МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине

Методы оптимизации

Кафедра ***прикладной математики***

Направление подготовки

01.03.01 Математика

Профили подготовки:
Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения
очная

Статус дисциплины: входит в формируемую
участниками образовательных отношений часть ОПОП

Махачкала, 2022

Фонд оценочных средств дисциплины «*Методы оптимизации*» составлен в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО - *бакалавриат* по направлению подготовки 01.03.01 Математика .

Приказ Минобрнауки России от 12.03.2015 №228.

Разработчик: кафедра прикладной математики, Ризаев М.К. к.ф.-м.н. доцент

Фонд оценочных средств по дисциплины «*Методы оптимизации*» одобрен:
на заседании кафедры прикладной математики от « 25» февраля 2022 г., протокол №6
Зав. кафедрой ________________ Кадиев Р.И.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от « 24» марта 2022г., протокол №4.
Председатель ________________ Ризаев М.К.

Фонд оценочных средств по дисциплины «*Методы оптимизации*» согласован с учебно-методическим управлением «31» марта 2022г.

Начальник УМУ ________________ Гасангаджиева А.Г.
(подпись)

Рецензент(эксперт):
доцент кафедры МА ДГУ ________________ Алейдаров С.М. Фамилия И.О.
(*полное наименование организации и должности руководителя*) (*подпись*)
М.П.

2

ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Методы оптимизации»

1.1. Основные сведения о дисциплине
Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы (144 академических часа).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов
	7 семестр
Общая трудоёмкость	144
Контактная работа:	68
Лекции (Л)	34
Практические занятия (ПЗ)	34
Консультации	
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	экзамен
Самостоятельная работа 1. работа с лекционным материалом, с учебной литературой 2. опережающая самостоятельная работа (изучение новогоматериаладо егоизложения назанятиях) 3. выполнение домашних заданий, домашних контрольныхработ 4. подготовка к лабораторным работам, к практическим исеминарскимзанятиям 5.подготовкакконтрольнымработам, коллоквиумам, экзамену.	10 10 18 12 36

1.2. Требования к результатам обучения по дисциплине, формы их контроля и виды оценочных средств

Контролируемые разделы, темы, модули	Индекс контро лируем ой компет	Оценочные средства		Способ контроля
		наименование	№№ заданий	

	енции			
Модуль 1. *Не - линейное программирование*				
1.Конечномерные задачи без ограничений и с ограничениями типов равенств .	УК-1, ОПК-1, ПК-3	контрольная работа	КР-1	письменно
Модуль 2. Линейное и выпуклое программирования.				
1. Задача линейного программирования .	УК-1, ОПК-1, ПК-3	контрольная работа	КР-2	письменно
2. Выпуклые задачи .	УК-1, ОПК-1, ПК-3	контрольная работа	КР-2	письменно
Модуль 3. Вариационные исчисления.				
1.Классические задачи вариационного исчисления .	УК-1, ОПК-1, ПК-3	контрольная работа	КР-3	письменно
2.Элементы оптимального управления .	УК-1, ОПК-1, ПК-3	устный опрос , колоквиум	вопросы по теме	устно

1.3. Показатели и критерии определения уровня сформированности компетенций

№ п/п	Индекс компетенции	Уровни сформированности компетенции			
		Недостаточный	Удовлетворительный (достаточный)	Базовый	Повышенный
1	УК-1, ОПК-1, ПК-3	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня	Знает: в основном материал по конечномерным задачам нелинейного программирования , основные положения	Знает: основной материал по линейному и нелинейному программированиям, основные положения	Знает: материал по нелинейному и линейному программированиям на высоком уровне, знаком

2			линейного программирования , классического вариационного исчисления. Умеет: решать некоторые типовые задачи нелинейного и линейного программирования , классического вариационного исчисления. Владеет навыками решения некоторых типовых задач линейного и нелинейного программирования , классического вариационного исчисления.	классического вариационного исчисления, принцип Лагранжа . Умеет: решать различные типовые задачи из нелинейного и линейного программирований , задачу Лагранжа. Владеет методами решения различных задач из линейного и нелинейного программирований, вариационного исчисления., задачу Лагранжа.	с элементами выпуклого программирования, на высоком уровне владеет элементами классического вариационного исчисления. Умеет: решать основные классы задач линейного и нелинейного программирований, выпуклого программирования. Владеет методами решения задач по основным, по всем разделов методов оптимизаций.
2	УК-1, ОПК-1, ПК-3	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня	Знает: основные методы математического программирования и вариационного исчисления. Умеет: может использовать под руководством подготовленного специалиста основные методы оптимизации к исследованию прикладных задач экономики и других сфер. Владеет навыками	Знает: основные методы математического программирования и вариационного исчисления, выпуклого программирования. Умеет: использовать самостоятельно основные методы оптимизации к	Знает: на высоком уровне основные методы математического программирования и вариационного исчисления, выпуклого программирования. Умеет: на достаточном высоком

			построения математических моделей некоторых естественных процессов .	исследованию прикладных задач экономики и естествознания . Владеет: навыками построения математически х моделей различных прикладных задач естествознания, обладает способностью анализа решений полученных моделей.	уровне использовать самостоятельно основные методы оптимизации к исследованию прикладных задач экономики и естествознания Владеет: навыками построения математически х моделей различных прикладных задач естествознания, обладает способностью анализа решений полученных моделей. По полученным решениям прогнозировать динамику исследуемой системы.
3	УК-1, ОПК-1, ПК-3	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня	Знает: основные положения и методы математического программирования необходимые к проведению методических и экспертных работ в области математики. Умеет: под	Знает : на высоком уровне методы математического программирования и вариационного исчисления к проведению методических и экспертных	Знает : на высоком уровне методы математического и выпуклого программирования и вариационного исчисления к проведению методических и экспертных

			руководством специалиста проводить методические и экспертные работы в области математики . Владеет : навыками проведения методических и экспертных работ в области математики.	работ в области математики. Умеет : самостоятельно проводить математические экспертные работы в области математики. Владеет : на высоком уровне навыками проведения математических и экспертных работ в области математики.	работ в области математики. Умеет : самостоятельно проводить математические экспертные работы в области математики. Владеет : на высоком уровне навыками проведения математических и экспертных работ в области математики.

2. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ОЦЕНКИ знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины *«Методы оптимизации »*

2.1. *ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ*

Самостоятельная работа

Перед контрольной работой по каждому модулю студент должен *самостоятельно* повторить и освоить соответствующий теоретический материал по данному модулю, систематизировать необходимые формулы, детально анализировать ранее решенные на практических занятиях задачи и упражнения. Задания по контрольной работе составлены для проверки освоения необходимых *умений и навыков* решения задач по тематике данного модуля.

КР-1

Вариант №1.

1. Найти производную по Фреше отображения: $F\big(x(\cdot)\big) = \int_{-1}^{1} x^3(t)dt,$

$$F: C([-1;1]) \to R.$$

2. Решить конечномерную задачу без ограничений:

$$x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_2^2 + \frac{1}{3}x_3^3 - 2x_1 + 2x_2 - x_3 \to extr.$$

3. Решить конечномерную задачу с ограничением типа равенства:

$$x_1^2 + 2x_2^2 + 5x_3^2 \to extr;\;\; 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 19.$$

Вариант №2.

1. Найти производную по Фреше отображения:
   $F\big(x(\cdot)\big) = x^2(1)x(-1), F\colon C([-1;1]) \to R.$
2. Вычислить экстремумы в безусловной конечномерной задаче:
   $$2x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 - \frac{2}{3}x_3^3 + 4x_1 + x_2 + 4x_3 \to extr.$$
3. Решить конечномерную задачу:
   $$2x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 \to extr, \qquad -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 26$$

Вариант № 3.

1. Найти производную по Фреше отображения: $F\big(x(\cdot)\big) = \left(\int_{-1}^{1} x(t)dt\right)^2, F\colon C([-1;1]) \to R.$
2. Решить конечномерную задачу без ограничений:
   $$-x_1^2 + 2x_1x_2 - 2x_2^2 - \frac{1}{3}x_3^3 - 2x_1 + 2x_2 + x_3 \to extr.$$
3. Решить конечномерную задачу с ограничением типа равенства:
   $$-2x_1 + 2x_2 + x_3 = 24.$$

Вариант № 4.

1. Найти производную по Фреше отображения: $F\big(x(\cdot)\big) = \int_{-1}^{1} x^3(t)e^t dt, F\colon C([-1;1)) \to R.$
2. Решить конечномерную задачу без ограничений:
   $$-2x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2 + \frac{2}{3}x_3^3 + 4x_1 + x_2 + 4x_3 \to extr.$$
3. Решить конечномерную задачу с ограничением типа равенства:
   $$x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_3^2 \to extr,$$
   $$2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = 42.$$

Контрольная работа №2.

Вариант №1.

1. Решить геометрическим способом и симплекс-методом задачу линейного программирования:
   $$L(\vec{x}) = -4x_1 - 10x_2 \to min; \quad \begin{cases} -3x_1 + 4x_2 \le 24, \quad 2x_1 + x_2 \le 17, \\ 3x_1 - x_2 \le 18; \quad x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Вариант №2.

1. Решить геометрическим способом и симплекс-методом задачу линейного программирования:
   $$L(\vec{x}) = -5x_1 - 3x_2 \to min; \quad \begin{cases} 5x_1 + 4x_2 \ge 20, \quad x_1 + x_2 \le 12, \\ 2x_1 - x_2 \le 12; \quad x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Вариант №3.

1. Решить геометрическим способом и симплекс-методом задачу линейного программирования:

$$L(\vec{x}) = -6x_1 - 8x_2 \to min; \quad \begin{cases} -3x_1 + 5x_2 \leq 30, \quad x_1 + x_2 \leq 13, \\ 5x_1 - 2x_2 \leq 15; \; x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Вариант №4.

1. Решить геометрическим способом и симплекс-методом задачу линейного программирования:

$$L(\vec{x}) = -5x_1 - 4x_2 \to min; \quad \begin{cases} 3x_1 + 8x_2 \geq 24, \quad -x_1 + 2x_2 \leq 6, \\ x_1 + 2x_2 \leq 14; \quad x_1 \geq 0, \; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Контрольная работа №3.

Вариант №1.

1. Найти стационарные кривые в задаче Больца:

$$\int_1^2 t^2 \dot{x}^2 dt - 2x(1) + x^2(2) \to extr.$$

2. Решить простейшую задачу вариационного исчисления:

$$\int_0^{3/2} (\dot{x}^3 + 2x) dt \to extr; \quad x(0) = 0, \; x\left(\frac{3}{2}\right) = 1.$$

3. Определить стационарные кривые изопериметрической задачи:

$$\int_0^1 \dot{x}^2 dt \to extr; \quad \int_0^1 x dt = 2, \; x(0) = x(1) = 0.$$

Вариант № 2.

1. Найти стационарные кривые в задаче Больца:

$$\int_0^1 (\dot{x}^2 + x^2) dt - 2x(1) sh(1) \to extr.$$

2. Решить простейшую задачу вариационного исчисления:

$$\int_0^2 (\dot{x}^2 + 2x) dt \to extr; \quad x(0) = 0, \; x(2) = 2.$$

3. Определить стандартные кривые изопериметрической задачи:

$$\int_0^1 x^2 dt \to extr; \int_0^1 txdt = 0, x(0) = 1, x(1) = 2.$$

Вариант 3.

1. Найти стационарные кривые в задаче Больца:

$$\int_0^3 (\dot{x}^2 + x^2)dt + 6x^2(3) \to extr.$$

2. Решить простейшую задачу вариационного исчисления:

$$\int_0^1 (x^2 - x)dt \to extr; \qquad x(0) = 0, \quad x(1) = 1\,.$$

3. Определить стационарные кривые изопериметрической задачи:

$$\int_0^\pi x^2 dt \to extr; \qquad \int_0^\pi x \sin t\, dt = 1, \quad x(0) = x(\pi) = 0.$$

Вариант 4.

1. Найти стационарные кривые в задаче Больца:

$$\int_0^1 e^x \dot{x}^2 dt + 4e^{x(0)} + 32e^{-x(1)} \to extr.$$

2. Решить простейшую задачу вариационного исчисления:

$$\int_0^1 \dot{x}e^{\dot{x}} dt \to extr; \quad x(0) = 0, \ x(1) = 2.$$

3. Определить стандартные кривые изопериметрической задачи:

$$\int_1^2 t^2\dot{x}^2 dt \to extr; \qquad \int_1^2 txdt = \frac{7}{3}, \quad x(1) = 1, \quad x(2) = 2.$$

2.2 Вопросы для контроля самостоятельной работы студента

1. Производная по направлению, вариации по Лагранжу.
2. Производные высших порядков операторов. Формула Тейлора.
3. Теорема о полном дифференциале для операторов.
4. Элементы выпуклого анализа, основные сведения.
5. Субдифференциал и его свойства.
6. Достаточные условия экстремума в безусловной задаче.
7. Правило множителей Лагранжа в задачах с ограничениями.
8. Теорема Куна-Таккера в задаче выпуклого программирования.
9. Целочисленное линейное программирование.
10. Принципы Лагранжа в задачах классического вариационного исчисления.
11. Задачи со старшими производными.
12. Задача с подвижными концами, ее особенности.
13. Принципы Лагранжа в задаче оптимального уравнения.
14. Постановка задачи оптимального уравнения, ее частные случаи.
15. Принципы Лагранжа для Ляпуновских задач.

2.3 Примерные контрольные вопросы к коллоквиумам.
Модуль 1. Нелинейное программирования.

1. Дайте определение производной по Фреше, приведите формулу для производной суперпозиции отображений.
2. Сформулируйте конечномерную теорему об обратной и неявной функции.
3. Приведите теорему о среднем в случае нормированного пространства, разъясните ее смысл.
4. Найдите первую и вторую производные отображения: $f: R^n \to R^1$.
5. Найдите первую производную отображения: $f: R^n \to R^m$.
6. Сформулировать необходимое условие для безусловного экстремума функции многих переменных.
7. Сформулировать достаточное условие безусловного экстремума функции многих переменных.
8. Сформулировать критерий Сильвестра проверки достаточных условий безусловного экстремума функции многих переменных.
9. Приведите постановку гладкой конечномерной задачи с ограничениями типа равенств. Что такое функция и вектор множителей Лагранжа?
10. Сформулировать необходимые условия экстремума в конечномерной задаче с ограничениями типа равенств.
11. Приведите алгоритм решения задачи на экстремум функции многих переменных в случае ограничений типа равенств.
12. Приведите постановку задачи минимизации функции многих переменных при ограничениях типа равенств и неравенств.
13. Сформулировать необходимые условия экстремума в задаче со смешанными ограничениями.
14. В чем состоит условие дополняющей нежесткости в необходимых условиях экстремума задачи с ограничениями типа неравенств?
15. В чем состоит условие неотрицательности множителей Лагранжа в необходимых условиях экстремума задачи с ограничениями типа неравенств?
16. Приведите условие стационарности в задачах минимизации функций многих переменных с ограничениями.

Модуль 2. Линейное и выпуклое программирование.

1. Сформулируйте задачу об оптимальном выпуске продукции.

2. Приведите постановку транспортной задачи.

3. Напишите общую задачу линейного программирования. Укажите ее частные случаи.

4. В чем состоит эквивалентность основной и канонической задач линейного программирования?

5. Дайте определение области допустимых элементов задачи линейного программирования. Приведите пример в случае размерности n = 2,3.

6. Дайте определение угловой точки ОДР. Приведите примеры для случая n = 2,3.

7.Сформулируйте критерий угловатости точки в случае канонической задачи линейного программирования.

8. Описать алгоритм графического решения задачи линейного программирования.

9. Объясните алгоритм преобразования основной задачи к каноническому виду.

10. Описать алгоритм выбора базисных переменных, угловой точки и составления первичной симплекс – таблицы.

11. Сформулировать признак оптимальности угловой точки через оценки Δ_i.

12.В каком случае задача линейного программирования не имеет решения? Свяжите ответ с оценками Δ_i.

13. Сформулировать правила пересчета ограничений, оценок задачи линейного программирования при переходе к новому базису.

14 Всегда ли решение задачи линейного программирования, записанной в канонической форме может быть найдено за конечное число шагов?

15.Дайте определение выпуклого множества. Сформулировать его геометрический смысл. Какое множество называется конусом?

16.Эффективное множество и надграфик. Собственный функционал. Выпуклый однородный функционал.

17.Выпуклые множества в нормированных пространствах, их свойства. Ядро множества.

18.Выпуклые функционалы. Неравенство Иенсена, критерий выпуклости.

19 Отделимость выпуклых множеств в нормированных пространствах. Приведите пример в случае пространства R^n.

20.Теорема отделимости в конечномерном случае.

21.Субдифференциал функционала. Субдифференциал выпуклой однородной функции.

22.Субдифференциал дифференцируемого функционала.

23.Выпуклая задача без ограничений. Необходимое условие экстремума.

24.Пусть выпуклый функционалf задан на выпуклом множествеU. Является ли точка локального минимума точкой его глобального минимума наU?

25.Выпуклый функционалf задан на выпуклом множествеU и достигает своего минимума в двух различных точках. Достигает ли функционал минимума во всех точках отрезка, соединяющих эти точки?

26.Функционалf строго выпукл и задан на выпуклом множествеU. Может ли он достигать своего глобального минимума наU более чем в одной точке?

27.Сформулируйте задачу выпуклого программирования. В чём состоит принцип максимума для функции Лагранжа.

28.Приведите постановку задачи выпуклого программирования. Приведите условия дополняющей надёжности и не отрицательности множителей Лагранжа из теоремы Куна-Таккера.

29.В каком случае принципы максимума для функции Лагранжа, условия дополняющей надёжности и неотрицательности множителей Лагранжа являются достаточными в теореме Куна-Таккера?

30.В чём состоит условие Слейтера из теоремы Куна-Таккера?

Модуль 3. Вариационные исчисления.

1. Сформулировать основную лемму вариационного исчисления.
2. Приведите формулировку леммы Дюбуа-Реймона.
3. Сформулируйте задачу Больца, приведите необходимые условия экстремума.
4. Приведите алгоритм, правило решения задачи Больца.
5. Сформулировать простейшую задачу вариационного исчисления, напишите необходимые условия экстремума.
6. Приведите постановку изопериметрической задачи, укажите функцию Лагранжа этой задачи.
7. Сформулируйте необходимые условия экстремума для изопериметрической задачи.
8. Принцип Лагранжа для задачи Лагранжа.
9. Необходимое условие экстремума в задаче Лагранжа, уравнение Эйлера-Лагранжа.
10. Задача с подвижными концами, необходимое условие экстремума.
11. Сформулировать задачу со старшими производными.
12. Необходимые условия экстремума в задаче со старшими производными, правило решения задачи.
13. Привести формулировку задачи оптимального управления.
14. Сформулировать принцип максимума Понтрягина.

2.4. Примерные тестовые задания для проведения текущего контроля

Правильный ответ	Формулировка тестового задания
1)	Производная отображения $F: C([0,1]) \to R, F\big(x(\cdot)\big) = x^2(1)$ есть отображение:

	1)$F'\big(x(\cdot)\big)[y(\cdot)] = 2x(1)\,y(1)$; 3)$F'\big(x(\cdot)\big)[y(\cdot)] = y^2(1)$; 2) $F'\big(x(\cdot)\big)[y(\cdot)] = 2y(1)$; 4)$F'\big(x(\cdot)\big)[y(\cdot)] = x^2(1)y^2(1)$.
2)	Производная отображения $F: R^n \to R^m, F(\vec{x}) = A\vec{x}$, где $A -$ матрица порядка $m \times n$, есть отображение: 1)$F'(\vec{x})[h] = (\vec{x}, \vec{h})$; 3)$F'(\vec{x})[h] = A\vec{x}$; 2) $F'(\vec{x})[h] = A\vec{h}$; 4)$F'(\vec{x})[h] = \vec{x} + \vec{h}$.
3)	Величины A и Bсвязаны соотношением$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{30}$, причём $40 \leq A \leq 60$, $60 \leq y \leq 120$. ВеличинаA принимает наименьшее значение при следующем значении величины B: 1)60; 2)80; 3)120; 4)100.
4)	Функция $f(\vec{x}) = x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1 + x_2$достигает минимальное значение в точке: 1)(0 ; 1); 2)(1 ; 1);3)(2 ; 1);4)(1 ; 0).
1)	Конечномерная задача без ограничений $f(\vec{x}) = x_1x_2 + \frac{50}{x_1} + \frac{20}{x_2}$имеет точку экстремума: 1)$(5\,;2)\epsilon\ locmin$; 3)$(5\,;2)\epsilon locmax$; 2)$(2\,;5)\epsilon locmin$; 4)$(2\,;5)\epsilon locmax$;
2)	Конечномерная задача$4x_1 + 3x_2 \to extr$, $x_1^2 + x_2^2 = 1$ имеет следующие стационарные точки: 1)$\left(-{}^3/_5\,;\ -{}^4/_5\right)$;2)$\left(-{}^4/_5\,;\ -{}^3/_5\right)$ 3)$\left({}^3/_5\,;{}^4/_5\right)$;$\left({}^4/_5\,;{}^3/_5\right)$; 4)$(0;1)$;$(1;0)$.
3)	Каноническая задача линейного программирования: 1) содержит ограничение типа строгого неравенства; 2) всегда имеет конечное решение; 3) содержит только ограничения типа равенств; 4) содержит ограничения только типа неравенств.

4)	Область допустимых элементов задачи линейного программирования в R^2задана неравенствами $x_1 + x_2 \geq 6, x_1 + x_2 \leq 12, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$. Тогда число угловых точек этой области равно: 1) *3;* *2)* 5; 3) 6; 4) 4.
1)	Задача линейного программирования $L(\vec{x}) = -x_1 - 2x_2 \to min$,

	$\begin{cases} x_1 \geq 0, x_1 \leq 3, \\ x_2 \geq 0, x_2 \leq 3 \end{cases}$ имеет решение: 1. $\overrightarrow{x_{\text{опт}}} = (+3;+3), L_{min} = -9$; 2. $\overrightarrow{x_{\text{опт}}} = (+3;0), L_{min} = -3$; 3. $\overrightarrow{x_{\text{опт}}} = (0;3), L_{min} = -6$; 4. $\overrightarrow{x_{\text{опт}}} = (2;3), L_{min} = -8$;
2)	Для выпуклости собственного функционала f необходимо и достаточно: 1) дифференцируемость f во всех точках; 2) выполнение неравенства Иенсена; 3) ограниченность функционала f; 4) непрерывность функционала f.
3)	Для того чтобы точка $\hat{x}$ доставляла в выпуклой задаче без ограничений $f(x) \rightarrow inf$b абсолютный минимум, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие: 1) Существовал субдифференциал$\partial f(\hat{x})$; 2) Функционал f был дифференцируем; 3) Выполнялось включение $O\epsilon\partial f((\hat{x})$; 4) Выполнялось условие $\partial f(\hat{x}) = f(\hat{x})$.
1)	Если точка $\hat{x}$ является решением задачи выпуклого программирования, то: 1) имеет место принцип минимума для функции Лагранжа; 2) не имеет место условие дополняющей нежесткости; 3) все множители Лагранжа $\lambda_i \leq 0$; 4) в точке $\hat{x}$целевой функционал дифференцируем.
1)	Уравнение Эйлера простейшие задачи вариационного исчисления $\int_0^1 (\dot{x}^2 - x^2)dt \rightarrow extr; x(0) = x(1) = 0$имеет вид: 1) $x'' + x = 0$; 2)$x'' - x = 0$; 3) $x'' - 2x = 0$; 4)$x'' - x^2 = 0$;
1)	Уравнение Эйлера для простейшей задачи классического вариационного исчисления имеет вид: 1) $\frac{d}{dt}\hat{L}_{\dot{x}}(t) = \hat{L}_x(t)$; 2) $\hat{L}_{\dot{x}}(t)=\frac{d}{dt}\hat{L}_x(t)$; 3) $\frac{d}{dt}\hat{L}_{\dot{x}}(t) = -\hat{L}_x(t)$; 4)$\hat{L}_{\dot{x}}(t) = -\frac{d}{dt}\hat{L}_x(t)$;
2)	Решение простейшей задачи вариационного исчисления $\int_0^1 \dot{x}^2 dt \rightarrow extr; x(0) = 1, x(1) = 0$ имеет вид: 1) $(1+t)\epsilon absmin$; 2) $(t-1)\epsilon absmin$; 3) $(1-t)\epsilon absmin$; 4) $(t^2+1)\ \epsilon absmin$

3)	Условие трансверсальности в задаче Больца задаются выражением: 1) $\hat{L}_{\dot{x}}(t_i) = \hat{l}_{x_i}, i = 0{,}1;$ 2) $\hat{L}_{\dot{x}}(t_i) = (-1)^2\hat{l}_{x_i}, i = 0{,}1;$ 3) $\hat{L}_{\dot{x}}(t_i) = -\hat{l}_{x_i}, i = 0{,}1;$ 4) $\hat{L}_{\dot{x}}(t_i) = -t_i\hat{l}_{x_i}, i = 0{,}1.$
4)	Функция Лагранжа изопериметрической задачи $\int_0^1(\dot{x}^2 - x^2)dt \to inf;\ \int_0^1 xdt = 0, x(1) = x(2) = 0$ имеет вид: 1) $\lambda_0(\dot{x}^2 - x^2) - \lambda_1 x^2;$ 2) $\lambda_0\dot{x}^2 + \lambda_1 x^2;$ 3) $\lambda_0(\dot{x}^2 + x^2) - \lambda_1 x^2;$ 4) $\lambda_0(\dot{x}^2 - x^2) + \lambda_1 x.$
2)	Уравнение Эйлера-Пуассона для задачи со старшими производными: $\int_0^1 \ddot{x}^2 dt \to extr; x(0) = \dot{x}(0) = x(1) = \dot{x}(1) = 0$ имеет вид: 1) $x^{(3)}(t) = 0;$ 2) $x^{(4)}(t) = 0;$ 3) $x^{(5)}(t) = 0;$ 4) $x^{(6)}(t) = 0;$
3)	Задача Больца задается в пространстве: 1) $C([t_0; t_1]);$ 2) $C^{(4)}([t_0; t_1]);$ 3) $C^{(1)}([t_0; t_1]);$ 4) $C^{(2)}([t_0; t_1]);$
4)	Допустимый управляемый процесс$\xi(t)$ является элементом: 1) задачи Больца; 2) изопериметрической задачи; 3) задачи со старшими производными; 4) задачи оптимального управления.

2.6.Вопррсы к экзамену.

1.Основные этапы развития методов оптимизации.
2.Норма оператора .Дифференцируемость операторов.
3.Теорема о среднем для отображений. Полный дифференциал.
4.Конечномерная задача без ограничений. Необходимые условия экстремума.
5. Конечномерная задача без ограничений. Достаточные условия экстремума.
6.Задача с ограничениями типа равенств. Правило множителей Лагранжа.
7.Задача с ограничениями типа равенств. . Необходимые условия экстремума.
8. Задача с ограничениями типа равенств. . Достаточные условия экстремума.
9.Задача с смешанными ограничениями, принцип Лагранжа.
10. . Задача с смешанными ограничениями. Необходимые условия экстремума.

11. Задача с смешанными ограничениями. Достаточные условия экстремума.
12.задача об оптимальном выпуске продукции. Транспортная задача.
13 Задача линейного программирования. Общая постановка.

14.Основная и каноническая задачи линейного программирования, их эквивалентность.
15. Геометрический способ решения задачи линейного программирования.
16.Область допустимых элементов. Угловые точки ,критерий угловатости.
17.Симплекс –метод. Преобразование задачи, выбор угловой точки.
18.Симплекс-метод. Тривиальный случай отрицательности оценок.
19.Симплекс метод. Тривиальный случай отсутствия решения.
20.Симплекс-метод. Основной случай, симплекс преобразования.
21.Симплекс-метод. Связь новых базисных переменных с небазисными переменными.
22.Выпуклые множества и их свойства.
23.Отделимость выпуклых множеств.
24.Выпуклые функции и их свойства.
25.Экстремальные свойства выпуклых функций.
26.Субдифференциал и его свойства.
27.Выпуклая задача без ограничений, необходимые и достаточные условия экстремума.
28.Задача выпуклого программирования. Теорема Куна-Такера.
29.Основная лемма вариационного исчисления. Лемма Дюбуа-Реймана.
30.Постановка задачи Больца. Необходимые условия экстремума.
31.Правило решения задачи Больца. Достаточные условия экстремума.
32.Постановка краевой задачи. Необходимые условия экстремума.
33.Правило решения краевой задачи. Достаточные условия экстремума.
34.Постановка изопериметрической задачи. Необходимые условия экстремума.
35.Правило решения изопериметрической задачи. Достаточные условия экстремума.
36.Задача Лагранжа. Необходимые условия экстремума.
37.Задача с подвижными концами. Необходимые условия экстремума.
38.Задача со старшим производными. Необходимые условия экстремума.
39.Принцип максимума Понтрягина.
40.Задача оптимального управления .Необходимые условия экстремума.

2.7. Задание для самостоятельной работы.

Модуль 1. Нелинейное программирования.

Исследовать отображение на дифференцируемости по Фреме и найти производные в случае дифференцируемости.

1. $f: R^2 \to R^2, f(x_1, x_2) = (x_1^3 + x_2^3, x_1 x_2), \vec{x} = (1,2)$
2. $f: R^n \to R^1,\ f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$
3. $f: H \to R^1, f(x) = \|x\|, H -$ гильбертово пространство.

Решить следующие задачи на экстремумы.

4. Вписать в круг треугольник с максимальной суммой квадратов сторон.
5. Найти наибольшую площадь четырехугольника с заданными сторонами.
6. Вписать в шар пространство R^n симплекс наибольшего объема.

Решить следующие конечномерные задачи.

7. $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \to extr, \vec{x} \epsilon R^3$.
8. $-x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 + x_1 + x_1 x_2 + 2x_3 \to extr, \vec{x} \epsilon R^3$.
9. $4x_1 + 3x_2 \to extr,\ x_1^2 + x_2^2 = 4$.
10. $x_1 x_2^2 x_3^3 \to extr, x_1 + x_2 + x_3 = 1$.
11. $x_1^2 + x_2^2 \to extr, x_1^4 + x_2^4 \leq 1$.
12. $x_1^4 + x_2^4 \to extr, x_1^2 + x_2^2 \leq 1$.

Модуль 2. Линейное и выпуклое программирования.

Решить геометрически и симплекс – методом задачи линейного программирования.

13. $f(x_1, x_2) = -x_1 - 4x_2 \to min;\ x_1 \leq 2, x_1 + 2x_2 \geq 2, x_2 \geq 2, x_1 + x_2 \leq 3,$ $x_1, x_2 \geq 0$.
14. $f(x_1, x_2) = x_1 - 2x_2 \to min; -x_1 + x_2 \leq 0, 2x_1 + x_2 \leq 3, x_1 - x_2 \leq 1,$ $x_1, x_2 \geq 0$.
15. $f(x_1, x_2) = -2x_1 - x_2 \to min; 2x_1 + x_2 \geq 1, 3x_1 - x_2 \geq -1, x_1 - 4x_2 \leq$ $2;\ x_1, x_2 \geq 0$.
    1. Найти субдифференциал нормы (как выпуклой однородной функции) в нормированном пространстве.
    2. Доказать, что если $f: R^2 \to R$ и при этом $f^*(x) = f(x)$, то $f(x) = |x|^2/2$.
    3. Вычислить субдифференциал $f(\vec{x}) = \max_i |x_i|, \vec{x} \epsilon R^n$.
    4. $x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 + 3|x_1 + x_2 + 2| \to inf$.
    5. $x_1^2 + x_2^2 + 2\max(x_1, x_2) \to inf$.

Модуль 3. Вариационное исчисление.

Решить задачи Больца.

6. $\int_0^2 \dot{x}^2 dt + 4x^2(0) - 5x^2(2) \to extr$.
7. $\int_0^1 (\dot{x}^2 + x^2) dt + 6x^2(1) \to extr$.
8. $\int_0^3 (\dot{x}^2 + x^2) dt + 10_x^2(3) - x(0) \to extr$.

Решить простейшие задачи классического вариационного исчисления.

9. $\int_1^e (x - t\dot{x}^2)dt \to extr;\ x(1) = 1, x(2) = 2.$

10. $\int_1^2 t^2\dot{x}^2 dt \to extr; x(1) = 3, x(2) = 1.$

11. $\int_0^1 x^2\dot{x}^2 dt \to extr; x(0) = 1, x(1) = \sqrt{2}.$

Решить задачи со старшими производными.

12. $\int_0^\pi \dot{x}^2 dt \to extr;\ \int_0^\pi x cost dt = \frac{\pi}{2}; x(0) = 1, x(\pi) = -1;$

13. $\int_0^1 \dot{x}^2 dt \to extr;\ \int_0^1 xe^{-t} dt = e; x(1) = 2, x(0) = 2e + 1.$

Решить задачи со старшими производными.

14. $\int_0^1 (24tx - \ddot{x}^2)dt \to extr; x(0) = \dot{x}(0) = x(1) = 0, \dot{x}(1) = 0{,}1.$

15. $\int_0^1 (\ddot{x}^2 - 24tx)dt \to extr; x(0) = \dot{x}(0) = 0, x(1) = 0{,}2;\ \dot{x}(1) = 1.$

2.8. Методические материалы, определяющие процедуру оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Критерии оценивания по видам контроля

Критерии оценки по коллоквиуму

По данному модулю студентувыставляются:

1) 5 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* их иллюстрировать на различных примерах;

2) 15 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и *умеет* доказывать различные из них;

3) 20 баллов, если он *знает* основные понятия, определения, формулировки основных утверждений из данного раздела и*умеет*доказывать их.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля

Критерии оценки по контрольной работе

Если студент *владеет по данному модулю навыками* решения типичных задач, то *по этому модулю* ему выставляются:

1) 50 *баллов;*

2) 40 баллов в случае наличия неточностей;

3) 20 баллов в случае наличия некоторых допустимых ошибок.

Эти баллы учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Доклад - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы.

Реферат - продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.

Критерии оценки по докладу, реферату

Если студент *по теме данного модуля* самостоятельно *подготовил доклад и выступил* с этим докладом публично или написал реферат и раскрыл тему реферата, то ему выставляются 10 *баллов*, которые учитываются при выводе общего результата как интегральной оценки, складывающейся из текущего контроля и промежуточного контроля.

Общий результат выводится как интегральная оценка, складывающая из текущего контроля-50% и промежуточного контроля -50%.
Текущий контроль по дисциплине включает:
-посещение занятий-10 баллов,
-участие на практических занятиях-10 баллов,
-коллоквиум-40 баллов,
-выполнение аудиторных контрольных работ-40 баллов.
Промежуточный контроль по дисциплине включает:
-устный опрос (экзамен) – 100 баллов.

Оценку"отлично"заслуживаетстудент,обнаружившийвсестороннее,систематическоеиглубокое знание предусмотренного программой материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренныепрограммой,усвоившийосновнуюизнакомыйсдополнительнойлитературой,рекомендованной программой. Как правило, оценка "**отлично**" выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала. Студент должен уметь примеры и задачи, предложенные к предстоящему экзамену.

Оценку "хорошо" заслуживает студент, обнаруживший полнознание программногоматериалауспешновыполняющийпредусмотренныевпрограммезадания,усвоившийосновнуюлитературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка "хорошо" выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний подисциплинеиспособнымкихсамостоятельному пополнению. Иными словами, допускается незнание некоторых сложных фактов и доказательств теорем.

Оценку "удовлетворительно" заслуживает студент, обнаруживший знания основного учебно- программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности,справляющийсясвыполнениемзаданий,предусмотренныхпр ограммой,знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Удовлетворительной отметкой оценивается ответ, в котором имеются погрешности при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется студенту, в ответе которого обнаружены пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка "неудовлетворительно" ставится студентам,которыенемогутпродолжитьобучениеилиприступитькпрофессио нальнойдеятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующейдисциплине.

Рекомендуемые границы оценок:

«отлично» - не менее 86% правильныхответов,

«хорошо» - 66-85% правильныхответов,

«удовлетворительно» - 51-65% правильныхответов,

«неудовлетворительно» - менее 50% правильных ответов.