МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждениевысшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук
Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине
«Линейная алгебра»

Кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа
факультета математики и компьютерных наук

Образовательная программа бакалавриата
01.03.05 – Статистика

Направленность (профиль) программы
Анализ больших данных

Форма обучения
Очная

Статус дисциплины: ***Входит в обязательную часть ОПОП***

Махачкала, 2023

Фонд оценочных средств дисциплины «Линейная алгебра» составлена в 2023 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.05 Статистика от 14.08.2020 № 1032

Разработчик: кафедра дифференциальных уравнений и функционального анализа, Ибрагимов Мурад Гаджиевич, к. ф.-м. н., доцент.

Фонд оценочных средств дисциплины одобрена:
на заседании кафедры дифференциальных уравнений и функционального анализа от «18» января 2023 г., протокол № 5.

Зав. кафедрой ____________ Сиражудинов М.М.

на заседании Методической комиссии факультета математики и компьютерных наук от «25» января 2023 г., протокол № 4.

Председатель ____________ Ризаев М.К.

Фонд оценочных средств дисциплины согласована с учебно-методическим управлением «20» февраля 2023 г.

Начальник УМУ ____________ Гасангаджиева А.Г.

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине
«Линейная алгебра»

1.1. Основные сведения о дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц (252 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	1 семестр	2 семестр	всего
Общая трудоёмкость	108	144	252
Контактная работа:	64	48	112
Лекции (Л)	32	24	56
Практические занятия (ПЗ)	32	24	56
Лабораторные занятия (ЛЗ)	-	-	-
Консультации			
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	экзамен	экзамен	
Самостоятельная работа			
1. работа с лекционным материалом, с учебнойлитературой	6	6	12
2. опережающая самостоятельная работа (изучение нового материала до его изложения на занятиях)	6	6	12
3. выполнение домашних заданий, домашних контрольныхработ	6	6	12
4. подготовка к лабораторным работам, к практическим и семинарским занятиям	6	6	12
5. подготовка к контрольным работам, коллоквиумам,экзамену	12	12	24

1.2. Требования к результатам обучения по дисциплине, формы их контроля и виды оценочных средств

ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Линейная алгебра»

№ п/п	Контролируемыемодули, разделы(темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или её части)	Оценочные средства		Способ контроля
			наименование	№№ заданий	
1	**Модуль 1.** Комплексные	УК-1 ПК-1	Вопросы для коллоквиума	6	устно

	числа	УК-1 ПК-1	Варианты контрольной работы	1	письменно
		УК-1 ПК-1	Практические занятия	7	письменно
2	**Модуль 2.** Матрицы и определители. Системы линейных алгебраических уравнений	УК-1 ПК-1	Вопросы для коллоквиума	13	устно
		УК-1 ПК-1	Варианты контрольной работы	2, 3	письменно
		УК-1 ПК-1	Практически е занятия	9	письменно
3	**Модуль 4.** Квадратичные формы	УК-1 ПК-1	Вопросы для коллоквиума	12	устно
		УК-1 ПК-1	Варианты контрольной работы	4	письменно
		УК-1 ПК-1	Практически е занятия	3	письменно
4	**Модуль 5.** Линейное пространство. Линейные преобразования пространства *Vn*	УК-1 ПК-1	Вопросы для коллоквиума	11	устно
		УК-1 ПК-1	Варианты контрольной работы	5-6	письменно
		УК-1 ПК-1	Практически е занятия	3	письменно
5	**Модуль 6.** Евклидово пространство. Унитарное пространство	УК-1 ПК-1	Вопросы для коллоквиума	7	устно
		УК-1 ПК-1	Варианты контрольной работы	9	письменно
		УК-1 ПК-1	Практические занятия	6	письменно

1.3. Показатели и критерии определения уровня сформированности компетенций

№ п/п	Код компетенции	Уровни сформированности компетенции			
		Недостаточный	Удовлетворительный (достаточный)	Базовый	Повышенный
		Отсутствие признаков удовлетворительного уровня	Знать: Уметь: Владеть:	Знать: Уметь: Владеть:	Знать: Уметь: Владеть:
1	УК-1 Способен	**Не знает** : структуру задач в области	**Знает на достаточном уровне**:	**Знает на хорошем уровне**:	**Знает на повышенном уровне**:

	осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. **Не умеет**: анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. **Не владеет** : навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.	структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. **Умеет на достаточном уровне**: анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. **Владеет на достаточном уровне**: навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.	структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. **Умеет на хорошем уровне**: анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. **Владеет на хорошем уровне**: навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.	структуру задач в области математики, теоретической механики и физики, а также базовые составляющие таких задач. **Умеет на повышенном уровне**: анализировать постановку данной математической задачи, необходимость и (или) достаточность информации для ее решения. **Владеет на повышенном уровне**: навыками сбора, отбора и обобщения научной информации в области математических дисциплин.
2	ПК-1. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований ,	**Не знает:** стандартные методы и технические средства для статистических наблюдений. **Не умеет:** применить стандартные методы и технические средства при статистических наблюдениях. **Не владеет :** методами и техническими средствами для	**Знает на достаточном уровне:** стандартные методы и Технические средства для Статистических наблюдений. **Умеет на достаточном уровне:** применить стандартные методы и технические средства при статистических наблюдениях.	**Знает на хорошем уровне:** стандартные методы и Технические средства для Статистических наблюдений. **Умеет на хорошем уровне:** применить стандартные методы и технические средства при статистических наблюдениях.	**Знает на повышенном уровне:** стандартные методы и Технические средства для Статистических наблюдений. **Умеет на повышенном уровне:** применить стандартные методы и технические средства при статистических наблюдениях.

	необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	статистических наблюдений.	**Владеет на достаточном уровне:** методами и техническими средствами для статистических наблюдений.	**Владеет на хорошем уровне:** методами и техническими средствами для статистических наблюдений.	**Владеет на повышенном уровне:** методами и техническими средствами для статистических наблюдений.

2. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ОЦЕНКИ знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины «Линейная алгебра»

Кейс-задачи

Кейс 1

Даны два комплексных числа заданных в координатной форме $z_1 = (a\,; b),\ z_2 = (c\,; d)$

вопрос1

Вычислить модуль комплексного числа $z_1 + z_2$

да

$$|\ z_1 + z_2\ | = \sqrt{(a+c)^2 + (b+d)^2}$$

нет

$$|\ z_1 + z_2\ | = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$$

нет

$$|\ z_1 + z_2\ | = \sqrt{(a+b)^2 + (c+d)^2}$$

нет

$$|\ z_1 + z_2\ | = \sqrt{(a-b)^2 + (c-d)^2}$$

вопрос2

При умножении комплексных чисел

да

модули этих комплексных чисел умножаются

да

аргументы этих комплексных чисел складываются

нет

модули этих комплексных чисел складываются

нет

аргументы этих комплексных чисел умножаются вопрос3

При делении комплексных чисел $\frac{z_1}{z_2} = \frac{(a\,;b)}{(c\,;d)}$ надо

да

выполнить деление в алгебраической форме

да

выполнить деление в координатной форме

да

выполнить деление в тригонометрической форме

да

выполнить деление уголком

Кейс 2

Даны два комплексных числа в заданных в координатной форме $z_1 = (a_1; b_1),\ z_2 = (a_2; b_2)$

вопрос1

Найти сопряженное комплексное число $\overline{z_1}$ для комплексного числа $z_1 = (a_1; b_1)$ да

$\overline{z_1} = (a_1; -b_1)$

нет

$\overline{z_1} = (-a_1; -b_1)$

нет

$\overline{z_1} = (-a_1; -b_1)$

нет

$\overline{z_1} = (a_1; 0)$

вопрос2

Сопряженное комплексное число $\overline{z_1}$

да

Симметрично комплексному числу $z_1 = (a_1; b_1)$ относительно действительной оси

да

Имеет с комплексным числом $z_1 = (a_1; b_1)$ равные модули

нет

Симметрично комплексному числу $z_1 = (a_1; b_1)$ относительно мнимой оси

нет

Имеет с комплексным числом $z_1 = (a_1; b_1)$ равные аргументы

вопрос4

Сопоставить левые и правые части следующих равенств

1. $\overline{z_1 + z_2}$
2. $\overline{z_1 - z_2}$
3. $\overline{z_1 \cdot z_2}$
4. $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}$

да

$\overline{z_1} + \overline{z_2}$

да

$\overline{z_1} - \overline{z_2}$

да

$\overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$

да

$\dfrac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$

Кейс 3

Даны два комплексных числа в алгебраической форме $z_1 = a_1 + b_1 i, z_2 = a_2 + b_2 i$

вопрос1

Вычислить n-ю степень комплексного числа $z_1 = a_1 + b_1 i$

да

$z_1^n = r^n\left(Cos(n\varphi) + i \cdot Sin(n\varphi)\right)$

нет

$z_1^n = r^n\left(Cos\varphi - i \cdot Sin\varphi\right)$

нет

$z_1^n = r \cdot \left(Cos(n\varphi) + i \cdot Sin(n\varphi)\right)$

нет

$z_1^n = Cos\varphi + i \cdot Sin\varphi$

вопрос3

При делении комплексных чисел заданных в алгебраической форме $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{a_1 + b_1 i}{a_2 + b_2 i}$ нужно

да

выполнить деление по формулам в алгебраической форме

да

умножить знаменатель и числитель на комплексное число сопряженное знаменателю

да

выполнить деление по формулам в координатной форме

да

выполнить деление в тригонометрической форме

вопрос4

Установите взаимосвязь между операциями с комплексными числами в алгебраической форме

1. $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{a_1 + b_1 i}{a_2 + b_2 i} = \dfrac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + \dfrac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} i$
2. $z_1 \cdot z_2 = (a_1 + b_1 i) \cdot (a_2 + b_2 i) = (a_1 \cdot a_2 - b_1 \cdot b_2) + (a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1) i$
3. $z_1 - z_2 = (a_1 + b_1 i) - (a_2 + b_2 i) = (a_1 + a_2) - (b_1 + b_2) i$
4. $z_1 + z_2 = (a_1 + b_1 i) + (a_2 + b_2 i) = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2) i$

да

деление комплексных чисел

да
умножение комплексных чисел
да
разность комплексных чисел
да
сложение комплексных чисел

Кейс 4
Дано комплексное число в алгебраической форме $z = a + bi$
вопрос1
Вычислить корень n-й степени из комплексного числа z
да

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\left(Cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \cdot Sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right)$$

нет

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\left(Cos\frac{\varphi}{n} + i \cdot Sin\frac{\varphi}{n} \right)$$

нет

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt{r}\left(Cos\frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \cdot Sin\frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right)$$

нет

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r}\left(Cos\frac{\varphi + 2\pi}{n} + i \cdot Sin\frac{\varphi + 2\pi}{n} \right)$$

вопрос2
Значения корня n-й степени из комплексного числа $z = a + bi$
да
расположены на окружности радиуса $\sqrt[n]{r}$
да
образуют правильный n-угольник
нет
расположены на действительной оси
нет
расположены на мнимой оси
вопрос4
Сопоставить левые и правые части
1. $\sqrt{1}$
2. $\sqrt[3]{1}$
3. $\sqrt[4]{1}$
4. $\sqrt[6]{1}$

да

$$\varepsilon_0 = 1, \varepsilon_1 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \varepsilon_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \varepsilon_3 = -1, \varepsilon_4 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i, \varepsilon_5 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

да

$\varepsilon_0 = 1, \varepsilon_1 = i, \varepsilon_2 = -1, \varepsilon_3 = -i$

да

$\varepsilon_0 = 1, \varepsilon_1 = -1$

да

$\varepsilon_0 = 1, \varepsilon_1 = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i, \varepsilon_2 = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i$

Кейс 5

Даны квадратные матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 6 & -7 & 0 \\ 5 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

вопрос1

Вычислить сумму матриц *A*+*B*

да

$$\begin{pmatrix} 8 & -3 & 0 \\ 4 & 4 & -6 \\ 1 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

нет

$$\begin{pmatrix} -8 & 3 & 0 \\ -4 & 4 & -4 \\ 1 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

нет

$$\begin{pmatrix} 8 & -3 & 0 \\ 5 & -4 & -6 \\ 1 & 0 & -8 \end{pmatrix}$$

нет

$$\begin{pmatrix} -8 & -3 & 3 \\ 4 & 4 & -6 \\ 2 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

вопрос4

Установите взаимосвязь между левыми и правыми частями свойств матриц

1. $A \times (\alpha \cdot B)$
2. $A \times (B_1 + B_2)$
3. $(A_1 + A_2) \times B$
4. $(A \times B) \times C$

да

$(\alpha \cdot A) \times B$

да

$A \times B_1 + A \times B_2$

да

$A_1 \times B + A_2 \times B$

да

$A \times (B \times C)$

вопрос5

Элемент a_{21} матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}$ равен …

да

4

Кейс 6

Даны квадратные матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 3 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

вопрос1

Умножить матрицу A на число -3

да

$$\begin{pmatrix} -6 & 0 & -15 \\ -9 & -12 & 6 \\ 3 & -6 & -3 \end{pmatrix}$$

нет

$$\begin{pmatrix} -6 & 0 & -15 \\ 3 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

нет

$$\begin{pmatrix} -6 & 0 & 5 \\ -9 & 4 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

нет

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 & -5 \\ 3 & 8 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

вопрос2

При произведении матриц A и B …

да

получится матрица

да

ранг произведения меньше равен или равен рангу сомножителей

нет

получится комплексное число

нет
получится многочлен
вопрос5

Минор первого порядка M_1 матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 3 & 4 & -2 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ равен …

да
2

Кейс 7

Дана квадратная матрица $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

вопрос2
Вычислить обратную матрицу A^{-1}
да

$$\begin{pmatrix} -\frac{5}{11} & \frac{6}{11} & \frac{2}{11} \\ \frac{8}{11} & -\frac{3}{11} & -\frac{1}{11} \\ \frac{7}{11} & -\frac{4}{11} & -\frac{5}{11} \end{pmatrix}$$

да

$$\frac{1}{11}\begin{pmatrix} -5 & 6 & 2 \\ 8 & -3 & -1 \\ 7 & -4 & -5 \end{pmatrix}$$

нет

$$\begin{pmatrix} -\frac{5}{13} & \frac{6}{13} & \frac{2}{13} \\ \frac{8}{13} & -\frac{3}{13} & -\frac{1}{13} \\ \frac{7}{13} & -\frac{4}{13} & -\frac{5}{13} \end{pmatrix}$$

нет

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & 0 & 5 \\ 2 & -7 & 4 \end{pmatrix}$$

вопрос3

При нахождении обратной матрицы для матрицы $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ нужно

да
вычислить определитель матрицы A
да
найти алгебраические дополнения всех элементов матрицы A
да
найти присоединенную матрицу A^*
да
умножить матрицу A^* на число $\frac{1}{\Delta}$
вопрос4
Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$. Установите взаимосвязь между матрицами и их значениями
1. A
2. A^T
3. A^2
4. $r(A)$
да
$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$
да
$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$
да
$\begin{pmatrix} 5 & 5 & 3 \\ 5 & 11 & -4 \\ 3 & -4 & 14 \end{pmatrix}$
да
3

Кейс 8

Дана матрица квадратная $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & 6 & 36 & 216 \\ 1 & 7 & 49 & 343 \end{pmatrix}$
вопрос1
Вычислить ранг матрицы A
да

4
нет
31
нет
3
нет
3
вопрос4

Установите взаимосвязь между элементами матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4 & 8\\ 1 & 4 & 16 & 64\\ 1 & 6 & 36 & 216\\ 1 & 7 & 49 & 343\end{pmatrix}$ и их значениями

1. a_{32}
2. a_{41}
3. a_{22}
4. a_{24}

да
6
да
1
да
4
да
64
вопрос5

Определитель матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4 & 8\\ 1 & 4 & 16 & 64\\ 1 & 6 & 36 & 216\\ 1 & 7 & 49 & 343\end{pmatrix}$ равен…

да
240

Кейс 9

Дана прямоугольная матрица $A=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n}\\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n}\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn}\end{pmatrix}$

вопрос1
Числовой матрицей называется
да
прямоугольная таблица чисел
нет

множество чисел
нет
число
нет
функция
вопрос2
Элементарными преобразованиями матрицы называются …
да
прибавление к элементам строки (столбца) ее другой строки (столбца), предварительно умноженных на некоторое число
да
перестановка местами двух строк (столбцов) матрицы
нет
обнуление любой строки матрицы
нет
умножение элементов строки (столбца) матрицы на любое число
вопрос4
Установите взаимосвязь между матрицами и их значениями
1. A согласована с B, B согласована с A
2. A согласована с B, B не согласована с A
3. A не согласована с B, B согласована с A
4. A не согласована с B, B не согласована с A

да
существует $A\times B$ и существует $B\times A$
да
существует $A\times B$ и не существует $B\times A$
да
не существует $A\times B$ и существует $B\times A$
да
не существует $A\times B$ и не существует $B\times A$

Кейс 10

Дана система линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=6, \\ 2x_1-x_2+2x_3=6, \\ 3x_1+x_2-x_3=2. \end{cases}$

вопрос1
Найти решение системы уравнений методом Крамера
да
$x_1=1, x_2=2, x_3=3.$
нет
$x_1=1, x_2=-1, x_3=0.$
нет
$x_1=0, x_2=1, x_3=1.$
нет
$x_1=-2, x_2=2, x_3=1.$
вопрос4

Сопоставить определители системы уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 6, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$ и их значения

1. Δ
2. Δ_1
3. Δ_2
4. Δ_3

да

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

да

$$\begin{vmatrix} 6 & 1 & 1 \\ 6 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$$

да

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 2 & 6 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$

да

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 6 \\ 3 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

вопрос5

Система уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 6, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$ имеет … неизвестных

да

3

Кейс 11

Пусть даны многочлены с действительными коэффициентами $f(x)$ и $g(x)$

вопрос2

При умножении этих многочленов …

да

получится многочлен

да

степень многочлена равна сумме степеней сомножителей

нет

получится матрица

нет
степень многочлена равна произведению степеней сомножителей
вопрос4
Установите взаимосвязь между левыми и правыми частями свойств суммы и произведения многочленов
1. $f(x)+g(x)=g(x)+f(x)$
2. $(f(x)+g(x))+\varphi(x)=f(x)+(g(x)+\varphi(x))$
3. $f(x)\cdot g(x)=g(x)\cdot f(x)$
4. $(f(x)\cdot g(x))\cdot\varphi(x)=f(x)\cdot(g(x)\cdot\varphi(x))$
да
коммутативность сложения
да
ассоциативность сложения
да
коммутативность произведения
да
ассоциативность произведения
вопрос5
Старший коэффициент многочлена $f(x)=2x^4-x^3-x^2+4x-3$ равен …
да
2
Кейс 12
Дан многочлен с действительными коэффициентами
вопрос1
По схеме Горнера разделить $f(x)=3x^4-x^3+6x^2-2x+1$ на $(x-4)$
да
$f(x)=(x-4)\cdot(3x^3+11x^2+50x+198)+793$
нет
$f(x)=(x-4)\cdot(3x^3-11x^2+50x+198)+79$
нет
$f(x)=(x-4)\cdot(x^3+11x^2+50x+198)+793$
нет
$f(x)=(x-4)\cdot(3x^3+11x^2+50x+198)+153$
вопрос2
При делении многочленов …
да
получится многочлен
да
старший коэффициент равен произведению старших коэффициентов сомножителей
нет
получится определитель
нет
степень многочлена равна сумме степеней сомножителей
вопрос5
Свободный коэффициент многочлена $f(x)=3x^4-x^3+6x^2-2x+1$ равен …
да
3

Критерии оценки:

- «зачтено» выставляется студенту, если получено ответы на 50% заданий;
- «не зачтено» выставляется студенту, если количество правильных ответов меньше 50%.

Примеры заданий для самостоятельного решения

Самостоятельная работа 1

1. Вычислить $\dfrac{(1+i)^2+(7-5i)(2+2i)}{(1-i)(4+3i)}$.

2. Решить систему уравнений $\begin{cases}(4+2i)z_1-(6-i)z_2=-19+23i\\(5+2i)z_1+(4-3i)z_2=8+4i\end{cases}$.

3. Вычислить $(-3+3i)^{150}$, $\sqrt[12]{1}$.

4. Решить уравнение $x^2+(-2-i)x-(1-7i)=0$.

5. Выразить через $\sin x$ и $\cos x$: $\sin 6x$.

Самостоятельная работа 2

1. Вычислить определитель $\Delta=\begin{vmatrix}1&0&1&0\\2&3&1&-1\\0&1&0&2\\-1&3&0&4\end{vmatrix}$.

2. Вычислить по теореме Лапласа $\Delta=\begin{vmatrix}1&5&-2&1&1\\2&-3&4&1&2\\0&2&0&3&-1\\4&-1&3&-2&4\\0&2&0&0&2\end{vmatrix}$.

3. Вычислить обратную матрицу $A=\begin{pmatrix}1&3&1\\2&1&-2\\0&1&3\end{pmatrix}$.

4. Вычислить ранг матрицы $A=\begin{pmatrix}1&2&-1&3&-2\\-1&3&1&2&2\\3&0&-3&-1&-6\\0&-4&0&4&0\\5&1&-5&2&-10\end{pmatrix}$.

Самостоятельная работа 3

1. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases}x_1+2x_2-x_3+2x_4-x_5=2,\\3x_1+x_2+2x_3+3x_4+x_5=6,\\-2x_1-x_2+x_3-x_4-2x_5=-2,\\2x_1+2x_2+2x_3+4x_4-2x_5=6.\end{cases}$$

2. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1+2x_2-x_3+x_4=4, \\ 4x_1+3x_2-x_3+2x_4=6, \\ 8x_1+5x_2-3x_3+4x_4=12, \\ 3x_1+3x_2-2x_3+2x_4=6. \end{cases}$$

3. Решить систему уравнений в матричном виде:

$$\begin{cases} x_1+2x_2+x_3=0, \\ x_1-x_2+4x_3=15, \\ 2x_1-x_2-x_3=1. \end{cases}$$

Самостоятельная работа 4

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases} x_1=2y_1+y_2 \\ x_2=y_1 \qquad -\ y_3 \\ x_3=y_1+2y_2+3y_3 \end{cases}$.
2. Написать матрицу квадратичной формы $x_1^2+2x_2^2-4x_3^2+2x_1x_2-4x_2x_3$. Привести к каноническому виду.
3. Написать квадратичную форму с матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. Привести к каноническому виду.
4. Привести к каноническому виду $x_1x_2-x_1x_3-4x_2x_3$.
5. При каком λ квадратичная форма $x_1^2+5x_2^2+\lambda x_3^2+4x_1x_2-2x_1x_3$.

Самостоятельная работа 5

1. Является линейным пространством множество квадратных матриц с операцией сложения матриц и умножения матрицы на число.
2. Проверить являются ли вектора линейно независимыми $a_1=(-4;-2;3)$, $a_2=(-2;3;-4)$, $a_3=(3;3;-5)$.
3. Образует ли базис система векторов $x_1=(-1;-2;0)$, $x_2=(2;-3;4)$, $x_3=(1;3;-2)$ и если образует разложить по этому базису вектор $y_1=(3;4;5)$
4. Привести пример линейного пространства и его подпространства.

Самостоятельная работа 6

1. Провести процесс ортогонализации для системы векторов $a_1=(3;0;-3)$, $a_2=(-1;3;-4)$, $a_3=(-3;-3;4)$.
2. Проверить образует ли система векторов базис и если да, то выполнить процесс ортогонализации и нормировки: $y_1=(1;2;0)$, $y_2=(-1;-3;-1)$, $y_3=(1;0;0)$.
3. Дополнить систему векторов до ортогонального базиса $x_1=(-1;-2;0;-2)$, $x_2=(2;-3;4;0)$.
4. Написать матрицу Грамма.

5. Проверить является ли данная матрица ортогональной $A=\begin{pmatrix}3 & 0 & -4\\ 0 & 1 & 0\\ 4 & 0 & 3\end{pmatrix}$.

Самостоятельная работа 7

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases}x_1 = y_1 + y_2 - y_3\\ x_2 = \qquad y_2 + y_3\\ x_3 = \qquad\quad 2y_3\end{cases}$.

2. Является линейным преобразованием преобразование переводящее вектор (x_1, x_2, x_3) в вектор $(x_1 + 2x_2, x_2 - x_3, x_1 - 3x_2 + 2x_3)$ и написать его матрицу.

3. Записать характеристический определитель для матрицы $A=\begin{pmatrix}2 & 3 & -1\\ 2 & -3 & 1\\ -3 & -1 & 2\end{pmatrix}$.

4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & -3 & 4\\ 4 & -7 & 8\\ 6 & -7 & 7\end{pmatrix}$.

Варианты контрольных работ

1 вариант

1. Вычислить $\dfrac{(1+i)^2+(7-5i)(2+2i)}{(1-i)(4+3i)}$.

2. Решить систему уравнений $\begin{cases}(4+2i)\,z_1-(6-i)\,z_2=-19+23i\\ (5+2i)\,z_1+(4-3i)\,z_2=8+4i\end{cases}$.

3. Вычислить $(-3+3i)^{150}$, $\sqrt[12]{1}$.

4. Решить уравнение $x^2+(-2-i)x-(1-7i)=0$.

5. Выразить через $\sin x$ и $\cos x$: $\sin 6x$.

2 вариант

1. Вычислить определитель $\Delta=\begin{vmatrix}1 & 0 & 1 & 0\\ 2 & 3 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 2\\ -1 & 3 & 0 & 4\end{vmatrix}$.

2. Вычислить по теореме Лапласа $\Delta=\begin{vmatrix}1 & 5 & -2 & 1 & 1\\ 2 & -3 & 4 & 1 & 2\\ 0 & 2 & 0 & 3 & -1\\ 4 & -1 & 3 & -2 & 4\\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2\end{vmatrix}$.

3. Вычислить обратную матрицу $A=\begin{pmatrix}1&3&1\\2&1&-2\\0&1&3\end{pmatrix}$.

4. Вычислить ранг матрицы $A=\begin{pmatrix}1&2&-1&3&-2\\-1&3&1&2&2\\3&0&-3&-1&-6\\0&-4&0&4&0\\5&1&-5&2&-10\end{pmatrix}$.

3 вариант

1. Решить систему уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases}x_1+2x_2-x_3+2x_4-x_5=2,\\3x_1+x_2+2x_3+3x_4+x_5=6,\\-2x_1-x_2+x_3-x_4-2x_5=-2,\\2x_1+2x_2+2x_3+4x_4-2x_5=6.\end{cases}$$

2. Решить систему уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases}2x_1+2x_2-x_3+x_4=4,\\4x_1+3x_2-x_3+2x_4=6,\\8x_1+5x_2-3x_3+4x_4=12,\\3x_1+3x_2-2x_3+2x_4=6.\end{cases}$$

3. Решить систему уравнений в матричном виде:

$$\begin{cases}x_1+2x_2+x_3=0,\\x_1-x_2+4x_3=15,\\2x_1-x_2-x_3=1.\end{cases}$$

4 вариант

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases}x_1=2y_1+y_2\\x_2=y_1\qquad\quad-\ y_3\\x_3=y_1+2y_2+3y_3\end{cases}$.

2. Написать матрицу квадратичной формы $x_1^2+2x_2^2-4x_3^2+2x_1x_2-4x_2x_3$. Привести к каноническому виду.

3. Написать квадратичную форму с матрицей $\begin{pmatrix}1&2&-3\\2&1&1\\-3&1&-1\end{pmatrix}$. Привести к каноническому виду.

4. Привести к каноническому виду $x_1x_2-x_1x_3-4x_2x_3$.

5. При каком λ квадратичная форма $x_1^2+5x_2^2+\lambda x_3^2+4x_1x_2-2x_1x_3$.

5 вариант

1. Является линейным пространством множество квадратных матриц с

операцией сложения матриц и умножения матрицы на число.
2. Проверить являются ли вектора линейно независимыми
$a_1 = (-4;-2;3), a_2 = (-2;3;-4), a_3 = (3;3;-5)$.
3.Образует ли базис система векторов $x_1 = (-1;-2;0), x_2 = (2;-3;4), x_3 = (1;3;-2)$ и если образует разложить по этому базису вектор $y_1 = (3;4;5)$
4. Привести пример линейного пространства и его подпространства.

6 вариант

1. Провести процесс ортогонализации для системы векторов
$a_1 = (3;0;-3), a_2 = (-1;3;-4), a_3 = (-3;-3;4)$.
2. Проверить образует ли система векторов базис и если да, то выполнить процесс ортогонализации и нормировки: $y_1 = (1;2;0), y_2 = (-1;-3;-1), y_3 = (1;0;0)$.
3.Дополнить систему векторов до ортогонального базиса
$x_1 = (-1;-2;0;-2), x_2 = (2;-3;4;0)$.
4. Написать матрицу Грамма.
5. Проверить является ли данная матрица ортогональной $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

7 вариант

1. Написать матрицу линейного преобразования $\begin{cases} x_1 = y_1 + y_2 - y_3 \\ x_2 = \quad y_2 + y_3 \\ x_3 = \quad 2y_3 \end{cases}$.
2. Является линейным преобразованием преобразование переводящее вектор (x_1, x_2, x_3) в вектор $(x_1 + 2x_2, x_2 - x_3, x_1 - 3x_2 + 2x_3)$ и написать его матрицу.
3. Записать характеристический определитель для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.
4. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если набрал 25-30 баллов;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если набрал 20-25 баллов;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если набрал 10-20 баллов;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если набрал менее 10 баллов

Каждое задание оценивается в максимум 5 баллов, максимальное количество баллов 30.

Вопросы для коллоквиумов.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Комплексные числа»

1. Комплексные числа, операции над ними.

2. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа.
3. Извлечение корня квадратного из комплексного числа.
4. Возведение в степень и извлечение корня n-ой степени.
5. Двучленные уравнения.
6. Решение уравнений 3, 4 степени.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Матрицы и определители»

1. Матрицы и операции над ними.
2. Транспонированная матрица.
3. Понятие определителя n-го порядка.
4. Теорема Лапласа вычисления определителя n-го порядка.
5. Свойства определителей n-го порядка.
6. Обратная матрица.
7. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Системы линейных алгебраических уравнений»

1. Общие понятия системы линейных алгебраических уравнений.
2. Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
3. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений.
4. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
5. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем линейных алгебраических уравнений.
6. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Квадратичные формы»

1. Линейные преобразования неизвестных.
2. Обратное линейное преобразование.
3. Произведение линейных преобразований.
4. Понятие квадратичной формы. Общий вид квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
5. Ранг квадратичной формы.
6. Канонический вид квадратичной формы. Основная теорема о квадратичных формах.
7. Нормальный вид квадратичной формы.
8. Закон инерции квадратичных форм. Индекс и сигнатура квадратичной формы.
9. Критерий эквивалентности квадратичный форм.
10. Знакоопределенность квадратичной формы: положительно определенные, отрицательно определенные, зноконеопределенные квадратичные формы.
11. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.
12. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Линейное пространство»

1. Понятие линейного пространство. Аксиомы линейного пространства.
2. Следствия из аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств.
3. Базис и размерность линейного пространства.
4. Связь между базисами.
5. Преобразование координат вектора.
6. Линейные преобразования пространства Vn.
7. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.

8. Подпространство линейного пространства.
9. Сумма и пересечение подпространств.
10. Прямая сумма подпространств.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Евклидово пространство»

1. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Аксиомы евклидового пространства.
2. Ортогонализация системы векторов в евклидовом пространстве.
3. Ортонормированный базис.
4. Неравенство Коши в евклидовом пространстве.
5. Определение матрицы Грама и ее свойства.
6. Вычисление скалярного произведения векторов при наличии базиса евклидова пространства с помощью матрицы Грама.
7. Унитарное пространство.
8. Неравенство Коши в унитарном пространстве.
9. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Ортогональные и унитарные матрицы»

1. Ортогональные матрицы.
2. Свойства ортогональных матриц.
3. Унитарные матрицы.
4. Свойства унитарных матриц.

Примерные контрольные вопросы к коллоквиуму по разделу «Линейные операторы»

1. Линейные операторы. Действия над линейными операторами.
2. Произведение линейных операторов.
3. Обратный оператор.
4. Матрица линейного оператора в данном базисе.
5. Понятие инвариантных подпространств.
6. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
7. Характеристическая матрица, характеристический многочлен.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если набрал 25-30 баллов;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если набрал 20-25 баллов;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если набрал 10-20 баллов;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если набрал менее 10 баллов;

Максимальное количество баллов 30.

Комплект тестовых заданий для контроля

Тест 1. Комплексные числа. Решение уравнений 3, 4 степени

-5)	Вычислить $\dfrac{(1+i)^2-(4+i)\cdot(2+3i)}{(1-i)\cdot(2+i)}$; 1) 3-1.7$i$ 2) 0.5+0.75i 3) i 4) 1-i 5) -0.3-4.1i
-2)	Вычислить $\dfrac{(3+i)-(4-2i)\cdot(1-3i)}{1+i}$; 1) $\dfrac{3}{2}-\dfrac{3}{2}i$ 2) $\dfrac{19}{2}+\dfrac{9}{2}i$ 3) $-\dfrac{19}{2}+\dfrac{9}{2}i$ 4) $\dfrac{7}{2}+\dfrac{9}{2}i$ 5) $\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}i$

-1)	Вычислить $\left(-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i\right)^{100}$; 1) $-\frac{1}{2^{50}}$ 2) $\frac{1}{2^{40}}$ 3) $2^{100}i$ 4) $\frac{1}{2^{25}}i$ 5) $\left(\frac{1}{2}\right)^{100}$
-3)	Вычислить $(-2+2i)^{80}$; 1) 2^{45} 2) 3^{80} 3) 8^{40} 4) $4^{10}i$ 5) -2^{40}
-5)	Вычислить $\sqrt[3]{1}$; 1) 1 2) i 3) $\{\pm 1;\pm i\}$ 4) $\{-1;\pm i\}$ 5) $\left\{1;-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$
-4)	Вычислить $\sqrt[4]{-81}$; 1) $\left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i;-\frac{\sqrt{2}}{2}\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 2) $\left\{3\sqrt{2}\pm 3\sqrt{2}i;-3\sqrt{2}\pm 3\sqrt{2}i\right\}$ 3) $\{1;\pm i;-1;\pm i\}$ 4) $\left\{\frac{3\sqrt{2}}{2}\pm\frac{3\sqrt{2}}{2}i;-\frac{3\sqrt{2}}{2}\pm\frac{3\sqrt{2}}{2}i\right\}$ 5) $\left\{\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i;-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$
-2)	Найти алгебраическую форму комплексного числа $\cos\frac{11\pi}{6}+i\sin\frac{11\pi}{6}$; 1) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$ 3) $\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$ 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ 5) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$
-5)	Найти алгебраическую форму комплексного числа $\cos\pi+i\sin\pi$; 1) i 2) $-i$ 3) $1+i$ 4) 1 5) -1
-5)	Найти модуль и аргумент комплексного числа $3+3i$; 1) $r=2\sqrt{2},\varphi=\frac{\pi}{6}$ 2) $r=3,\varphi=\frac{\pi}{3}$ 3) $r=1,\varphi=0$ 4) $r=5,\varphi=\frac{\pi}{4}$ 5) $r=3\sqrt{2},\varphi=\frac{\pi}{4}$
-1)	Найти модуль и аргумент комплексного числа $-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}i$; 1) $r=1,\varphi=\frac{7\pi}{6}$ 2) $r=2,\varphi=\frac{5\pi}{6}$ 3) $r=1,\varphi=\frac{\pi}{3}$ 4) $r=2,\varphi=\frac{7\pi}{6}$ 5) $r=1,\varphi=\frac{11\pi}{6}$
-2)	Представить в тригонометрическом виде $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$; 1) $2(\cos 0+i\sin 0)$ 2) $1\left(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$ 3) $3\left(\cos\frac{7\pi}{6}+i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$ 4) $-2\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ 5) $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)$
-5)	Представить в тригонометрическом виде $-1+i$; 1) $1(\cos 0+i\sin 0)$ 2) $2(\cos 0+i\sin 0)$ 3) $-2(\cos 0-\sin 0)$ 4) $5\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ 5) $1\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$
-3)	Вычислить $\frac{\cos 110^0+i\sin 110^0}{\cos 20^0+i\sin 20^0}$; 1) 1 2) $1+i$ 3) i 4) $-i$ 5) $1+2i$

-4)	Вычислить $\cos\frac{\pi}{3} - i\sin\frac{\pi}{3}$; 1) 12) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$ 3) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 4) $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 5) $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$
-2)	Вычислить i^{123}; 1) 12) $-i$ 3) $-1$4) $1+i$ 5) i
-5)	Вычислить i^{-386}; 1) $\frac{1}{2}i$ 2) i 3) 1 4) $-i$ 5) -1
-2)	Решить квадратное уравнение $x^2-(2+i)x+(-1+7i)=0$; 1) $\{1+i, 1-i\}$2) $\{3-i, -1+2i\}$3) $\{1+2i, 3+i\}$4) $\{-1+2i, 3-2i\}$5) $\{2-i, 3+2i\}$
-1)	Решить квадратное уравнение $x^2-(3-2i)x+(5-5i)=0$; 1) $\{2+i, 1-3i\}$2) $\{4+i, 1-i\}$3) $\{2+i, 1-4i\}$4) $\{2-i, 1+3i\}$5) $\{1+i, 4i\}$
-3)	Решить кубическое уравнение $x^3-6x+9=0$; 1) $\left\{-2, \frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$2) $\{-5, -3, 1\}$3) $\left\{-3, \frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$4) $\left\{1, \frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}i\right\}$5) $\left\{3, \frac{1}{3}\pm\frac{1}{4}i\right\}$
-2)	Решить кубическое уравнение $x^3+12x+63=0$; 1) $\{-1, \pm 3\}$2) $\left\{-3, \frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{4}i\right\}$3) $\{2, 5\pm 3i\}$4) $\{3, 1\pm i\}$5) $\left\{-3, \frac{3}{2}\pm\frac{5\sqrt{3}}{2}i\right\}$

Тест 2. Матрицы и определители

-4)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}2&1&4\\0&5&2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-1&0&3\\1&2&-2\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}2&0&4\\1&1&-1\end{pmatrix}$. Вычислить A+2B-3C; 1) $\begin{pmatrix}2&1&-3\\1&4&5\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}3&7\\-2&0\\5&-1\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}1&2\\-1&0\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}-6&1&-2\\-1&12&-1\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}-6&-1&-2\\-1&12&1\end{pmatrix}$
-1)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1&4\\2&5\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}3&7\\-1&0\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}1&-2\\1&4\end{pmatrix}$. Вычислить 2A-B+3C; 1) $\begin{pmatrix}2&-5\\8&22\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}1&2\\-1&2\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}5&3\\-1&2\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}1&-2\\3&2\end{pmatrix}$
-5)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1&5&3\\2&-3&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2&-3&5\\-1&4&-5\\3&-1&1\end{pmatrix}$. Вычислить A×B; 1) $\begin{pmatrix}1&2&-3\\4&0&5\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}2&-1&0\\5&2&-3\\1&4&5\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}6&14\\-3&19\\-19&17\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}-6&14&-2\\10&-19&17\end{pmatrix}$
-3)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1&2&1\\3&1&3\\1&2&1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1&3&1\\2&1&2\\1&3&1\end{pmatrix}$. Вычислить A×B;

	1) $\begin{pmatrix}3 & -1 & 3\\ 2 & 5 & 0\\ 3 & -1 & 3\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 2 & 5 & -4\\ 0 & 3 & 7\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}6 & 8 & 6\\ 8 & 19 & 8\\ 6 & 8 & 6\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}3 & -1 & 2\\ 5 & -1 & 4\\ 0 & 2 & 3\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$
-5)	Вычислить $\begin{vmatrix}1 & -1 & 2\\ 5 & 4 & 0\\ 2 & -3 & 9\end{vmatrix}$; 1) -1 2) 17 3) -35 4) 21 5) 35
-4)	Вычислить $\begin{vmatrix}4 & -1 & 4\\ 2 & 5 & -1\\ 6 & 4 & 3\end{vmatrix}$; 1) 5 2) -3 3) 9 4) 0 5) -1
-1)	Дана матрица $A=\begin{pmatrix}3 & 4 & -1\\ -1 & 2 & 3\\ 0 & 1 & 3\end{pmatrix}$. Вычислить A^{-1}; 1) $\begin{pmatrix}\frac{3}{22} & -\frac{1}{22} & \frac{14}{22}\\ \frac{3}{22} & \frac{9}{22} & -\frac{8}{22}\\ -\frac{1}{22} & -\frac{3}{22} & \frac{10}{22}\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}-\frac{20}{11} & \frac{8}{11} & \frac{7}{11}\\ \frac{13}{11} & -\frac{3}{11} & -\frac{4}{11}\\ -\frac{8}{11} & \frac{1}{11} & \frac{5}{11}\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}\frac{3}{19} & -\frac{1}{19} & \frac{14}{19}\\ \frac{3}{19} & \frac{9}{19} & -\frac{8}{19}\\ -\frac{1}{19} & -\frac{3}{19} & \frac{10}{19}\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}3 & -5 & 2\\ 1 & 4 & 0\\ 2 & 1 & 7\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}2 & -4 & 3\\ 0 & 1 & 0\\ 2 & 5 & -1\end{pmatrix}$
-3)	Дана матрица $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 3 & 1 & 1\\ -1 & 2 & -3\end{pmatrix}$. Вычислить A^{-1}; 1) $\begin{pmatrix}2 & -1 & 4\\ 0 & 3 & 1\\ 2 & 7 & -5\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}-\frac{5}{13} & \frac{6}{13} & \frac{2}{13}\\ \frac{8}{13} & -\frac{3}{13} & -\frac{1}{13}\\ \frac{7}{13} & -\frac{4}{13} & -\frac{5}{13}\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}-\frac{5}{11} & \frac{6}{11} & \frac{2}{11}\\ \frac{8}{11} & -\frac{3}{11} & -\frac{1}{11}\\ \frac{7}{11} & -\frac{4}{11} & -\frac{5}{11}\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}2 & -3 & 1\\ 4 & 0 & 5\\ 2 & -7 & 4\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}-\frac{4}{11} & \frac{2}{11} & \frac{6}{11}\\ \frac{7}{11} & \frac{2}{11} & \frac{3}{11}\\ -\frac{1}{11} & \frac{4}{11} & -\frac{5}{11}\end{pmatrix}$
-3)	Дана матрица $A=\begin{pmatrix}3 & 2 & 5 & -4\\ 1 & 0 & 1 & 0\\ 4 & 2 & 6 & -4\end{pmatrix}$. Вычислить ранг матрицы A; 1) 1 2) 4 3) 2 4) 3 5) 0

-4)	Дана матрица $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4 & -3\\ 0 & 3 & 7 & 5\\ 1 & -2 & 10 & 2\end{pmatrix}$. Вычислить ранг матрицы A; 1) 0 2) 1 3) 2 4) 3 5) 4
-5)	Дана матрица $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 2\\ 2 & 1 & -2\\ 2 & -2 & 1\end{pmatrix}$. Вычислить A^2; 1) $\begin{pmatrix}7 & -3 & 7\\ 1 & 4 & 1\\ 2 & 5 & 2\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}1 & 3 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 3 & 1\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}7 & 0 & 0\\ 0 & 7 & 0\\ 0 & 0 & 7\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}0 & 0 & 9\\ 0 & 9 & 0\\ 9 & 0 & 0\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}9 & 0 & 0\\ 0 & 9 & 0\\ 0 & 0 & 9\end{pmatrix}$
-3)	Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 3\\ -1 & 1 & -3\\ 2 & -2 & 6\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & 5 & 2\\ 0 & 3 & -1\\ 2 & 1 & -1\end{pmatrix}$. Вычислить $(A\times B)^T$; 1) $\begin{pmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}7 & 5 & 0\\ -7 & -5 & 0\\ 14 & 10 & 0\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}7 & -7 & 14\\ 5 & -5 & 10\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}1 & 2 & -3\\ -1 & -2 & 3\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$
-1)	Вычислить $\begin{vmatrix}1 & 0 & 1 & 0\\ 2 & 3 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 2\\ -1 & 3 & 0 & 4\end{vmatrix}$; 1) -9 2) 0 3) 5 4) 9 5) -1
-2)	Вычислить $\begin{vmatrix}2 & -1 & 1 & 0\\ 3 & 1 & 0 & 1\\ 2 & 0 & 1 & 3\\ 1 & 2 & -1 & 0\end{vmatrix}$; 1) 3 2) -3 3) 0 4) 5 5) -7
-4)	Вычислить $\begin{vmatrix}3 & 1 & 0 & 5\\ 0 & 2 & 4 & -1\\ 0 & 0 & 3 & 7\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{vmatrix}$; 1) 35 2) 3 3) -4 4) 18 5) 30
-2)	Вычислить $\begin{vmatrix}1 & 5 & -4 & -3\\ 6 & 2 & -2 & 0\\ 1 & 3 & 0 & 0\\ 7 & 0 & 0 & 0\end{vmatrix}$; 1) 100 2) 126 3) -100 4) 120 5) -126
-4)	Вычислить $\begin{vmatrix}1 & 2 & 4 & 8\\ 1 & 4 & 16 & 64\\ 1 & 6 & 36 & 216\\ 1 & 7 & 49 & 343\end{vmatrix}$; 1) 120 2) 200 3) 260 4) 240 5) 280

-1)	Вычислить $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 9 \\ 4 & 16 & 81 \end{vmatrix}$; 1) 70 2) 80 3) 60 4) 56 5) -40
-3)	Вычислить $\begin{vmatrix} x_1y_1 & x_1y_2 & x_1y_3 \\ x_2y_1 & x_2y_2 & x_2y_3 \\ x_3y_1 & x_3y_2 & x_3y_3 \end{vmatrix}$; 1) 5 2) x_1y_1 3) 0 4) $\sum_{i=1}^{n} x_i y_i$ 5) x_3y_3
-2)	Вычислить по теореме Лапласа $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 4 & 0 \\ 5 & -3 & 2 & -1 & -2 \\ -2 & 4 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$; 1) 5 2) 72 3) -48 4) 48 5) 12

Тест 3. Системы линейных алгебраических уравнений

-1)	Решить методом Крамера систему $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 6, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$ 1) $x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = 3.$ 2) $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = 0.$ 3) $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1.$ 4) $x_1 = -2, x_2 = 2, x_3 = 1.$ 5) $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1.$
-4)	Решить методом Крамера систему $\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7. \end{cases}$ 1) $x_1 = 3, x_2 = -1, x_3 = 4.$ 2) $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -\frac{7}{2}, x_3 = \frac{5}{2}.$ 3) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{2}, x_3 = 0.$ 4) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{15}{2}, x_3 = 7.$ 5) $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = \frac{15}{2}, x_3 = \frac{7}{2}.$
-2)	Решить в матричном виде систему $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 + 4x_3 = 15, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$ 1) $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 3.$ 2) $x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 3.$ 3) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{6}, x_3 = -\frac{5}{3}.$ 4) $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0.$ 5) $x_1 = 3, x_2 = -4, x_3 = 1.$
-5)	Решить в матричном виде систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 7, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3. \end{cases}$ 1) $x_1 = 2, x_2 = -3, x_3 = 1.$ 2) $x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = -1.$ 3) $x_1 = 5, x_2 = 2, x_3 = -1.$ 4) $x_1 = -1, x_2 = 3, x_3 = 5.$ 5) $x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = -1.$

-3)	При каком значении λ система совместная $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3+x_4=1, \\ -2x_1+x_2+3x_3-2x_4=2, \\ -x_1+3x_2+2x_3-x_4=\lambda. \end{cases}$ 1) $\lambda=1$ 2) $\lambda=-1$ 3) $\lambda=3$ 4) $\lambda=0$ 5) $\lambda=-2$
-1)	При каком значении λ система совместная $\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3+5x_4=7, \\ x_1-x_2+2x_3+4x_4=4, \\ x_1+2x_2-x_3+\lambda x_4=3. \end{cases}$ 1) $\lambda=1$ 2) $\lambda=-5$ 3) $\lambda=0$ 4) $\lambda=5$ 5) $\lambda=-3$
-1)	Методом Гаусса найти общее решение системы $\begin{cases} 5x_1+3x_2+2x_3+5x_4=17, \\ 5x_1+4x_2+2x_3+6x_4=19, \\ 4x_1+3x_2+3x_3+6x_4=19. \end{cases}$ 1) $x_1=1, x_2=2-x_4, x_3=3-x_4$. 2) $x_1=3x_4, x_2=3-x_4, x_3=2+x_4$. 3) $x_1=1+x_4, x_2=2+2x_4, x_3=1-x_4$. 4) $x_1=-1, x_2=1-x_4, x_3=2-x_4$. 5) $x_1=3, x_2=x_4, x_3=-3+2x_4$.
-2)	Методом Гаусса найти общее решение системы $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3+2x_4=2, \\ 3x_1+x_2+2x_3+3x_4=6, \\ -2x_1-x_2+x_3-x_4=-2. \end{cases}$ 1) $x_1=2-x_4, x_2=1-x_4, x_3=x_4$. 2) $x_1=1-\frac{1}{5}x_4, x_2=1-\frac{6}{5}x_4, x_3=1-\frac{3}{5}x_4$. 3) $x_1=1+\frac{1}{3}x_4, x_2=1+\frac{1}{4}x_4, x_3=2-\frac{1}{3}x_4$. 4) $x_1=x_4, x_2=3+2x_4, x_3=-x_4$. 5) $x_1=2x_4, x_2=1-x_4, x_3=3-2x_4$.
-5)	Методом Гаусса найти базисное решение системы $\begin{cases} x_1+x_2+x_3+2x_4=6, \\ 4x_1+3x_2+2x_3+5x_4=16, \\ 2x_1+3x_2+x_3+4x_4=11. \end{cases}$ 1) $x_1=-1, x_2=4, x_3=-1, x_4=0$. 2) $x_1=1, x_2=-1, x_3=1, x_4=0$. 3) $x_1=2, x_2=5, x_3=-3, x_4=0$. 4) $x_1=3, x_2=1, x_3=-1, x_4=0$. 5) $x_1=1, x_2=2, x_3=3, x_4=0$.
-3)	Методом Гаусса найти базисное решение системы $\begin{cases} 2x_1+2x_2-x_3+2x_4=5, \\ -x_1+2x_2+2x_3+x_4=5, \\ 3x_1-x_2+x_3+2x_4=2. \end{cases}$ 1) $x_1=5, x_2=3, x_3=1, x_4=0$. 2) $x_1=1, x_2=1, x_3=2, x_4=0$. 3) $x_1=1, x_2=2, x_3=1, x_4=0$. 4) $x_1=-1, x_2=2, x_3=1, x_4=0$. 5) $x_1=2, x_2=2, x_3=2, x_4=0$.
-1)	Методом Гаусса найти частное решение системы $\begin{cases} x_1+3x_2+2x_3+x_4=4, \\ 2x_1+2x_2-x_3+2x_4=7, \\ x_1-x_2+x_3-x_4=3. \end{cases}$ 1) $x_1=3, x_2=-1, x_3=1, x_4=2$. 2) $x_1=3, x_2=-1, x_3=1, x_4=4$. 3) $x_1=-1, x_2=-1, x_3=1, x_4=2$. 4) $x_1=1, x_2=-1, x_3=1, x_4=2$. 5) $x_1=3, x_2=3, x_3=1, x_4=2$.

-4)	Методом Гаусса найти частное решение системы $\begin{cases} 2x_1+2x_2-x_3+2x_4=2, \\ -2x_1+x_2+2x_3-x_4=3, \\ x_1+x_2+x_3+x_4=4. \end{cases}$ 1) $x_1=-1, x_2=1, x_3=2, x_4=3.$ 2) $x_1=-1, x_2=0, x_3=2, x_4=-3.$ 3) $x_1=-1, x_2=2, x_3=2, x_4=3.$ 4) $x_1=-1, x_2=0, x_3=2, x_4=3.$ 5) $x_1=-1, x_2=0, x_3=2, x_4=-3.$
-3)	При каком значении λ система имеет множество решений $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3=0, \\ 2x_1+x_2-x_3=0, \\ 4x_1+\lambda x_2-2x_3=0. \end{cases}$ 1) $\lambda=0$ 2) $\lambda=-2$ 3) $\lambda=4$ 4) $\lambda=-1$ 5) $\lambda=3$
-1)	При каком значении λ система имеет множество решений $\begin{cases} x_1+2x_2-x_3=0, \\ 2x_1-x_2+3x_3=0, \\ 3x_1+x_2+\lambda x_3=0. \end{cases}$ 1) $\lambda\neq 2$ 2) $\lambda\in(-\infty,3)$ 3) $-2\le\lambda\le 2$ 4) $\lambda>2$ 5) $\lambda<2$

Темы эссе (рефератов, докладов, сообщений)

1. Мнимая единица *i* и ее свойства.
2. Матрицы – что это такое.
3. Лаплас – великий французский математик.
4. Гаусс – король математики.
5. Алгоритм Евклида нахождения НОД двух чисел.
6. Билинейные формы
7. Великий математик Коши

Реферат оценивается следующим образом:

- соответствие содержания теме- 4 балла;
- глубина проработки материала, 3 балла;
- грамотность и полнота использования источников, 1 балл;
- соответствие оформления реферата требованиям, 2 балла;
- доклад, 5 баллов;
- умение вести дискуссию и ответы на вопросы, 5 баллов.

Максимальное количество баллов: 20.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если набрал 19-20 баллов;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если набрал 15-18 баллов;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если набрал 10-14 баллов;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если набрал менее 10 баллов;

Вопросы к зачету
1 семестр

1. Комплексные числа, операции над ними.

2. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа.
3. Извлечение корня квадратного из комплексного числа.
4. Возведение в степень и извлечение корня *n*-ой степени.
5. Двучленные уравнения.
6. Решение уравнений 3, 4 степени.
7. Матрицы и операции над ними.
8. Транспонированная матрица.
9. Понятие определителя *n*-го порядка.
10. Теорема Лапласа вычисления определителя *n*-го порядка.
11. Свойства определителей *n*-го порядка.
12. Обратная матрица.
13. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы.
14. Общие понятия системы линейных алгебраических уравнений.
15. Метод Крамера решения систем линейных алгебраических уравнений.
16. Матричный метод решения систем линейных алгебраических уравнений.
17. Метод Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений.
18. Теорема Кронекера-Капелли совместности систем линейных алгебраических уравнений.
19. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

2 семестр

1. Линейные преобразования неизвестных.
2. Обратное линейное преобразование.
3. Произведение линейных преобразований.
4. Понятие квадратичной формы. Общий вид квадратичной формы. Матрица квадратичной формы.
5. Ранг квадратичной формы.
6. Канонический вид квадратичной формы. Основная теорема о квадратичных формах.
7. Нормальный вид квадратичной формы.
8. Закон инерции квадратичных форм. Индекс и сигнатура квадратичной формы.
9. Критерий эквивалентности квадратичный форм.
10. Знакоопределенность квадратичной формы: положительно определенные, отрицательно определенные, зноконеопределенные квадратичные формы.
11. Критерий Сильвестра знакоопределенности квадратичной формы.
12. Методы приведения квадратичной формы к каноническому виду: метод Лагранжа, метод Якоби.
13. Понятие линейного пространство. Аксиомы линейного пространства.
14. Следствия из аксиом линейного пространства. Примеры линейных пространств.
15. Базис и размерность линейного пространства.
16. Связь между базисами.
17. Преобразование координат вектора.
18. Линейные преобразования пространства *Vn*.
19. Связь между матрицами линейного преобразования в разных базисах.
20. Подпространство линейного пространства.
21. Сумма и пересечение подпространств.
22. Прямая сумма подпространств.
23. Евклидово пространство. Скалярное произведение. Аксиомы евклидового пространства.
24. Ортогонализация системы векторов в евклидовом пространстве.
25. Ортонормированный базис.
26. Неравенство Коши в евклидовом пространстве.
27. Определение матрицы Грама и ее свойства.
28. Вычисление скалярного произведения векторов при наличии базиса евклидова пространства с помощью матрицы Грама.

29. Унитарное пространство.
30. Неравенство Коши в унитарном пространстве.
31. Ортогональное дополнение подпространства. Свойства ортогональных дополнений.
32. Ортогональные матрицы.
33. Свойства ортогональных матриц.
34. Унитарные матрицы.
35. Свойства унитарных матриц.
36. Линейные операторы. Действия над линейными операторами.
37. Произведение линейных операторов.
38. Обратный оператор.
39. Матрица линейного оператора в данном базисе.
40. Понятие инвариантных подпространств.
41. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
42. Характеристическая матрица, характеристический многочлен.