
$\exists\varepsilon > 0\forall\delta > 0\big||x - x_0| < \delta, x \neq x_0 \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon$
3)
$\forall\varepsilon > 0\exists\delta > 0\big||x - x_0| > \delta, x \neq x_0 \Rightarrow |f(x) - A| \geq \varepsilon$
4)
$\forall\{x_n\}\Big|\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x_0$, причем последовательность принадлежит проколотой окрестности точки x_0, $\{f(x_n)\} \to A, n \to \infty.$
Вопрос2
Для того чтобы функции $f(x)$ и $g(x)$ были эквивалентными при $x \to x_0$, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие
1)
$f(x) = g(x) + o(g(x))$
2)
$f(x) = g(x) + o(f(x))$
3)
$f(x) = g(x) + O(g(x))$
4)
$f(x) = g(x) + O(f(x))$
Вопрос3
Функция $y = \ln(1 + x)$ в окрестности точки $x_0 = 0$ эквивалентна функции
1)

$y = x$

2)

$y = x^2$

3)

$y = 1 + x^2$

4)

$y = x^3$

Вопрос4

Функция $y = arctg\dfrac{1}{x}$ имеет в точке $x_0 = 0$

1) разрыв первого рода со скачком

2)устранимый разрыв

3)существенный разрыв

4)бесконечный разрыв

Вопрос5

Предел функции $y = \sin\dfrac{1}{x}$ в точке $x_0 = 0$

1) не существует

2) равен 0

3) равен 1

4) равен $+\infty$

Вопрос5

Вычислить предел функции $y = x\sin\dfrac{1}{x}$ в точке $x_0 = 0$

1) 0

2) не существует

3) 1

4) равен $+\infty$

Вопрос6

Вычислить предел функции $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{x^3-1}$

1)

$\dfrac{2}{3}$

2)

$\dfrac{1}{3}$

3)

0

4)

1

Вопрос6

Вычислить предел функции $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-1}$

1) -0,5
2) 0,5
3) 0,25
4) 0,2

Вопрос7

Вычислить предел функции $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x-3}\right)^x$

1)

e^5

2)

1

3)

e

4)

$\frac{1}{e^5}$

Вопрос8

Вычислить предел функции $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 7x}{tg 5x}$

1)

$\frac{7}{5}$

2)

0

3)

1

4)

$\frac{5}{7}$

Вопрос9

Вычислить предел функции $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^3-2x-1}{x^4+2x+1}$

1)

$-\frac{1}{2}$

2)

-0,5

3)

$-\frac{3}{2}$

4)

-1,5

Вопрос10

Вычислить предел функции $\lim\limits_{x\to -3}\frac{x^3-4x^2-3x+18}{x^3-5x^2+3x+9}$

1)

$\frac{5}{4}$

2)

1,25

3)

$-\frac{1}{4}$

4)
-0,25

Тема: Приложения определенного интеграла

Вопрос1
Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными в прямоугольных координатах $ax = y^2$, $ay = x^2$.

1)
$\frac{a^2}{3}$

2)
$\frac{2a^2}{3}$

3)
$\frac{a^2}{6}$

4)
$\frac{4a^2}{3}$

Вопрос2
Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными в прямоугольных координатах $y = x^2$, $x + y = 2$.

1) 4,5
2) 3,5
3) 2
4) 6

Вопрос3
Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными в прямоугольных координатах $y = 2x - x^2$, $x + y = 0$.

1) 4,5
2) 3,5
3) 2
4) 6

Вопрос3
Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми, заданными в прямоугольных координатах $y = 2^x$, $y = 2$, $y = 0$.

1)
$2 - \frac{3}{\ln 2}$

2)
$2 - \frac{1}{\ln 2}$

3)
$2 - \frac{5}{\ln 2}$

4)

$2-\frac{2}{\ln 2}$

Вопрос4

Найти площадь фигуры, ограниченной лемнискатой, заданной в полярных координатах $r^2 = a^2 \cos 2\varphi$.

1)

a^2

2)

$2a^2$

3)

$\sqrt{2}a^2$

4)

$3a^2$

Вопрос5

Найти площадь фигуры, ограниченной кардиоидой, заданной в полярных координатах $r = a(1+\cos\varphi)$.

1)

$\frac{3}{8}\pi a^2$

2)

$\frac{3}{2}\pi a^2$

3)

$\frac{3}{4}\pi a^2$

4)

$\frac{3}{5}\pi a^2$

Вопрос6

Найти длину дуги кривой $y = x^{3/2}$ $(0 \le x \le 4)$.

1)

$\frac{8}{9}(10\sqrt{10}-3)$

2)

$\frac{8}{3}(10\sqrt{10}-2)$

3)

$\frac{8}{27}(10\sqrt{10}-1)$

4)

$\frac{8}{27}(10\sqrt{10}-2)$

Вопрос7

Найти длину дуги циклоиды $\begin{cases} x = a(t-\sin t) \\ y = a(1-\cos t) \end{cases}$ $(0 \le t \le 2\pi)$.

1)

$3a$
2)
$8a$
3)
$5a$
4)
$4a$
Вопрос8
Найти объем тела, ограниченного поверхностями, полученными при вращении отрезками линий $y = 2x - x^2$, $y = 0$ вокруг оси ох.
1)
$\frac{16\pi}{15}$
2)
$\frac{12\pi}{15}$
3)
$\frac{4\pi}{15}$
4)
$\frac{2\pi}{15}$
Вопрос9
Найти объем тела, ограниченного поверхностями, полученными при вращении отрезками линий $y = \sin x$, $y = 0$ $(0 \le x \le \pi)$ вокруг оси оу.
1)
π^2
2)
$2\pi^2$
3)
$4\pi^2$
4)
$3\pi^2$
Вопрос10
Найти объем тела, ограниченного поверхностями, полученными при вращении отрезками линий $y = x^2$, $y = |x|$ вокруг оси ох.
1)
$\frac{4\pi}{15}$
2)
$\frac{2\pi}{15}$
3)
$\frac{\pi}{15}$
4)
$\frac{7\pi}{15}$

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если верно и правильно выполнено 90%-100% заданий;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если верно и правильно выполнено 70%-80% заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если верно и правильно решено 50%-60% заданий, возможны некоторые исправления при решении;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если верно выполнено менее 50% заданий;

Темы эссе (рефератов, докладов, сообщений)

Модуль 1. Начала анализа. Предел и непрерывность функции одной переменной.	
1.Элементы теории множеств. Отображение и функция. Преобразования графиков.	Рефераты на темы: 1. Методы доказательства от противного и исключений. 2. Метод математической индукции
2. Действительные числа и их последовательности.	Доклады на темы: 1. Лемма Вейерштрасса о точных границах. 2. Дедекиндовы сечения. 3. Необходимость расширения множества рациональных чисел.
3. Предел функции одной переменной. Свойства. Сравнение функций.	Реферат на тему: Парадоксы Зенона. Решение задач и упражнений.
4.Свойства непрерывных функций одной переменной	Доклады на темы: 1. Различные определения непрерывности. 2. Обратные тригонометрические функции. Решение задач и упражнений.
Модуль 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	
1.Производная и дифференциал. Правила дифференцирования.	Доклад на тему: Второй парадокс Зенона и дифференцируемость. Решение задач и упражнений.
2. Основные теоремы дифференциального исчисления. Приложения.	Доклад на тему: Теорема Дирихле о промежуточных значениях производной.
3. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.	Доклад на тему: Приложения производных высших порядков к исследованию функций.
4.Исследование поведения функции с помощью производных.	Реферат на тему: Неравенство Йенсена и его приложения.
Второй семестр	
Модуль 1. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл Римана	
1. Первообразная и неопределенный интеграл.	Решение задач и упражнений
2. Основные методы интегрирования.	Решение задач и упражнений
3. Интегрирование рациональных функций, иррациональностей и тригонометрических функций.	Доклад на тему: Разложение рациональных функций на простейшие дроби. Реферат на тему: Метод Остроградского.
4. Определение интеграла Римана.	
5. Основные свойства интегрируемых	Реферат на тему: Критерий Лебега об

функций и интеграла Римана. Теоремы о среднем	интегрируемости функций в смысле Римана.
6. Формула Ньютона-Лейбница.	Реферат на тему: Восстановление функции по ее производной.
7. Замена переменной и интегрирование по частям.	Решение задач и упражнений
8. Несобственные интегралы. Признаки сходимости.	Решение задач и упражнений
9. Приложения интеграла к геометрии и механике.	Доклады на темы: 1.Вычисление объемов тел с вложенными сечениями. 2.Спрямляемые кривые.
Третий семестр	
Модуль 1. Непрерывность и дифференциальное исчисление функций многих переменных	
1. Сходимость в конечномерном пространстве.	Доклад на тему: Метрические пространства и сходимость в них.
2. Пределы функций многих переменных.	Решение задач.
3. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций.	Решение задач.
4. Частные производные и дифференциал. Производная по направлению.	Доклад на тему: Теорема о конечных приращениях для функций многих переменных.
5. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.	Решение задач и упражнений.
6. Исследование функции многих переменных на экстремум.	Доклад на тему: Метод Лагранжа.
Модуль2. Числовые ряды. Знакопеременные ряды	
1. Числовой ряд. Свойства сходящихся рядов.	Решение задач и упражнений
2. Признаки сходимости рядов с положительными членами.	Доклады на темы: 1. Признак Раабе о сходимости рядов. 1. Признак Гаусса о сходимости рядов.
3. Знакочередующиеся ряды.	Доклад на тему: Оценки остатков числовых рядов.
4. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.	Реферат на тему: Теорема Римана об условно сходящихся рядах.
5. Признаки сходимости Абеля и Дирихле.	Реферат на тему: Синус-ряды и косинус-ряды.

Реферат оценивается следующим образом:

- соответствие содержания теме- 4 балла;
- глубина проработки материала, 3 балла;
- грамотность и полнота использования источников, 1 балл;
- соответствие оформления реферата требованиям, 2 балла;
- доклад, 5 баллов;
- умение вести дискуссию и ответы на вопросы, 5 баллов.

Максимальное количество баллов: 20.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если набрал 19-20 баллов;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если набрал 15-18 баллов;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если набрал 10-14 баллов;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если набрал менее 10 баллов;

Вопросы к зачету

1.Множества и операции над ними. Отображение. Функция, способы ее задания. Обратная функция. Сложная функция. Графики элементарных функций.

2. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Свойства бесконечно малых последовательностей.

3.Переход к пределу в неравенствах и арифметических операциях. Критерий Коши о сходимости последовательности. Монотонные последовательности.

4. Предел функции одной переменной. Свойства. Сравнение функций.

5.Различные определения предела функции. Односторонние пределы. Основные свойства конечного предела функции.

6. Переход к пределу функции в арифметических операциях и неравенствах. Замечательные пределы. Эквивалентные функции.

7. Определение непрерывности в точке. Точки разрыва функции, их характер.

8. Локальные свойства непрерывных в точке функций.

9. Глобальные свойства непрерывных на сегменте функций.

10.Определение производной. Примеры.

11. Дифференцируемость и дифференциал функции. Некоторые приложения производной и дифференциала.

12.Правила дифференцирования. Таблица производных.

13. Основные теоремы дифференциального исчисления. Приложения. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.

14.Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя.

15. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

16.Формула Тейлора с остатком в различных формах. Разложения элементарных функций.

17.Условия монотонности функции. Необходимые условия локального экстремума функции. 18.Достаточные условия локального экстремума функции. Асимптоты графика функции. 19.Выпуклые функции. Точки перегиба графика. Схема исследования и построения графика функции.

Критерии оценки:

- «зачтено» выставляется студенту, если изложение полученных знаний в устной форме полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются, отдельные несущественные ошибки, исправляемые учащимися после указания преподавателя на них;
- «не зачтено» выставляется студенту, если изложение учебного материала неполное, бессистемное, что препятствует усвоению последующей учебной информации; существенные ошибки, не исправляемые даже с помощью преподавателя.