МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики и компьютерных наук

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Методы решения больших систем линейных алгебраических уравнений

Кафедра прикладной математики факультета
математики и компьютерных наук

Образовательная программа магистратуры
01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) программы
Математическое моделирование и вычислительная математика

Форма обучения
Очная

Статус дисциплины: входит в часть ОПОП, формируемую
участниками образовательных отношений

Махачкала, 2022

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы решения больших систем линейных алгебраических уравнений» составлен в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.02 - Прикладная математика и информатика от 10 января 2018 г. № 13.

Разработчик:
1. кафедра прикладной математики Абдурагимов Г.Э., к.ф.-м. н., доцент;

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы решения больших систем линейных алгебраических уравнений» одобрен:
на заседании кафедры прикладной математики от 25 февраля 2022г., протокол № 6.
Зав. кафедрой ________________ Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от 24 марта 2022г., протокол № 4.
Председатель ________________ Ризаев М.К.

Фонд оценочных средств по дисциплине «Методы решения больших систем линейных алгебраических уравнений» согласован с учебно-методическим управлением «31» марта 2022г. ________________
(подпись)

Рецензент

доцент кафедры дифференциальных
уравнений и функционального анализа ДГУ ________________ Рагимханов В.Р.

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ по дисциплине «Методы решения больших систем линейных алгебраических уравнений»

1.1. Основные сведения о дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы (108 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов	
	1 семестр	всего
Общая трудоёмкость	**108**	**108**
Контактная работа:	**30**	**30**
Лекции (Л)	14	14
Практические занятия (ПЗ)		
Лабораторные занятия (ЛЗ)	16	16
Консультации		
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	зачет	
Самостоятельная работа: *- подготовка к лабораторной работе;* *- самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;*	**78** *40* *38*	**78** *40* *38*

1.2. Требования к результатам обучения по дисциплине, формы их контроля и виды оценочных средств

№ п/п	Контролируемые модули, разделы, (темы) дисциплины, их наименование	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Оценочные средства		Способ контроля
			Наименование	№№ заданий	
1	Неитерационные методы решения больших разреженных СЛАУ	ОПК – 3, ПК – 1, ПК-4	Лабораторная работа (см. приложение)	1	Защита отчета
2	Решение больших разреженных СЛАУ методом ILU - факторизации	ОПК – 3, ПК – 1, ПК-4	Лабораторная работа (см. приложение)	2	Защита отчета
3	Итерационные методы решения больших разреженных СЛАУ	ОПК – 3, ПК – 1, ПК-4	Лабораторная работа (см. приложение)	2	Защита отчета
Промежуточная аттестация: зачет		ОПК – 3, ПК – 1, ПК-4	Лабораторная работа (см. приложение)		Защита отчета

1.3. В результате изучения дисциплины «Методы решения больших систем линейных алгебраических уравнений» обучающийся должен:

1.3.1. Знать:

- основные методы решения СЛАУ с разреженными матрицами.

1.3.2. Уметь:

- составлять алгоритмы и соответствующие программы решения на ЭВМ СЛАУ с разреженными матрицами.

1.3.3. Владеть:

- практическими навыками решения СЛАУ с разреженными матрицами.

1.4. Показатели и критерии определения уровня сформированности компетенций

№ п/п	Код компетенции	Уровни сформированности компетенции			
		Недостаточный	Удовлетворительный (достаточный)	Базовый	Повышенный
	ОПК-1	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня	**Знать:** основные методы решения СЛАУ с разреженными матрицами **Уметь:** составлять алгоритмы и соответствующие программы для решения на ЭВМ СЛАУ с разреженными матрицами **Владеть:** практическими навыками решения СЛАУ с разреженными матрицами	**Знать:** основные методы решения СЛАУ с разреженными матрицами **Уметь:** применять численные методы решения СЛАУ с разреженными матрицами **Владеть:** соответствующими методами решения СЛАУ с разреженными матрицами	**Знать:** основные методы решения СЛАУ с разреженными матрицами **Уметь:** применять численные методы решения СЛАУ с разреженными матрицами **Владеть:** необходимым математическим аппаратом решения СЛАУ с разреженными матрицами
	ПК-1	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня	**Знать:** основные способы сбора и обработки матричных данных **Уметь:** формулировать выводы относительно результатов решения СЛАУ с разреженными матрицами **Владеть:** необходимым математиче-	**Знать:** постановку задачи и методы решения СЛАУ с разреженными матрицами **Уметь:** формулировать и решать СЛАУ с разреженным матрицам **Владеть:** необходимым практиче-	**Знать:** постановку задачи и методы решения СЛАУ с разреженными матрицами **Уметь:** применять в прикладных исследованиях методы решения СЛАУ с разреженным матрицам **Владеть:** практическими навыка-

			ским аппаратом и информационными технологиями решения СЛАУ с разреженными матрицами	ским опытом решения СЛАУ с разреженными матрицами	ми и приемами решении я СЛАУ с разреженным матрицам
	ПК-4	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня	**Знать:** языки программирования и пакеты прикладных программ **Уметь:** применять при решении СЛАУ с разреженными матрицами программные инструменты **Владеть:** практическими навыками и приемами программирования и информационных технологий	**Знать:** языки программирования и пакеты прикладных программ **Уметь:** применять языки программирования и пакеты прикладных программ к решению СЛАУ с разреженными матрицами **Владеть:** практическими навыками и приемами программирования и информационных технологий	**Знать:** языки программирования и пакеты прикладных программ **Уметь:** применять программные инструменты и пакеты прикладных программ к решению СЛАУ с разреженными матрицами **Владеть:** практическим опытом программирования и информационных технологий

2. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ОЦЕНКИ знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины «Методы решения больших систем линейных алгебраических уравнений»

2.1 Вопросы к зачету.

По учебному плану дисциплины в течение 1 семестра предусмотрено выполнение 3 лабораторных работ, название и содержание которых приводится в соответствующей рабочей программе дисциплины. Кроме того, на профильной кафедре, в научной библиотеке и на сайте ДГУ имеется лабораторный практикум по каждому разделу настоящей дисциплины.

Критерии оценивания

− **оценка «зачтено»** выставляется студенту, который успешно защитил не менее 2/3 отчетов по лабораторным работам, прочно усвоил предусмотренный программный материал; правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров;

− **оценка «не зачтено»** выставляется студенту, который не представил к защите 2/3 и более отчетов по лабораторным работам и не справляется с 50% вопросов и в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Лабораторная работа №1

По курсу «Методы решения больших СЛАУ»

Магистратура 1 курс

Тема: *Решение больших СЛАУ методом LU -факторизации.*

Цель: *Научиться решать большие СЛАУ методом LU-факторизации.*

Задание.

Даны разреженные матрицы

Вариант 1

$$A=\begin{pmatrix} 7 & 6 & 2 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 2 & 9 & 0 & 0 & 0 & 11 & 4 \\ -1 & 0 & 9 & 6 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 8 & 0 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 7 & 0 & 0 & 2 & 4 & 0 \\ 10 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 12 & 8 & 0 & 0 & 9 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 2 & 2 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}.$$

Вариант 2

$$A=\begin{pmatrix} 8 & 7 & 3 & 0 & 0 & 0 & 6 \\ 3 & 10 & 0 & 0 & 0 & 12 & 5 \\ 1 & 0 & 10 & 7 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 9 & 0 & 0 & 13 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 4 & 6 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 & 3 & 5 & 0 \\ 11 & 2 & 0 & 3 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 11 & 7 & 0 & 0 & 8 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Вариант 3

$$A=\begin{pmatrix} 10 & 9 & 5 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 5 & 12 & 0 & 0 & 0 & 14 & 7 \\ 3 & 0 & 12 & 8 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 10 & 0 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 6 & 8 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 5 & 7 & 0 \\ 13 & 4 & 0 & 6 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 6 & 6 & 0 & 0 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Вариант 4

$$A=\begin{pmatrix} 11 & 9 & 5 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 14 & 7 \\ 3 & 0 & 1 & 8 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 10 & 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 6 & 8 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 5 & 7 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 6 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Вариант 5

$$A=\begin{pmatrix} 10 & 9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 5 & 12 & 0 & 0 & 0 & 10 & 7 \\ 3 & 0 & 12 & 8 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 10 & 0 & 0 & 15 \\ 10 & 0 & 10 & 0 & 6 & 8 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 5 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 6 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 6 & 6 & 0 & 1 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Вариант 6

$$A=\begin{pmatrix} 12 & 9 & 5 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 5 & 12 & 0 & 0 & 0 & 11 & 7 \\ 3 & 0 & 12 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 15 \\ 10 & 0 & 10 & 0 & 6 & 8 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 5 & 7 & 0 \\ 11 & 4 & 0 & 6 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}, \qquad B=\begin{pmatrix} 6 & 6 & 0 & 0 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

Вариант 7

$$A=\begin{pmatrix} 20 & 9 & 5 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 5 & 12 & 0 & 0 & 0 & 11 & 1 \\ 3 & 0 & 12 & 8 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 10 & 0 & 0 & 11 \\ 0 & 10 & 10 & 0 & 6 & 8 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 5 & 7 & 0 \\ 11 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}, \qquad B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Вариант 8

$$A=\begin{pmatrix} 11 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 12 & 0 & 0 & 0 & 12 & 1 \\ 0 & 0 & 12 & 8 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 10 & 0 & 0 & 11 \\ 0 & 10 & 10 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 10 & 1 & 0 & 5 & 7 & 0 \\ 11 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}, \qquad B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Вариант 9

$$A=\begin{pmatrix} 10 & 9 & 5 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 5 & 10 & 0 & 0 & 0 & 11 & 1 \\ 3 & 0 & 12 & 8 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 11 & 0 & 0 & 11 \\ 0 & 10 & 10 & 0 & 6 & 8 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 5 & 7 & 0 \\ 10 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}, \qquad B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Вариант 10

$$A=\begin{pmatrix} 20 & 9 & 5 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 5 & 12 & 0 & 0 & 0 & 11 & 1 \\ 3 & 0 & 12 & 8 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 10 & 0 & 1 & 11 \\ 0 & 10 & 10 & 0 & 6 & 8 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 5 & 15 & 0 \\ 11 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}, \qquad B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 6 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

1) Выписать портреты этих матриц .
2) Симметричны ли их портреты?
3) Выписать для хранения этих матриц способом CSR массивы *aelem, jptr, iptr*.
4) Выписать для хранения этих матриц способом CSR с изменениями массивы *adiag, altr, autr, jptr, iptr*.

I. Написать алгоритм и соответствующую программу умножения матриц A и B на векторы x и y соответственно. Результаты проверить на векторах

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

II. 1) Найти разложение матрицы A методом LU −факторизации.

2) Описать недостатки и достоинства метода LU - факторизации.

Лабораторная работа №2

По курсу «Методы решения больших СЛАУ»
Магистратура 1 курс

Тема: *Решение больших СЛАУ методом ILU-факторизации.*
Цель: *Научиться решать большие СЛАУ методом ILU-факторизации.*

Задание

Решить систему Ax=b методом ILU-факторизации. Для этого

1. Найти разложение матрицы A=LU+R, где L, U –нижняя и верхняя треугольные матрицы соответственно, R- матрица погрешности. Привести алгоритмы вычисления матриц L, U и R. Выписать матрицы L, U, R.
2. Найти приближенное решение данной системы по алгоритму:
   а) Ly=b, находим вектор y;
   б) Ux=y, находим искомый вектор x.

Выписать алгоритмы решения систем Ly=b и Ux=y. Выписать вектор y и искомый вектор x.

3. Вычислить вектор невязки $r=Ax^*-b$ и норму этого вектора. Здесь x^*-приближенное решение, полученное в пункте 2.

Варианты

Во всех вариантах все координаты вектора b взять равными 1.

1 Вариант

$$a_{ij} = 20\delta_{ij} + 2sin\frac{\pi(i+j)}{2},\ i,j = \overline{1,n};\ \ n = 8,9,10.$$

2 Вариант

$$a_{ij} = \begin{cases} 10\delta_{ij} + 2cos\pi ij, & \text{если } |i-j| \le 4, \\ 0, & \text{если } 5 \le |i-j| \le n, \end{cases}$$
$$i,j = \overline{1,n};\ \ n = 8,9,10.$$

3. Вариант

$$a_{ij} = \begin{cases} 8\delta_{ij}, & \text{если } |i-j| \le 2, \\ 2, & \text{если } 3 \le |i-j| \le 5, \\ 0, & \text{если } 6 \le |i-j| \le n, \end{cases}$$
$$i,j = \overline{1,n};\ \ n = 9,10.$$

4. Вариант

$$a_{ij} = \begin{cases} 5\delta_{ij}\int\limits_0^1 e^{sin\pi x}dx, & \text{если } |i-j| \le 4, \\ 0, & \text{если } 5 \le |i-j| \le n, \end{cases}$$
$$i,j = \overline{1,n};\ \ n = 8,9,10.$$

5. Вариант

$$a_{ij} = 2\delta_{ij}e^{\frac{i+j}{n}} + 5in\frac{\pi(i+j)}{2},\ i,j = \overline{1,n};\ \ n = 8,9,10.$$

6. Вариант

$$a_{ij} = \begin{cases} 5\int\limits_0^1 \dfrac{dx}{1+sin^2(\frac{\pi ij}{n}x)}, & \text{если } |i-j| \le 4, \\ 0, & \text{если } 5 \le |i-j| \le n, \end{cases}$$

$$i,j = \overline{1,n};\ \ n = 9{,}10.$$

7. Вариант

$$a_{ij} = \begin{cases} 10\dfrac{i+j}{n}\int\limits_0^{\pi} \dfrac{dx}{1+sin^2x}, & \text{если } |i-j| \le 4, \\ 0, & \text{если } 5 \le |i-j| \le n, \end{cases}$$

$$i,j = \overline{1,n};\ \ n = 9{,}10.$$

8. Вариант

$$a_{ij} = 8\delta_{ij}\frac{i+j}{n}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k}{1+k^3} + 3sin\frac{\pi(i+j)}{2},\ \ i,j = \overline{1,n};\ \ n = 8{,}9{,}10.$$

9. Вариант

$$a_{ij} = \begin{cases} \sqrt[3]{\int\limits_0^{i+j} \dfrac{dx}{2+sin^2\pi x}}, & \text{если } |i-j| \le 3, \\ 0, & \text{если } 4 \le |i-j| \le n, \end{cases}$$

$$i,j = \overline{1,n};\ \ n = 8, 9{,}10.$$

10. Вариант

$$a_{ij} = 10\frac{n^2}{i^2+j^2}\delta_{ij} + cos\frac{\pi(i+j)}{2},\ \ i,j = \overline{1,n};\ \ n = 8{,}9{,}10.$$

В вариантах. $\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & 0, \text{ если } i \ne j, \\ & \text{сли } i = j \end{cases}$ – символ Кронекера-Капелли.

Лабораторная работа №3

По курсу «Методы решения больших СЛАУ»
Магистратура 1 курс

Тема: *Решение больших СЛАУ итерационными методами.*
Цель: *Научиться решать большие СЛАУ методами Якоби и Гаусса-Зейделя.*

Задание

1. Решить систему уравнений Ax=b с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$:
   а) методом Якоби;
   б) методом Гаусса-Зейделя.
2. Заполнить таблицу:

Таблица результатов

методы	решение	число итераций	вектор невязки
Якоби	x_1= ... : : x_n= ...	k =	r_1= ... . : r_n= ...
Гаусса-Зейделя	x_1= ... : : x_n= ...	k =	r=(r_1, ... , r_n)

Варианты

Во всех вариантах все координаты вектора b взять равными 1.

1 Вариант

$$a_{ij} = 20\delta_{ij} + 2sin\frac{\pi(i+j)}{2},\ i,j = \overline{1,n};\ \ n = 8,9,10.$$

2 Вариант

$$a_{ij} = \begin{cases} 10\delta_{ij} + 2cos\pi ij, & \text{если } |i-j| \le 4, \\ 0, & \text{если } 5 \le |i-j| \le n, \end{cases}$$
$$i,j = \overline{1,n};\ \ n = 8,9,10.$$

3. Вариант

$$a_{ij} = \begin{cases} 8\delta_{ij}, & \text{если } |i-j| \le 2, \\ 2, & \text{если } 3 \le |i-j| \le 5, \\ 0, & \text{если } 6 \le |i-j| \le n, \end{cases}$$
$$i,j = \overline{1,n};\ \ n = 9,10.$$

4. Вариант

$$a_{ij} = \begin{cases} 5\delta_{ij}\int\limits_0^1 e^{sin\pi x}dx, & \text{если } |i-j| \le 4, \\ 0, & \text{если } 5 \le |i-j| \le n, \end{cases}$$
$$i,j = \overline{1,n};\ \ n = 8,9,10.$$

5. Вариант

$$a_{ij} = 2\delta_{ij}e^{\frac{i+j}{n}} + 5in\frac{\pi(i+j)}{2},\ i,j = \overline{1,n};\ \ n = 8,9,10.$$

6. Вариант

$$a_{ij} = \begin{cases} 5\int_0^1 \frac{dx}{1+sin^2(\frac{\pi ij}{n}x)}, & \text{если } |i-j| \le 4, \\ 0, & \text{если } 5 \le |i-j| \le n, \end{cases}$$

$$i,j = \overline{1,n};\ \ n = 9{,}10.$$

7. Вариант

$$a_{ij} = \begin{cases} 10\frac{i+j}{n}\int_0^\pi \frac{dx}{1+sin^2x}, & \text{если } |i-j| \le 4, \\ 0, & \text{если } 5 \le |i-j| \le n, \end{cases}$$

$$i,j = \overline{1,n};\ \ n = 9{,}10.$$

8. Вариант

$$a_{ij} = 8\delta_{ij}\frac{i+j}{n}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k}{1+k^3} + 3sin\frac{\pi(i+j)}{2},\ \ i,j = \overline{1,n};\ \ n = 8{,}9{,}10.$$

9. Вариант

$$a_{ij} = \begin{cases} \sqrt[3]{\int_0^{i+j} \frac{dx}{2+sin^2\pi x}}, & \text{если } |i-j| \le 3, \\ 0, & \text{если } 4 \le |i-j| \le n, \end{cases}$$

$$i,j = \overline{1,n};\ \ n = 8, 9{,}10.$$

10. Вариант

$$a_{ij} = 10\frac{n^2}{i^2+j^2}\delta_{ij} + cos\frac{\pi(i+j)}{2},\ \ i,j = \overline{1,n};\ \ n = 8{,}9{,}10.$$

В вариантах. $\delta_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если } i \ne j, \\ 1, & \text{сли } i = j \end{cases}$ – символ Кронекера-Капелли.