МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и компьютерных наук

ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ

Кафедра прикладной математики

Направление подготовки: 01.03.01 - математика

Профили подготовки:
Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная
Статус дисциплины: входит в обязательную часть ОПОП, фундаментальный модуль

Махачкала, 2022

Фонд оценочных средств по дисциплине «Численные методы» составлен в 2022 году в соответствии с требованиями ФГОС ВО бакалавриата по направлению подготовки 01.03.01 - Математика от 10.01.2018 г. № 8.

Разработчик (и): кафедра прикладной математики, Бейбалаев В.Д., к.ф.-м.н., доцент

Фонд оценочных средств по дисциплине «Численные методы» одобрен:
На заседании кафедры прикладной математики от 25 февраля 2022 г. протокол № 6.

Зав. кафедрой ________________________ Кадиев Р.И.

На заседании Методической Совета факультета математики и компьютерных наук от 24 марта 2022 г., протокол №4

Председатель ________________________ Ризаев М.К.

Фонд оценочных средств по дисциплине «Численные методы» согласован с учебно-методическим управлением

«31» марта 2022 г. ________________

Рецензент: , к. ф.-м. н., доцент каф. ДУФА Ибрагимов М.Г.

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Численные методы»

1.1. Основные сведения о дисциплине

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетные единицы (252 академических часов).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов		
	3 семестр	4 семестр	всего
Общая трудоёмкость	72	180	252
Контактная работа:	58	34	56
Лекции (Л)	26	34	60
Практические занятия (ПЗ)	16	34	50
Лабораторные занятия (ЛЗ)	16	16	32
Консультации			
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	зачет	экзамен	
Самостоятельная работа			
1. работа с учебной литературой	2	15	17
2. опережающая самостоятельная работа (изучение новогоматериала до его изложения на занятиях)	2	10	12
3. выполнение домашних заданий, домашних контрольныхработ	4	15	19
4. подготовка к лабораторным работам	2	10	12
5. подготовка к контрольным работам, коллоквиумам	2	10	12
6. подготовка к зачету	2		2
7. подготовка к экзамену		36	36

1.2. Требования к результатам обучения по дисциплине, формы ихконтроля и виды оценочных средств

ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
*по дисциплине «*Численные методы»

№ п/п	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или её части)	Оценочные средства		Способ контроля
			наименование	№№ заданий	
1	**Модуль 1.** Численные методы алгебры	УК-1 ОПК-1 ПК-3	Вопросы для собеседования	1-11	устно
		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Контрольная работа	1,2	письменно

		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Лабораторные работы	1	письменно
2	**Модуль 2.** Интерполяция функции. Численное интегрирование.	УК-1 ОПК-1 ПК-3	Вопросы для собеседования	12-25	устно
		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Контрольная работа	2,3	письменно
		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Лабораторные работы	2	письменно
3	**Модуль 3.** Одношаговые методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	УК-1 ОПК-1 ПК-3	Вопросы для собеседования	26-29	устно
		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Контрольная работа	4	письменно
		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Лабораторные работы	3	письменно
4	**Модуль 4.** Многошаговые методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений	УК-1 ОПК-1 ПК-3	Вопросы для собеседования	30-33	устно
		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Контрольная работа	5	письменно
		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Лабораторные работы	4	письменно
5	**Модуль 5.** Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	УК-1 ОПК-1 ПК-3	Вопросы для собеседования	34-39	устно
		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Контрольная работа	6	письменно
6	**Модуль 6.** Численные методы решения типичных задач для уравнений с частными производными	УК-1 ОПК-1 ПК-3	Вопросы для собеседования	40-45	устно
		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Контрольная работа	7	письменно
		УК-1 ОПК-1 ПК-3	Лабораторные работы	5	письменно

1.3. Показатели и критерии определения уровня сформированности компетенций

№	Код	Уровни сформированности компетенции

п/п	компет енции	Недостаточный	Удовлетворительн ый (достаточный)	Базовый	Повышенный
		Отсутствие признаков удовлетворительно го уровня	Знать: Уметь: Владеть :	Знать: Уметь: Владеть:	Знать: Уметь: Владеть:
1	УК-1	Не знает на достаточном уровне принципы сбора, отбора и обобщения информации. Не умеет на достаточном уровне соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. Не владеет на достаточном уровне практическим опытом работы с информационными источниками, опытом научного поиска, создания научных текстов	Знает на достаточном уровне принципы сбора, отбора и обобщения информации. Умеет на достаточном уровне соотносить разнородные явления и систематизирова ть их в рамках избранных видов профессионально й деятельности. Владеет на достаточном уровне практическим опытом работы с информационными источниками, опытом научного поиска, создания научных текстов.	Знает на хорошем уровне принципы сбора, отбора и обобщения информации. Умеет на хорошем уровне соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. Владеет на хорошем уровне практическим опытом работы с информационными источниками, опытом научного поиска, создания научных текстов.	Знает в совершенстве принципы сбора, отбора и обобщения информации. Умеет в совершенстве соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. Владеет в совершенстве практическим опытом работы с информационными источниками, опытом научного поиска, создания научных текстов.
	ОПК-1	Не обладает на достаточном уровне базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. Не умеет на достаточном уровне использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности. Не владеет на достаточном уровне навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний, полученных в	Обладает на достаточном уровне базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. Умеет на достаточном уровне использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности. Владеет на достаточном уровне навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе	Обладает на хорошем уровне базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. Умеет на хорошем уровне использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности. Владеет на хорошем уровне навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе	Обладает в совершенстве базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук. Умеет в совершенстве использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности. Владеет в совершенстве навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний, полученных в области математических и

		области математических и (или) естественных наук	теоретических знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук.	теоретических знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук.	(или) естественных наук.
2	ПК-3	Не знает на достаточном уровне основы современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям Не умеет на достаточном уровне планировать популярные лекции, экскурсии и другие виды деятельности необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. Не владеет на достаточном уровне методами проводит необходимую работу по собиранию, обрабатыванию и интерпретированию современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	Знает на достаточном уровне основы современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. Умеет на достаточном уровне планировать популярные лекции, экскурсии и другие виды деятельности необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. Владеет на достаточном уровне методами проводит необходимую работу по собиранию, обрабатыванию и интерпретированию современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	Знает на хорошем уровне основы современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующимнаучным исследованиям Умеет на хорошем уровне планировать популярные лекции, экскурсии и другие виды деятельности необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. Владеет на хорошем уровне методами проводит необходимую работу по собиранию, обрабатыванию и интерпретированию современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.	Знает в совершенстве основы современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям Умеет в совершенстве планировать популярные лекции, экскурсии и другие виды деятельности необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям. Владеет в совершенстве методами проводит необходимую работу по собиранию, обрабатыванию и интерпретированию современных научных исследований, необходимых для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям.

2. КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ И ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ОЦЕНКИ знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения дисциплины «Численные методы»

К **оценочным средствам** результатов обучения по данной дисциплине относятся:

Устный опрос(экзамен, теоретический зачет) – диалог преподавателя со студентом, цель которого – систематизация и уточнение имеющихся у студента знаний, проверка его индивидуальных возможностей усвоения материала.

Рекомендуется для оценки знаний обучающихся.

Коллоквиум – способ промежуточной проверки знаний, умений, навыков студента в середине семестра по пройденным темам изучаемого предмета. Рекомендуется для оценки знаний обучающихся.

Тесты – инструмент, с помощью которого педагог оценивает степень достижения студентом требуемых знаний, умений, навыков. Составление теста включает в себя создание выверенной системы вопросов, собственно процедуру проведения тестирования и способ измерения полученных результатов.

Рекомендуется для оценки знаний и умений студентов.

Контрольная работа – средство промежуточного контроля остаточных знаний и умений, обычно состоящее из нескольких вопросов или заданий, которые студент должен решить, выполнить.

Рекомендуется для оценки знаний и умений студентов.

Лабораторная работа- средство промежуточного контроля, который оценивает степень достижения студентом требуемых знаний в области применения численных алгоритмов при разработке программ для решения задач прикладной математики.

Рекомендуется для оценки знаний и умений студентов.

Реферат – продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемого вопроса, приводит различные точки зрения, а также собственное понимание проблемы.

Рекомендуется для оценки знаний и умений студентов.

2.1. Вопросы для коллоквиума

Модуль 1

1. Сходимости последовательностей матриц и векторов.
2. Три нормы матриц и векторов.
3. Матричная геометрическая прогрессия.
4. Метод простой итерации решения СЛАУ.
5. Достаточное условие сходимости метода простой итерации.
6. Необходимое и достаточное условие сходимости метода простой итерации.
7. Метод Зейделя решения СЛАУ.
8. Достаточное условие сходимости метода Зейделя по первой норме.
9. Необходимое и достаточное условие сходимости метода Зейделя.
10. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.
11. Метод Ньютона решения нелинейных уравнений.

Модуль 2.

12. Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
13. Оценка остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа.

14. Разделенные разности и их свойства.
15. Интерполяционный многочлен Ньютона.
16. Конечные разности и их применение к численному дифференцированию.
17. Многочлен Чебышева. Минимизация оценки погрешности интерполяции.
18. Понятие о сплайнах и их применении.
19. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
20. Квадратурные формулы левых и правых прямоугольников. Оценка погрешности.
21. Квадратурные формулы центральных прямоугольников. Оценка погрешности.
22. Квадратурная формула трапеций. Оценка погрешности.
23. Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.
24. Правило Рунге практической оценки погрешности.
25. Квадратурные формулы Гаусса.

Модуль 3.

26. Метод Тейлора решения задачи Коши.
27. Численный метод Эйлера решения задачи Коши для ОДУ.
28. Одношаговые методы Рунге-Кутта.
29. Оценка погрешности одношаговых методов.

Модуль 4.

30. Многошаговые методы.
31. Явные методы Адамса.
32. Неявные методы Адамса.
33. Оценка погрешности многошаговых методов.

Модуль 5.

34. Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.
35. Порядок аппроксимации разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для ОДУ второго порядка.
36. Сходимость разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для ОДУ второго порядка.
37. Метод прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.
38. Устойчивость метода прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.
39. Метод стрельбы решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.

Модуль 6.

40. Разностные схемы. Основные понятия: сходимость, устойчивость, аппроксимация.
41. Связь аппроксимации устойчивости со сходимостью.
42. Разностные схемы, аппроксимирующие задачу Коши для параболического уравнения.
43. Устойчивость явных двухслойных разностных схем.
44. Разностная схема с весами аппроксимирующая краевую задачу для параболического уравнения.
45. Построение разностной схемы, аппроксимирующей задачу Дирихле для линейного эллиптического уравнения второго порядка.

Критерии оценки:

– **оценка «отлично»** выставляется студенту, если он правильно отвечает более чем на 86% заданий.

– **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если он правильно отвечает от 65% и до 85% заданий;

– **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если он правильно отвечает от 51% и до 64% заданий;

– **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если он правильно отвечает менее чем на 51% заданий.

2.2. Варианты контрольных работ

Контрольная работа 1

Вариант 1.

1. Графически отделить корни уравнения $x^2 - 2x - 1 = 0$. Составить программу на ТР для отделения корней этого же уравнения.

2. Найти корень уравнения $x - \frac{1}{3+sin3,6x} = 0$находящийся на отрезке [0; 0,85] с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом итераций. Составить программу на ТР.

3. Найти корень уравнения $x + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} - 2,5 = 0$ находящийся на отрезке [0,4; 1] с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом половинного деления. Составить программу на ТР.

4. Найти корень уравнения $0,25x^3 + x - 1,2502 = 0$ находящийся на отрезке [0; 2] с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом Ньютона. Составить программу на ТР.

Вариант 2.

1. Графически отделить корни уравнения $x^3 - 2x - 1 = 0$. Составить программу на ТР для отделения корней этого же уравнения.

2. Найти корень уравнения $3sin\sqrt{x} + 0,35x - 3,8 = 0$ находящийся на отрезке [2; 3] с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом итераций. Составить программу на ТР.

3. Найти корень уравнения $tgx - \frac{1}{3}tg^3x + \frac{1}{5}tg^5x - \frac{1}{3} = 0$ находящийся на отрезке [0; 0,8] с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом половинного деления. Составить программу на ТР.

4. Найти корень уравнения $0,1x^2 - xlnx = 0$ находящийся на отрезке [1; 2] с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом Ньютона. Составить программу на ТР.

Вариант 3.

1. Графически отделить корни уравнения $x^3 - 3x + 1 = 0$. Составить программу на ТР для отделения корней этого же уравнения.

2. Найти корень уравнения $arccosx - \sqrt{1 - 0,3x^3} = 0$ находящийся на отрезке [0; 1] с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом итераций. Составить программу на ТР.

3. Найти корень уравнения $cos\frac{2}{x} - 2sin\frac{1}{x}x + \frac{1}{x} = 0$ находящийся на отрезке [1; 2] с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом половинного деления. Составить программу на ТР.

4. Найти корень уравнения $3x - 4lnx - 5 = 0$ находящийся на отрезке [2; 4] с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом Ньютона. Составить программу на ТР.

Вариант 4.

1. Графически отделить корни уравнения $0,1x^3 - 2sinx = 0$. Составить программу на ТР для отделения корней этого же уравнения.

2. Найти корень уравнения $x + \cos(x^{0,52} + 2) = 0$ находящийся на отрезке [0,5; 1] с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом итераций. Составить программу на ТР.

3. Найти корень уравнения $sinx^2 + cosx^2 - 10x = 0$ находящийся на отрезке [0; 1] с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом половинного деления. Составить программу на ТР.

4. Найти корень уравнения $2xsinx - cosx = 0$ находящийся на отрезке [0,4; 1] с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$ методом Ньютона. Составить программу на ТР.

Контрольная работа 2.

Вариант 1.

1. Вычислить определитель

$$\begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 & 2 \\ 4 & 9 & 8 & 3 \\ 4 & 7 & 8 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

вручную. Составить программу на ТР для вычисления на ПК.

2. Решить методом Гаусса систему уравнений

$$8x_1 + x_2 + x_3 = 2$$
$$5x_1 - 10x_2 + x_3 = 1$$
$$x_1 + 11x_3 = 2$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

3. Решить методом Крамера систему уравнений

$$8x_1 + x_2 + x_3 = 2$$
$$5x_1 - 10x_2 + x_3 = 1$$
$$x_1 + 11x_3 = 2$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Решить методом Зейделя систему уравнений с точностью 0.001

$$8x_1 + x_2 + x_3 = 2$$
$$5x_1 - 10x_2 + x_3 = 1$$
$$x_1 + 11x_3 = 2$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

Вариант 2.

1. Вычислить определитель

$$\begin{pmatrix} 8 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 9 & 1 & 3 \\ 4 & 8 & 8 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

вручную. Составить программу на ТР для вычисления на ПК.

2. Решить методом Гаусса систему уравнений

$$3x_1 + x_2 + 5x_3 = 3$$
$$x_1 + 3x_2 + x_3 = 2$$
$$5x_1 + x_2 + 2x_3 = 1$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

3. Решить методом Крамера систему уравнений

$$3x_1 + x_2 + 5x_3 = 3$$
$$x_1 + 3x_2 + x_3 = 2$$
$$5x_1 + x_2 + 2x_3 = 1$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Решить методом Зейделя систему уравнений с точностью 0.001

$$3x_1 + x_2 + 5x_3 = 3$$
$$x_1 + 3x_2 + x_3 = 2$$
$$5x_1 + x_2 + 2x_3 = 1$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

Вариант 3.

1. Вычислить определитель

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 5 \\ 9 & 8 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

вручную. Составить программу на ТР для вычисления на ПК.

2. Решить методом Гаусса систему уравнений

$$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 2$$
$$10x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 4$$
$$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 3$$

вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

3. Решить методом Крамера систему уравнений

$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 2$
$10x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 4$
$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 3$
вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.
4. Решить методом Зейделя систему уравнений с точностью 0.001
$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 2$
$10x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 4$
$2x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 3$
вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

Вариант 4.
1. Вычислить определитель
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 2 \\ 3 & 9 & 1 & 6 \\ 1 & 2 & 8 & 2 \\ 5 & 3 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$
вручную. Составить программу на ТР для вычисления на ПК.
2. Решить методом Гаусса систему уравнений
$2x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 9$
$6x_1 + x_2 + 3x_3 = 8$
$4x_1 + 10x_2 + 5x_3 = 7$
вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.
3. Решить методом Крамера систему уравнений
$2x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 9$
$6x_1 + x_2 + 3x_3 = 8$
$4x_1 + 10x_2 + 5x_3 = 7$
вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.
4. Решить методом Зейделя систему уравнений с точностью 0.001
$2x_1 + 8x_2 + 2x_3 = 9$
$6x_1 + x_2 + 3x_3 = 8$
$4x_1 + 10x_2 + 5x_3 = 7$
вручную. Составить программу на ТР для решения на ПК.

Контрольная работа 3

Вариант 1.
1. Функция $y = f(x)$ задана таблицей. Построить по имеющимся данным интерполяционный полином Лагранжа и вычислить значение функции в точке $x = 1{,}3$

x	0,03	0,58	0,84	1,78
y	1,0335	1,8912	2,5164	7,0677

Составить программу на ТР для решения на ПК.
2. Оценить погрешность интерполяции, допущенную при выполнении задачи 1, если известно аналитическое выражение функции $y = 3^x$.
3. Необходимо осуществить интерполяцию с помощью полинома Ньютона и вычислить значение функции в точках $x = 2{,}95$ и $x = 1{,}95$

x	0,38	0,99	1,19	1,71	2,04	2,53
y	1,462	2,691	3,287	5,528	7,690	12,553

Составить программу на ТР для решения на ПК.
4. Методом наименьших квадратов найти эмпирическую формулу в виде дробной функции $y = a + \frac{b}{x}$ для зависимости x и y, заданной таблицей

x	1	0,5	0,3	0,25	0,2	0,17	0,14	0,12
y	3	2	1,6	1,5	1,4	1,3	1,3	1,2

Вариант 2.

1. Функция $y = f(x)$ задана таблицей. Построить по имеющимся данным интерполяционный полином Лагранжа и вычислить значение функции в точке $x = 0{,}5$

x	0,03	0,59	0,79	0,97
y	0,0296	0,4637	0,5822	0,6780

Составить программу на ТР для решения на ПК.

2. Оценить погрешность интерполяции, допущенную при выполнении задачи 1, если известно аналитическое выражение функции $y = \ln(1 + x)$.

3. Необходимо осуществить интерполяцию с помощью полинома Ньютона и вычислить значение функции в точках $x = 0{,}58$ и $x = 0{,}58$

x	0,35	0,97	1,18	1,71	2,09	2,69
y	1,419	2,637	3,254	5,528	8,084	14,731

Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Методом наименьших квадратов найти эмпирическую формулу в виде линейной функции $y = ax + b$ для зависимости x и y, заданной таблицей

x	0	1	1,5	2,5	3	4,5	5	6
y	0	67	101	168	202	310	334	404

Вариант 3.

1. Функция $y = f(x)$ задана таблицей. Построить по имеющимся данным интерполяционный полином Лагранжа и вычислить значение функции в точке $x = 0{,}1$

x	0,03	0,59	0,79	0,97
y	0,9996	0,8309	0,7038	0,5653

Составить программу на ТР для решения на ПК.

2. Оценить погрешность интерполяции, допущенную при выполнении задачи 1, если известно аналитическое выражение функции $y = \cos(x)$.

3. Необходимо осуществить интерполяцию с помощью полинома Ньютона и вычислить значение функции в точках $x = 2{,}80$ и $x = 3{,}80$

x	0,32	0,97	1,52	2,02	2,96	3,79
y	1,377	2,637	4,572	7,538	19,297	44,256

Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Методом наименьших квадратов найти эмпирическую формулу в виде логарифмической функции $y = a + b\ln x$ для зависимости x и y, заданной таблицей

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	521	308	240	204	183	175	159	152

Вариант 4.

1. Функция $y = f(x)$ задана таблицей. Построить по имеющимся данным интерполяционный полином Лагранжа и вычислить значение функции в точке $x = 1{,}5$

x	0,01	0,64	1,06	1,79
y	0,0101	1,2137	3,0596	10,7211

Составить программу на ТР для решения на ПК.

2. Оценить погрешность интерполяции, допущенную при выполнении задачи 1, если известно аналитическое выражение функции $y = xe^x$.

3. Необходимо осуществить интерполяцию с помощью полинома Ньютона и вычислить значение функции в точках $x = 0{,}80$ и $x = 1{,}80$

x	0,14	0,57	1,22	1,73	2,11	2,74
y	1,150	1,768	3,387	5,640	8,248	15,468

Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Методом наименьших квадратов найти эмпирическую формулу в виде степенной функции $y = ax^b$ для зависимости x и y, заданной таблицей

x	1	2	3	4	5	6	7	8

y	56,9	67,3	81,6	201	240	474	490	518

Контрольная работа 4

Вариант 1.

1. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = x^2 + 1$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0{,}1$.

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$$\int_0^3 -\frac{4}{(1+8x)^2}\,dx$$

по формуле прямоугольников, если число частичных отрезков $n = 20$. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

3. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$$\int_0^3 -\frac{4}{(1+8x)^2}\,dx$$

по формуле трапеций, если число частичных отрезков $n = 20$. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

4. Вычислить определенный интеграл

$$\int_{0,8}^{1,8} \frac{x}{\sqrt{1+x^3}}\,dx$$

с точностью до $\varepsilon = 10^{-6}$ по общей формуле Симпсона. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

Вариант 2.

1. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = x^2 + x - 1$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0{,}1$.

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$$\int_4^6 \frac{5}{(4x-3)^3}\,dx$$

по формуле прямоугольников, если число частичных отрезков $n = 20$. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

3. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$$\int_4^6 \frac{5}{(4x-3)^3}\,dx$$

по формуле трапеций, если число частичных отрезков $n = 20$. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

4. Вычислить определенный интеграл

$$\int_{0,8}^{1,8} \frac{x}{\sqrt{1-x^3}}\,dx$$

с точностью до $\varepsilon = 10^{-6}$по общей формуле Симпсона. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

Вариант 3.

1. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = \frac{1}{x} + 1$ в точке $x_0 = 1$ с приращением $\Delta = 0{,}1$.

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$$\int_{0}^{1} \frac{12}{(4x-9)^2}\,dx$$

по формуле прямоугольников, если число частичных отрезков *n* = 20. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

3. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$$\int_{0}^{1} \frac{12}{(4x-9)^2}\,dx$$

по формуле трапеций, если число частичных отрезков *n* = 20. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

4. Вычислить определенный интеграл

$$\int_{0,6}^{1,6} \sqrt{x + x^3}\,dx$$

с точностью до $\varepsilon = 10^{-6}$по общей формуле Симпсона. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

Вариант 4.

1. Получить пятиточечную аппроксимацию производной функции $f(x) = \frac{x}{x+2}$в точке x_0 = 1 с приращением $\Delta = 0{,}1$.

2. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$$\int_{-3}^{-1} \frac{17}{(1-3x)^3}\,dx$$

по формуле прямоугольников, если число частичных отрезков *n* = 20. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

3. Вычислить приближенное значение определенного интеграла

$$\int_{-3}^{-1} \frac{17}{(1-3x)^3}\,dx$$

по формуле трапеций, если число частичных отрезков *n* = 20. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

4. Вычислить определенный интеграл

$$\int_{0,8}^{1,8} \sqrt{x + x^4}\,dx$$

с точностью до $\varepsilon = 10^{-6}$по общей формуле Симпсона. Составить программу на ТР для решения на ПК. Оценить погрешность вычислений, пользуясь формулой остаточного члена.

Контрольная работа 5

Вариант 1.

1. Решить обыкновенное дифференциальное уравнение $y' = x + cos\frac{y}{\sqrt{5}}$ с начальным условием $y_0(1,8) = 2,6$; на промежутке [1,8; 2,8] с числом разбиений 4; 20. Выполнить ручной расчет при $n = 4$, используя метод Эйлера с уточнением составить программу на ТР для решения на ПК.

2. Решить обыкновенное дифференциальное уравнение $\frac{y''-3y+2e^x}{cosx} = -4$ с начальнымиусловиями$y(-0,8) = 1,146$;$y'(-0,8) = 1,167$ на промежутке [-0,8;0]. Выполнить ручной расчет при n=4 используя метод Рунге-Кутта, точное решение $y(x)$=$e^x + cosx$.

3. Используя метод сеток составить решение уравнения теплопроводности$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ при заданных начальном ($t = 0$) $U(x,0) = f(x) = cos2x$ и граничных условиях $U(a,t) = U(0,t) = \varphi(t) = 1 - 6t$ и $U(b,t) = U(0,6,t) = \Psi(t) = 0,3626$, где $x \in [0;\ 0,6]$ $h = (b-a)/n$. $n= 10$; $t \in [0;\ 1]$, $\sigma = \frac{1}{6}$. Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Используя метод сеток составить решение уравнения Лапласа в прямоугольной области $\Pi = \{0 \le x \le a,\ 0 \le y \le b\}$ при следующих граничных условиях:$U(0,y) = U_0$;$U(a,y) = U(x,b) = U(x,0) = 0$; $a = 4$; $b = 2$;$h = b/n$. $n= 100$;

Начальное распределение $U_0 = 4$.Составить программу на ТР для решения на ПК.

Вариант 2.

1. Решить обыкновенное дифференциальное уравнение $y' = x + cos\frac{y}{3}$ с начальным условием $y_0(1,6) = 4,6$; на промежутке [1,6; 2,6] с числом разбиений 4; 20. Выполнить ручной расчет при $n = 4$, используя метод Эйлера с уточнением составить программу на ТР для решения на ПК.

2. Решить обыкновенное дифференциальное уравнение $y''y' + 2y'y = 8sin2x + 15cos2x$ с начальными условиями $y(0,2) = 3,934$; $y'(0,2) = 4,304$ на промежутке [0,2; 2]. Выполнить ручной расчет при $n = 4$ используя метод Рунге-Кутта, точное решение $y(x)$=5sinx$+3cosx$.

3. Используя метод сеток составить решение уравнения теплопроводности $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ при заданных начальном ($t = 0$) $U(x,0) = f(x) = x(x+1)$ и граничных условиях $U(a,t) = U(0,t) = \varphi(t) = 0$ и $U(b,t) = U(0,6,t) = \Psi(t) = 2t+0,96$, где $x \in [0;\ 0,6]$ $h = (b-a)/n$. $n= 10$;$t \in [0;\ 1]$, $\sigma = \frac{1}{6}$. Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Используя метод сеток составить решение уравнения Лапласа в прямоугольной области $\Pi = \{0 \le x \le a,\ 0 \le y \le b\}$ при следующих граничных условиях:$U(0,y) = U_0$; $U(a,y) = U(x,b) = U(x,0) = 0$; $a = 4$; $b = 2$;$h = b/n$. $n= 100$;

Начальное распределение $U_0 = 2$.Составить программу на ТР для решения на ПК.

Вариант 3.

1. Решить обыкновенное дифференциальное уравнение $y' = x + cos\frac{y}{\sqrt{10}}$ с начальным условием $y_0(0,6) = 0,8$; на промежутке [0,6; 1,6] с числом разбиений 4; 20. Выполнить

ручной расчет при n = 4, используя метод Эйлера с уточнением составить программу на ТР для решения на ПК.

2. Решить обыкновенное дифференциальное уравнение $\frac{y''+y-4-2x^2}{e^x} = -6$ с начальными условиями $y(1{,}5)$ = -8,8743,934; $y'(1{,}5) = -8{,}443$ на промежутке [1,5; 2,5]. Выполнить ручной расчет при n = 4 используя метод Рунге-Кутта, точное решение $y(x)$=$2x^2 - 3e^x + cosx$.

3. Используя метод сеток составить решение уравнения теплопроводности $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ при заданных начальном (t = 0) $U(x,0) = f(x) = sin2x$ и граничных условиях $U(a,t) = U(0,t) = \varphi(t) = 2t$ и $U(b,t) = U(0{,}6,t) = \Psi(t)$ = 0,932, где $x \in [0;\ 0{,}6]$ $h = (b-a)/n$. n= 10; $t \in [0;\ 1]$, $\sigma = \frac{1}{6}$. Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Используя метод сеток составить решение уравнения Лапласа в прямоугольной области $\Pi = \{0 \le x \le a,\ 0 \le y \le b\}$ при следующих граничных условиях: $U(0,y) = U_0$; $U(a,y) = U(x,b) = U(x,0) = 0$; a = 4; b = 2; $h = b/n$. n= 100;

Начальное распределение U_0 = 3. Составить программу на ТР для решения на ПК.

Вариант 4.

1. Решить обыкновенное дифференциальное уравнение $y' = x + cos\frac{y}{e}$ с начальным условием $y_0(1{,}4)$ = 2,5; на промежутке [1,4; 2,4] с числом разбиений 4; 20. Выполнить ручной расчет при n = 4, используя метод Эйлера с уточнением составить программу на ТР для решения на ПК.

2. Решить обыкновенное дифференциальное уравнение $y''y' + 2y'y = 8sin2x + 15cos2x$ с начальными условиями $y(0{,}2)$ = 3,934; $y'(0{,}2) = 4{,}304$ на промежутке [0,2; 2]. Выполнить ручной расчет при n = 4 используя метод Эйлера, точное решение $y(x)$=5sinx$+3cosx$.

3. Используя метод сеток составить решение уравнения теплопроводности $\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ при заданных начальном (t = 0) $U(x,0) = f(x) = 3x(2 - x)$ и граничных условиях $U(a,t) = U(0,t) = \varphi(t) = 0$ и $U(b,t) = U(0{,}6,t) = \Psi(t) = t+ 2{,}52$, где $x \in [0;\ 0{,}6]$ $h = (b-a)/n$. n= 10; $t \in [0;\ 1]$, $\sigma = \frac{1}{6}$. Составить программу на ТР для решения на ПК.

4. Используя метод сеток составить решение уравнения Лапласа в прямоугольной области $\Pi = \{0 \le x \le a,\ 0 \le y \le b\}$ при следующих граничных условиях: $U(0,y) = U_0$; $U(a,y) = U(x,b) = U(x,0) = 0$; a = 4; b = 2; $h = b/n$. n= 100;

Начальное распределение U_0 = 5. Составить программу на ТР для решения на ПК.

Критерии оценки:

– **оценка «отлично»** выставляется студенту, если он правильно отвечает более чем на 85% заданий.

– **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если он правильно отвечает от 65% и до 85% заданий;

– **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если он правильно отвечает от 51% и до 64% заданий;

– **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если он правильно отвечает менее чем на 51% заданий.

2.3. Тестовые задания с выбором правильного ответа

Вопрос 1

Что называется погрешностью?

1. Разность между точным и приближенным числами;
2. Модуль разности между двумя числами;
3. Разность между двумя числами;
4. Модуль разности между точным и приближенным значениями.

Вопрос 2

Что называется абсолютной погрешностью?

1. Модуль разности между двумя числами;
2. Разность между точным и приближенным числами;
3. Модуль разности между точным и приближенным числами;
4. Разность двух последовательных значений числа.

Вопрос 3

Что называется относительной погрешностью приближенного числа?

1. Отношение погрешности к абсолютной погрешности;
2. Отношение модуля погрешности к абсолютной погрешности;
3. Отношение модуля погрешности к модулю приближенного числа;
4. Отношение погрешности к модулю приближенного числа.

Вопрос4

В чем выражается обычно относительная погрешность?

1. В процентах(%);
2. В процентах на единицу(%/ед.);
3. В штуках (шт);
4. В х (х).

Вопрос5

К несуществующим видам погрешностей относится

1. Неустранимая погрешность;
2. Погрешность метода;
3. Вычислительная погрешность;
4. Результирующая погрешность.

Вопрос6

Предельная относительная погрешность произведения находится по формуле

1. $\delta(xy) = \delta x + \delta y;$
2. $\delta(xy) = \delta x - \delta y;$
3. $\delta(xy) = \delta x * \delta y;$
4. $\delta(xy) = \delta x / \delta y.$

Вопрос 7

Какие цифры в числе называются значащими?

1. Все цифры, начиная с первой справа, отличной от нуля;
2. Все верные цифры, начиная с первой справа, отличной от нуля;
3. Все верные цифры, начиная с первой слева, отличной от нуля;
4. Все верные цифры в числе.

Вопрос 8

Цифра х в десятичной записи приближенного значения величины называется верной в строгом смысле, если

1. Абсолютная погрешность приближения не превосходит половины единицы того разряда, которому принадлежит цифра х;
2. Абсолютная погрешность приближения не превосходит единицы того разряда, которому принадлежит цифра х;

3. Погрешность приближения не превосходит половины единицы того разряда,которому принадлежит цифрах;
4. Погрешность приближения не превосходит единицы того разряда, которому принадлежит цифра х.

Вопрос 9

Укажите отрезок, содержащий точное число d, если его приближенное значение d^* = 42,36 найдено с точностью до 0,7.

1) [42,06;42,66];
2) [41,86;42,86];
3) [41,76;42,96];
4)[41,66;43,06].

Вопрос 10

Приближенное значение x^* = 24,6035 имеет относительную погрешность δx = 2%. Найдите абсолютную погрешность Δx.

1) 0,49207; 2)0,21302; 3) 0,52908; 4)0,40803.

Вопрос 11

Заданы два приближенных числа $a = 2 \pm 0{,}1; b = 1{,}2 \pm 0{,}05$. Тогда предельная абсолютная погрешность разности этих чисел равна

1. 0,15; 2. 0,05; 3. 0,1; 4. 0,005.

Вопрос 12

Предельная абсолютная погрешность числа $a = 25{,}146$,у которого все цифры верные (в широком смысле) равна

1. 0,0001; 2. 0,001; 3. 0,0005; 4. 0,00005.

Вопрос 13

Количество верных значащих цифр (в широком смысле) для приближенного числа $4{,}214 \pm 0{,}05$ равно

1. 2; 2. 3; 3. 4; 4. 7.

Вопрос 14

Заданы два приближенных числа $a = 4 \pm 0{,}1; b = 2 \pm 0{,}1$. Тогда предельная относительная погрешность произведения этих чисел равна

1. 0,6; 2. 0,01; 3. 0,2; 4. 0,03.

Вопрос 15

Заданы два приближенных числа $a = 8 \pm 0{,}2; b = 4 \pm 0{,}1$. Тогда предельная абсолютная погрешность частного $\frac{a}{b}$ этих чисел равна

1. 0,1; 2. 0,05; 3. 0,6; 4. 0,3.

Вопрос 16

Заданы два приближенных числа $a = 2 \pm 0{,}05; b = 3 \pm 0{,}05$. Тогда предельная относительная погрешность разности этих чисел равна

1. 0,1; 2. 0,2; 3. -0,1; 4. 0.

Вопрос 17

Всякое число, записанное в десятичной системе, можно представить в виде $a = a_0 \times 10^p$. Форма записи называется нормальной, если

1. $a_0 \leq 1$; 2.$a_0 < 1$; 3. $a_0 < 1/2$; 4. $a_0 \leq 1/2$.

Вопрос 18

Всякое число, записанное в десятичной системе, можно представить в виде $a = a_0 \times 10^p$. Форма записи называется нормализованной, если у числа а первая цифра после десятичной точки

1. равна 1; 2. не равна 0; 3. больше 0; 4. меньше 1.

Вопрос 19

Всякое число, записанное в десятичной системе, можно представить в виде $a = a_0 \times 10^p$. Форма записи называется стандартной, если

1. $-1 \leq a_0 \leq 1$;

2. $0 < a_0 < 1$;
3. $1 < a_0 < 10$;
4. $0 < a_0 < 10$.

Вопрос20

В чем заключается задача отделения корней?

1. В установлении количества корней;
2. В установлении количества корней, а так же наиболее тесных промежутков, каждый из которых содержит только один корень;
3. В установлении корня решения уравнения;
4. В назначении количества корней.

Вопрос 21

В чем заключается этап отделения корней при использовании численных методов решения уравнений?

1. В нахождении отрезка, содержащего все корни уравнения;
2. В установлении «тесных» промежутков, содержащих только один корень;
3. В определении интервала, содержащего только корни, интересующие Вычислителя;
4. В нахождении отрезка, содержащего все положительные корни уравнения.

Вопрос22

К методам уточнения корней не относится

1. Метод дихотомии;
2. Метод хорд;
3. Метод касательных;
4. Метод аппроксимации.

Вопрос23

Суть комбинированного метода хорд и касательных?

1. Метод хорд и касательных дают приближения к корню с разных сторон;
2. При реализации метода при каждой итерации необходимо вычислять не только значения F(x), но и ее производной;
3. Метод ограничивается вычислениями только значения F(x);
4. Нет правильного ответа.

Вопрос 24

Отделить графически корень уравнения cosx - ℓnx = 0.

1) [0,5; 1]; 2) [1;1,5]; 3) [1,5; 2]; 4) [2; 2,5].

Вопрос 25

Уточнить корень уравнения $(x-4)^3 - 2 = 0$ на [5; 6] одним из численных методов с точностью e = 10-3.

1)5, 150; 2) 5, 260; 3) 5, 370; 4) 5,440.

Вопрос 26

Три итерации по методу половинного деления при решении уравнения $x^2 - 45{,}4 = 0$ на отрезке [0;8] требуют последовательного вычисления значений функции $f = x^2 - 45{,}4$ в точках

1. $x_1 = 4$; $x_2 = 6$; $x_3 = 7$;
2. $x_1 = 4$; $x_2 = 6$; $x_3 = 5$;
3. $x_1 = 5$; $x_2 = 6$; $x_3 = 7$;
4. $x_1 = 4$; $x_2 = 7$; $x_3 = 6$.

Вопрос 27

Три итерации по методу половинного деления при решении уравнения $x^2 - 5{,}93 = 0$ на отрезке [0;8] требуют последовательного вычисления значений функции $f = x^2 - 5{,}93$ в точках

1. $x_1 = 4$; $x_2 = 6$; $x_3 = 5$;

2. $x_1 = 1;\ x_2 = 2;\ x_3 = 3;$
3. $7x_1 = 4;\ x_2 = 2;\ x_3 = 3;$
4. $x_1 = 4;\ x_2 = 3;\ x_3 = 2.$

Вопрос 28

Три итерации по методу половинного деления при решении уравнения $x^2 - 5{,}29 = 0$ на отрезке [0;8] требуют последовательного вычисления значений функции $f = x^2 - 5{,}29$ в точках

1. $x_1 = 4;\ x_2 = 2;\ x_3 = 3;$
2. $x_1 = 4;\ x_2 = 3;\ x_3 = 2;$
3. $x_1 = 4;\ x_2 = 6;\ x_3 = 5;$
4. $x_1 = 1;\ x_2 = 2;\ x_3 = 3.$

Вопрос29

Один из корней уравнения $x^3 - 12x - 4 = 0$ локализованна интервале $[-2;\ 2]$, тогда при уточнении этого корня методом хорд заточку x_0начального приближения следует принять

1. $x_0 = -2$; 2. $x_0 = 2$; 3. $x_0 = 0$; 4. $x_0 = 1$.

Вопрос30

Один из корней уравнения $x^3 - 27x + 8 = 0$ локализован на интервале $[-6;$ $-3]$,тогдаприуточненииэтогокорняметодом хорд заточку x_0начального приближения следует принять

1. $x_0 = -6$; 2.$x_0 = 6$; 3. $x_0 = 3$; 4. $x_0 = -3$.

Вопрос31

Один из корней уравнения $x^3 - 12x - 4 = 0$ локализован на интервале $[-4; -2]$, тогда при уточнении этого корня методом Ньютона за точку x_0начального приближения следует принять

1. $x_0 = -2$; 2. $x_0 = -4$; 3. $x_0 = 4$; 4. $x_0 = 2$.

Вопрос32

Один из корней уравнения $x^3 - 27x + 8 = 0$ локализован на интервале $[-6; -3]$, тогда при уточнении этого корня методом Ньютона за точку x_0начального приближения следует принять

1. $x_0 = -3$; 2. $x_0 = 3$; 3. $x_0 = -6$; 4. $x_0 = 6$.

Вопрос33

Действительный корень уравнения $x^3 + 2x - 1 = 0$ принадлежит интервалу

1. $(0; 1/2)$; 2. $(3/2; 2)$; 3. $(1/2; 2)$; 4. $(1; 3/2)$.

Вопрос34

Действительный корень уравнения $x^3 + 4x - 1 = 0$принадлежит интервалу

1. $(0; 1/2)$; 2.$(3/2; 2)$; 3. $(1/2; 2)$; 4. $(1; 3/2)$.

Вопрос35

Действительный корень уравнения $x^3 + 6x - 1 = 0$принадлежитинтервалу

1. $(0; 1/2)$;2. $(3/2; 2)$; 3. $(1/2; 2)$;4. $(1; 3/2)$.

Вопрос 36

К какой категории методов вычислительной математики относиться метод Гаусса?
1. Относится к первому классу точных задач;
2. Относится ко второму классу приближенных методов;
3. Относится к точным методам;
4. Относится к приближенным задачам.

Вопрос37
Невязка– это
1.Значение разностей между свободными членами исходной системы;
2.Значениесуммымеждусвободнымичленамиисходнойсистемыи результатами подстановки в уравнения системы найденных значений неизвестных;
3. Значение суммы результатов подстановки в уравнения системы найденных значений неизвестных;
4.Значение разностей между свободными членами исходной системы и результатами подстановки в уравнения системы найденных значений неизвестных.

Вопрос38
Система линейных алгебраических уравнений $\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j = b_i, i = 1, m$называется неоднородной, если
1. хотя бы одно $b_i \neq 0;$
2. все$b_i \neq 0$;
3. $b_i \neq b_j$, $i \neq j$,$i = 1,m$, $j = 1,n$;
4. все $b_i = 0.$

Вопрос39
Рангом матрицы *A* называется А
1. число ее линейно зависимых строк (столбцов);
2. число ее линейно независимых строк (столбцов);
3. число ее уравнений;
4. число ее неизвестных.

Вопрос40
Для того чтобы система линейных алгебраических уравнений была совместна, необходимо и достаточно, чтобы
1. ранг ее матрицы был равен рангу расширенной матрицы;
2. число ее линейно независимых строк равнялось числу еѐ линейно независимых столбцов;
3. ранг ее матрицы был равен рангу расширенной матрицы, полученной добавлением к матрице коэффициентов столбца свободных членов;
4. ранг матрицы по строкам был равен рангу матрицы по столбцам.

Вопрос41
Квадратная матрица *B* называется обратной для квадратной матрицы *A* того же порядка, если
1. $BA \neq AB$;
2. $AB^{-1} \neq B^{-1} A$;
3. AB = BA = E, E – единичная матрица;
4. $AB^{-1} = B^{-1} A$.

Вопрос42
Матрица называется симметрической, если

1. A A^T=1;
2. A A^T=A^TA;
3. A= A^T;
4. A= 1/A^T.

Вопрос43

Дана система $\begin{matrix} x_1 + x_2 - x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4 \end{matrix}$

приняв за начальное приближение $X^{(0)}$ = (0; 0; 0;), найти точки $X^{(1)}$, $X^{(2)}$ итерационной последовательности.
1) $X^{(1)}$= (2; - 2; -4), $X^{(2)}$= (4; -2; 0);
2) $X^{(1)}$= (-2; -2; -4), $X^{(2)}$ = (-4; -2; 0);
3) $X^{(1)}$= (2; 2; 4); $X^{(2)}$= (0; 8; 8);
4) $X^{(1)}$= (-2; 2;4); $X^{(2)}$= (0;-2; 4).

Вопрос44

Пусть вектор $x^0 = (0;0;0)$ – начальное приближение к решению СЛАУ

$$\begin{cases} x_1 = -0.2x_1 - 0.2x_2 + 0.1x_3 + 2, \\ x_2 = 0.1x_1 + 0.1x_2 - 0.2x_3 + 1, \\ x_3 = 0.1x_1 - 0.1x_2 - 1 \end{cases}$$

методом простой итерации. Тогда второе приближение к решению данной СЛАУ имеет вид:
1. $(1{,}3;\ 1{,}5;\ -0{,}9)$;
2. $(1{,}21;\ 1{,}82;\ -1.02)$;
3. $(1{,}5;\ 1{,}3;\ -1.1)$;
4. $(1{,}3;\ 1{,}2;\ -0{,}8)$.

Вопрос45

Пусть вектор $(0;\ 0;\ 0)$ – начальное приближение к решению СЛАУ

$$\begin{cases} x_1 = -0.2x_1 - 0.2x_2 + 0.1x_3 + 2, \\ x_2 = 0.1x_1 + 0.1x_2 - 0.2x_3 + 1, \\ x_3 = 0.1x_1 - 0.1x_2 - 1 \end{cases}$$

методом Зейделя. Тогда первое приближение к решению данной СЛАУ имеет вид:
1. $(2;\ 1{,}2;\ -0{,}92)$;
2. $(2;\ 1{,}5;\ -0{,}85)$;
3. $(2;\ 1{,}1;\ -1{,}12)$;
4. $(1;\ 0{,}2;\ 1{,}1)$.

Вопрос46

Дана система линейных уравнений : $\begin{matrix} x_1 + x_2 = 5 \\ 2x_1 + x_2 = 3 \end{matrix}$

Преобразовать систему к нормальной системе, которая гарантирует сходимость итерационного процесса метода Зейделя для исходной системы.

1. $\begin{matrix} 5x_1 + 3x_2 = 11 \\ 3x_1 + 2x_2 = 8 \end{matrix}$ 2. $\begin{matrix} 3x_1 + 5x_2 = 11 \\ 2x_1 + x3_2 = 8 \end{matrix}$ 3. $\begin{matrix} 5x_1 + 3x_2 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 = 11 \end{matrix}$ 4. $\begin{matrix} 2x_1 + 3x_2 = 11 \\ 3x_1 + 5x_2 = 8 \end{matrix}$

Вопрос47

Записать расчетные формулы итерационного процесса Зейделя для системы: $\begin{matrix} x_1 + x_2 = 5 \\ 2x_1 + x_2 = 3 \end{matrix}$

1. $\begin{matrix} y_1 = -1{,}5x_2 + 5{,}5 \\ y_2 = -0{,}6y_1 + 1{,}6 \end{matrix}$ 2. $\begin{matrix} y_1 = -0{,}6x_2 + 2{,}2 \\ y_2 = -1{,}5y_1 + 4 \end{matrix}$ 3. $\begin{matrix} y_1 = -0{,}6x_2 + 2{,}2 \\ y_2 = -1{,}5x_1 + 4 \end{matrix}$

4. $\begin{matrix} y_1 = -1{,}5x_2 + 5{,}5 \\ y_2 = -0{,}6x_1 + 1{,}6 \end{matrix}$

Вопрос49

Какое условие является критерием для достижения заданной точности е при решении системы линейных уравнений методом простой итерации? (ρ - метрика, по которой была установлена сходимость и получено α).

1) $\rho\,(x^{(к-1)}, x^{(к)}) \le \varepsilon$;

2) $\rho\,(x^{(k-1)}, x^{(k)}) \le \varepsilon \cdot (1+\alpha)/\alpha,\ \alpha < 1$;

3) $\rho\,(x^{(k-1)}, x^{(k)}) \le \varepsilon \cdot \alpha/(1+\alpha),\ \alpha > 1$;

4) $\rho\,(x^{(k-1)}, x^{(k)}) \le \le \varepsilon \cdot (1-\alpha)/\alpha,\ \alpha < 1$.

Вопрос50

Даны две точки 3-мерного пространства X(-1,2,0) и Y(1,3,-2). Найти $\rho_1(X,Y)$.

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

Вопрос 52

Известны нормы матриц α и β нормализованной системы линейных алгебраических уравнений: $\|\alpha\| = 0{,}7$, $\|\beta\| = 0{,}5$. Методом простых итераций проведено три приближения на пути к решению системы. Тогда предельная абсолютная погрешность результата равна

1. 0,2; 2. 0,04; 3. 0,4; 4. .0,02 .

Вопрос 53

Известны нормы матриц α и β нормализованной системы линейных алгебраических уравнений: $\|\alpha\| = 0{,}7$, $\|\beta\| = 0{,}52$ Методом простых итераций проведено три приближения на пути к решению системы. Тогда предельная абсолютная погрешность результата равна

1. 0,2;2. 0,16; 3. 0,12; 4. 0,1.

Вопрос54

Итерационный процесс решения системы линейных алгебраических уравнений сходится, если для нормы матрицы α, нормализованной линейной системы выполняется условие

1. $\|\alpha\| < 1$; 2. $\|\alpha\| > 1$; 3. $\|\alpha\| = 1$; 4. $\|\alpha\| = 0$.

Вопрос55

Задачу построения приближающей функции в общем смысле называют?

1. Равномерной;
2. Интерполяцией;
3. Аппроксимацией;
4. Нет правильного ответа.

Вопрос56

Интерполяция–это

1. Способ нахождения промежуточных значений величины по имеющемуся дискретному набору известных значений;
2. Продолжение функции, принадлежащей заданному классу, за пределы ее области определения;
3. Замена одних математических объектов другими, в том или ином смысле близким к исходным;
4. Метод решения задач, при котором объекты разного рода объединяются общим понятием.

Вопрос57

Конечными разностями первого порядка называют

1. Сумму соседних узлов интерполяций;
2. Разность между значениями функций в соседних узлах интерполяции;
3. Сумму между значениями функций в соседних узлах интерполяции;
4. Произведение значений трех соседних узлов интерполяции.

Вопрос58

Задача интерполирования будет иметь единственное решение, если

1.интерполирующая функция ищется в виде полинома;
2. интерполирующая функция ищется в виде отношения двух полиномов;
3. интерполирующая функция ищется в виде разности двух полиномов;
4. интерполирующая функция ищется в виде суммы двух полиномов.

Вопрос59

Функция $y = f(x)$ задана таблицей своих значений $(x_i, f(x_i))$, $i = 0, n$, с постоянным шагом. Основным условием интерполирования функции $f(x)$ функцией $F(x)$ является:

1. $F^2(x_i) = f^2(x_i)$;
2. $|F(x_i)| = |f(x_i)|$;
3. $F(x_i) = f(x_i)$;
4. .$F(x_i) \approx f(x_i)$.

Вопрос 60

Какая формула интерполяционного многочлена Лагранжа верная

1. $L_n(x) = \sum_{i=0}^{i=n} y_i \frac{(x-x_0)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i-1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}$;

2. $L_n(x) = \sum_{i=0}^{i=n} y_i \frac{(x-x_0)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i-1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i-1})\dots(x_i-x_n)}$;

3. $L_n(x) = \sum_{i=0}^{i=n} y_i \frac{(x-x_0)\dots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}$;

4. $L_n(x) = \sum_{i=0}^{i=n} y_i \frac{(x-x_0)\dots(x-x_{i-1})(x-x_i)\dots(x-x_n)}{(x_i-x_0)\dots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\dots(x_i-x_n)}$.

Вопрос61

Первая интерполяционная формула Ньютона имеет вид:

1. $P_n(x) = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \dots + \frac{t(t-1)\dots(t-n+1)}{n!}\Delta^n y_0$;

2. $P_n(x) = y_n + t\Delta y_{n-1} + \frac{t(t-1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2} + \dots + \frac{t(t+1)\dots(t+n-1)}{n!}\Delta^n y_n$;

3. $P_n(x)= y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t+1)}{2!}\Delta^2 y_0 + \ldots + \frac{t(t+1)\ldots(t+n-1)}{n!}\Delta^n y_0$;

4. $P_n(x)= y_n - t\Delta y_{n-1} + \frac{t(t+1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2} + \ldots + \frac{t(t+1)\ldots(t+n-1)}{n!}\Delta^n y_0$.

Вопрос62

В первой интерполяционной формуле Ньютона t находится по формуле:

1. $t = \frac{x-x_n}{h}$;
2. $t = \frac{x+x_n}{h}$;
3. $t = \frac{x-x_0}{h}$;
4. $t = \frac{x+x_0}{h}$.

Вопрос63

11. Функция $y= f(x)$ задана таблицей с постоянным шагом $(x_k, f(x_k))$, $k = 0,n$,своих значений. Формула линейного интерполирования на отрезке $[x_k, x_{k+1}]$ имеет вид:

1. $f(x) \approx y_k + \frac{\Delta x}{h}(\Delta y_k)^2$;
2. $f(x) \approx y_k + \frac{\Delta x}{h}\Delta y_k$;
3. $f(x) \approx y_k - \frac{\Delta x}{h^2}\Delta y_k$;
4. $f(x) \approx y_k - \frac{\Delta x}{h}\Delta y_k$.

Вопрос64

Функция $y= f(x)$ задана таблицей с постоянным шагом $(x_k, f(x_k))$, $k = 0,n$, своих значений. Формула обратного интерполирования на отрезке $[x_k, x_{k+1}]$
имеет вид:

1. $\bar{x} \approx x_k + \left|\frac{\Delta y}{\Delta y_k}\right| h$;
2. $\bar{x} \approx x_k + \frac{\Delta y}{\Delta y_k} h$;
3. $\bar{x} \approx x_k + \frac{\Delta y}{\Delta y_k} h^3$;
4. $\bar{x} \approx x_k - \frac{\Delta y}{\Delta y_k} h^3$.

Вопрос65

Для функции $f(x) = (1-4x)\sin \pi x$ строится интерполяционный многочлен $L_2(x)$ по ее значениям в узлах $x_0 = 0$, $x_1 = \frac{1}{4}$, $x_2 = \frac{1}{2}$. Его значение $L_2(\frac{1}{8})$ равно 1. $\frac{1}{8}$; 2. $\frac{1}{6}$ 3. $\frac{2}{15}$; 4. $\frac{2}{17}$; 5. $\frac{3}{122}$.

Вопрос66

Пусть $L_2(x)$–интерполяционный многочлен для функции $f(x) = x - 4x^3$ по ее значениям в узлах $x_0 = 0, x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{4}$. Выберите верные предложения

1. $L_2(x)=\dfrac{3x-6x^2}{2}$; 2. $2L_2(x)+6x^2=3x$; 3. $L_2(x)=x^2-4x^4$;

4. $x^2-L_2(x)=4x^4$; 5. $L_2(x)=x-4x^3$.

Вопрос66

Пусть функция $f(x)$ задана таблицей:

x	0	1	2
$f(x)$	1	0	3

Интерполяционный многочлен $L_2(x)$ для этой функции имеет вид

1. $(2x-1)(x-1)$; 2. $(x-1)(x+2)$; 3. $2x^2-x$; 4. $(x-1)x+1$;

5. x^3-x^2+1.

Вопрос67

Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции, заданной таблицей:

x	1	3	4
f(x)	12	4	6

1) $L_2(x)=2x^2-12x+22$; 2) $L_2(x)=x^2-6x+11$; 3) $L_2(x)=3x^2-12x+24$;
4) $L_2(x)=x^2-4x+8$;

Вопрос68

Задана табличная функция $y_i=f(x_i)$:

x_i	1	2	3
y_i	2	4	8

Тогда интерполяционный многочлен, аппроксимирующий эту функцию равен

1. $P(x)=x^2-x+2$;

2. $P(x)=x^2-2x+3$;

3. $P(x)=x^2-3x+4$;

4. $P(x)=x^2-4x+5$.

Вопрос69

Задана табличная функция $y_i=f(x_i)$:

x_i	1	2	3
y_i	2	3	6

Тогда интерполяционный многочлен, аппроксимирующий эту функцию равен

1. $P(x)=x^2-2x+3$;

2. $P(x)=x^2-x+2$;

3. $P(x)=x^2-3x+4$;

4. $P(x)=x^2-4x+5$.

Вопрос70
Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3
y_i	2	1	2

Тогда интерполяционный многочлен, аппроксимирующий эту функцию равен

1. $P(x) = x^2 - 2x + 3$;

2. $P(x) = x^2 - 4x + 5$;

3. $P(x) = x^2 - x + 2$;

4. $P(x) = x^2 - 3x + 4$.

Вопрос71
Сплайн определяется алгебраическими полиномами. Степенью сплайна называется
1. произведение степеней использованных полиномов;
2. сумма степеней использованных полиномов;
3. максимальная степень из использованных полиномов;
4. сумма квадратов степеней использованных полиномов.

Вопрос72
В чем заключается идея приближенного вычисления производной функции?
1. В получении таблицы разделенных разностей;
2. В замене функции уравнением регрессии и вычислении его производной;
3. В замене функции интерполяционным полиномом и вычислении его производной;
4. В замене функции его разностным аналогом и вычислении его производной.

Вопрос73
В силу какой причины задача численного дифференцирования функции некорректна?
1. Из-за сильной нелинейности функции;
2. Из-за несовпадения в одной и той же точке значений производной функции и производной ее интерполяционного полинома;
3. Из-за несовпадения в одной и той же точке значений производной функции и интерполяционного полинома функции;
4. Из-за несовпадения в одной и той же точке значений функции и интерполяционного полинома функции.

Вопрос74
Какая формула является формулой двухточечной аппроксимации производной функции $f(x)$?
1. $f^{/}(x) = \frac{f(x+\Delta) - f(x-\Delta)}{2\Delta}$;
2. $f^{/}(x) = \frac{f(x+\Delta) - f^2(x) + f(x-\Delta)}{2\Delta}$;
3. $f^{/}(x) = \frac{f(x-\Delta) - 2f(x) + f(x+\Delta)}{2\Delta}$;
4. $f^{/}(x) = \frac{f(x-\Delta) + 2f(x) - f(x+\Delta)}{2\Delta}$.

Вопрос75
Найти значение производной функции f(x) , заданной таблицей в точке x = 32, используя первый интерполяционный многочлен Ньютона.

x	32	33	34	35	36
F(x)	5,657	5,745	5,831	5,916	6,000

1) 0,056;   2) 0,067;   3) 0,078; 4) 0,089;   5)0,099.

Вопрос76
Найти значение производной функции f(x) в точке x = 32, используя метод неопределенных коэффициентов. F(x) задана таблицей

x	31	32	33	34
F(x)	5,568	5,657	5,745	5,831

1) 0,056; 2) 0,067; 3) 0,078 4) 0,089; 5)0,099.

Вопрос77
Вычислить приближенное значение производной функции, заданной таблицей вточке x=32, используя интерполяционный многочлен Лагранжа.

x	31	32	33
F(x)	5,568	5,657	5,745

1.) 0,056; 2) 0,067; 3) 0,078; 4) 0,089; 5) 0,099.

Вопрос78
Задача численного интегрирования заключается
1. в вычислении приближенного значения определенного интеграла функции на основе ряда ее значений;
2. в вычислении точного значения определенного интеграла функции на основе ряда ее значений;
3. в вычислении приближенного значения неопределенного интеграла функции на основе ряда ее значений;
4. в вычислении приближенного значения определенного интеграла функции методом численного интегрирования.

Вопрос79
Методами приближенного интегрирования функций являются методы:
1. Ньютона, квадратичного интерполирования, наибольших кубов;
2. трапеций, прямоугольников, парабол;
3. наименьших квадратов, гипербол, статистических испытаний;
4. Гаусса, половинного деления, итераций.

Вопрос80
Что это заформула$I = \int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$

1. Формула Ньютона–Лейбница;
2. Формула Ньютона–Котеса;
3. Формула Симпсона;
4. Формулы не существует.

Вопрос81
Квадратурная формула трапеций имеет вид:

1. $\int_a^b f(x)dx \approx h\left[\frac{f(a)+f(b)}{2}+\sum_{i=1}^{N-1} f(a+ih)\right]$;

2. $\int_a^b f(x)dx \approx h\sum_{i=0}^{N} f(a+ih)$;

3. $\int_a^b f(x)dx \approx h\left[\frac{f(a)+f(b)}{2}+\sum_{i=0}^{N-1} f(a+ih)\right]$;

4. $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left[f(a)+f(b)+2\sum_{i=0}^{N} f(a+ih)\right]$;

5. $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{2}\left[f(a)+f(b)+\sum_{i=0}^{N-1} f(a+ih)\right]$.

Вопрос82

Пусть B- значение интеграла $A=\int_0^1 x\,|1-2x|\,dx$, вычисленного по квадратурной формуле трапеций, разбив отрезок интегрирования на две равные части. Тогда $|B-A|=\ldots$

1. 0; 2. $\frac{1}{10}$; 3. $\frac{1}{8}$; 4. $\frac{3}{20}$.

Вопрос83

Значение интеграла $\int_0^1 x^2\,|1-2x|\,dx$, вычисленного по квадратурной формуле трапеций, разбив отрезок интегрирования на две равные части, равно …

1. $\frac{1}{4}$; 2. $\frac{2}{5}$; 3. $\frac{3}{11}$; 4. $\frac{3}{15}$.

Вопрос 84

Формула Симпсона – это…

1. $H_0=\frac{1}{2}\int_0^2\frac{t(t-2)}{2t}dt$

2. $\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{2h}{3}\left(\frac{y_0+y_{2m}}{2}+2y_1+y_2+\cdots+2y_{2m-1}\right)$

3. $M_4\frac{|b-a|h^4}{180}\le\varepsilon$

4. Формулы не существует

Вопрос85

Значение интеграла $\int_{-1/2}^{1/2}|x|dx$, вычисленного по простейшей квадратурной формуле Симпсона, равно …

1. $\frac{1}{6}$; 2. $\frac{1}{5}$; 3. $\frac{1}{4}$; 4. $\frac{3}{8}$.

Вопрос86

Вычислить интеграл I = $\int_0^2 x^2 sinx dx$ по формуле трапеций. Значения подынтегральной функции в узловых точках приведены в таблице:

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
y=f(x)	0	0,0010	0,0079	0,0266	0,0623	0,1199	0,2033	0,3157	0,4991	0,6345	0,8415

1) 0,2291; 2) 0,3252; 3) 0,4354; 4) 0,5132; 5) 0,1112.

Вопрос87

Произвести оценку погрешности интегрирования по формуле трапеций для функции f(x) = x^2sinx на отрезке [0;1], h=0,1

1) 0,2820; 2) 0,0354; 3) 0,0055; 4) 0,0021; 5) 0,0285.

Вопрос88

Вычислить интеграл по формуле Симпсона при n=6: $\int_0^3 \sqrt{1+x}\,dx$

1) 0,9951; 2) 1,8509; 3) 2,2105; 4) 3,2108; 5) 4,6665.

Вопрос89

Произвести оценку погрешности интегрирования по формуле Симпсона для функции *f(x)* = $\sqrt{1+x}$на отрезке [0;3], h=0,5.

1)0,0008531; 2) 0,0009765; 3) 0,0010202; 4) 0,0025301; 5) 0,0031083.

Вопрос90

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	0	2	6	5	3	1	0

Тогда определенный интеграл этой функции в пределах от 1 до 7, вычисленныйметодомтрапецийсшагом*h*= 1равен

1. 19; 2. 17; 3. 13; 4. 14.

Вопрос91

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	2	4	8	9	7	6	4

Тогда определенный интеграл этой функции в пределах от 1 до 7, вычисленныйметодомтрапецийсшагом*h*= 1равен

1. 40; 2. 37; 3. 39; 4. 41.

Вопрос92

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7

y_i	0	2	7	11	12	6	2

Тогда определенный интеграл этой функции в пределах от 1 до 7, вычисленныйметодомСимпсонасшагомh= 1равен

1. 38,67; 2. 40,2; 3. 39,12; 4. 42,4/

Вопрос93

Задана табличная функция $y_i = f(x_i)$:

x_i	1	2	3	4	5	6	7
y_i	2	8	16	15	10	7	6

Тогда определенный интеграл этой функции в пределах от 1 до 7, вычисленныйметодомСимпсонасшагомh= 1равен

1. 58,2; 2. 60,7; 3. 62,4; 4. 65,3.

Вопрос 94

Что является решением дифференциального уравнения?

1. Уравнение первого порядка;
2. Уравнение первого порядка, разрешенное относительно производной;
3. Уравнение второго порядка;
4. Уравнение второго порядка, разрешенное относительно производной.

Вопрос95

В чем заключается геометрическая идея метода Эйлера приближенного интегрирования обыкновенного дифференциального уравнения?

1. В замене интегральной кривой ломаной линией, построенной из отрезков касательных к кривой;
2. В замене интегральной кривой другой кривой линией, отстоящей не дальше, чем на ε;
3. В замене интегральной кривой системой касательных;
4. В замене интегральной кривой системой гипербол.

Вопрос96

Метод Эйлера решения дифференциальных уравнений заключается в циклическом применении пары формул:

1) $\Delta y_k = h\cdot f(x_k, y_k)$, $y_{k+1}= y_k - \Delta y_k$, $k = 0,1,2\ldots$;
2) $\Delta y_k = h\cdot f(x_k, y_k)$, $y_{k+1}= y_k \cdot \Delta y_k$, $k = 0,1,2\ldots$;
3) $\Delta y_k = 0,1\cdot f(x_k, y_k)\cdot h$, $y_{k+1}= y_k + \Delta y_k$, $k = 0,1,2\ldots$;
4) $\Delta y_k = (h/2)\cdot f(x_k, y_k)$, $y_{k+1}= y_k - \Delta y_k$, $k = 0,1,2\ldots$;
5) $\Delta yk = h\cdot f(x_k, y_k)$, $y_{k+1}= y_k + \Delta y_k$, $k = 0,1,2\ldots$.

Вопрос97

Используя метод Эйлера-Каши для дифференциального уравнения $y' = x^2 + 3y$ наотрезке [0;1] с начальным условием y(0)=2, приняв шаг h=0.2, найдем y(0,2).

1) 1,932; 2) 2,221; 3) 3,564; 4) 4,821; 5) 5,728.

Вопрос98

Формула Рунге-Кутта это:

1. $y_{i-1} = y_i + \frac{1}{6}(r_1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4)$;

2. $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(r_1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4);$

3. $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(r_1 + 3r_2 + 4r_3 + r_4);$

4. $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(2r_1 + 2r_2 + 2r_3 + r_4).$

Вопрос99

Уравнение с частными производными вида $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$

называется уравнением:

1) переноса; 2) волновым; 3) теплопроводности;
4) Лапласа; 5) Пуассона.

Вопрос100

Для функции $u = u$(x,y) частная производная $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik}$ может быть заменена разностным отношением:

1. $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik} \approx \frac{u_{i+1,k} - u_{i-1,k}}{h}$
2. $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik} \approx \frac{u_{i+1,k} - u_{i-1,k}}{2h}$
3. $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik} \approx \frac{u_{i+1,k} + u_{i-1,k}}{h}$
4. $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik} \approx \frac{u_{i+1,k} + u_{i-1,k}}{2h}$
5. $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{ik} \approx \frac{u_{i,k+1} - u_{i,k-1}}{2h}$

Вопрос101

Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши: $\begin{cases} y' = \dfrac{y - 2x}{1 + y^2} + 2, \\ y(0) = 0. \end{cases}$

Значение $y(0{,}3)$, вычисленное методом Эйлера с шагом $h = 0.1$, равно…

1. $0{,}6$; 2. $0{,}4$; 3. $0{,}3$; 4. $0{,}2$; 5. $-0{,}4$.

Критерии оценки:

– **оценка «отлично»** выставляется студенту, если он правильно отвечает более чем на 86% заданий.

– **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если он правильно отвечает от 65% и до 86% заданий;

– **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если он правильно отвечает от 51% и до 64% заданий;

– **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если он правильно отвечает менее чем на 51% заданий.

2.4. Лабораторные работы

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА N1

ТЕМА: Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.

ЦЕЛЬ: Научиться решать системы линейных алгебраических уравнения с заданной точностью, используя ЭВМ.

ЗАДАНИЕ

1) Вычислить вектор f с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.
2) Решить систему линейных алгебраических уравнений $Ax=f$.
   а) методом простой итерации с точностью $\varepsilon = 0.5 \cdot 10^{-3}$;
   б) методом Зейделя;
   в) методом Гаусса.
3) Заполнить таблицу:

Таблица результатов

методы	решение	число итераций	вектор невязки
простой итерации	x_1= ... : : x_n= ...	k =	r_1= ... . : r_n= ...
Зейделя	x_1= ... : : x_n= ...	k =	$r=(r_1, \ldots, r_n)$
Гаусса	x_1= ... : : x_n= ...	k =	$r=(r_1, \ldots, r_n)$

Координаты вектора невязки r_i имеют вид

$$r_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j^* - f_i, \quad i = \overline{1,n},$$

где $x^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*)$ - решение, полученное данным методом.

4) Выписать расширенную матрицу, т.е. матрицу А со свободным столбцом f.

ВАРИАНТЫ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ.

Вариант 1.

$$A = \begin{pmatrix} 5.25 & -2.23 & 0 & 1.71 & 0.56 \\ 1.77 & 6.61 & -0.83 & 0 & 2.37 \\ -1.69 & 2.93 & -8.21 & 1.06 & 2.09 \\ 2.49 & -3.28 & 0 & 7.64 & 0.42 \\ -3.43 & 0.27 & -1.87 & 1.78 & 9.04 \end{pmatrix}; \; f_i = \int_0^i \frac{xdx}{\sin \pi x + 2}, \quad i = \overline{1,5}.$$

Вариант 2.

$$A = \begin{pmatrix} 11.37 & -3.47 & -4.42 & 1.83 \\ 2.75 & -14.41 & 2.25 & 4.76 \\ -2.78 & 1.31 & 7.58 & -1.23 \\ 0 & -2.35 & -1.82 & 7.24 \end{pmatrix}; \; f_i = \int_0^1 \frac{e^x dx}{1 + ix}, \quad i = \overline{1,4}.$$

Вариант 3.

$$A=\begin{pmatrix} -3.21 & 2.29 & -1.85 \\ 2.62 & -3.45 & 1.98 \\ 1.18 & -2.96 & 2.47 \end{pmatrix}; \qquad f_i=\int_0^1 \frac{e^x}{1+i\sin x}dx, \quad i=\overline{1,3}.$$

Вариант 4.

$$A=\begin{pmatrix} 12.2 & -6.1 & -3.0 & -1.5 & 0.5 \\ 6.2 & 14.8 & 3.1 & 1.6 & -0.8 \\ 1.6 & -3.6 & -10.2 & 2.8 & -1.6 \\ -2.4 & -3.5 & 2.3 & 13.6 & 2.7 \\ 0.5 & 1.6 & 0 & 1 & 8.4 \end{pmatrix}; \quad f_i=\sqrt{\frac{\int_0^1 \frac{e^x}{1+ix}dx}{1+i}}, \quad i=\overline{1,5}.$$

Вариант 5.

$$A=\begin{pmatrix} 10 & -3 & 0 & -2 & 0 & 1 \\ 4 & 12 & 3 & 0 & 2 & -1 \\ -2 & 4 & 9 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 0 & 8 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 4 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & -2 & -4 & 1 & -2 & 12 \end{pmatrix}; \quad f_i=\frac{\int_0^1 \frac{e^x}{1+x}dx}{1+i}, \quad i=\overline{1,6}.$$

Вариант 6.

$$A=\begin{pmatrix} -12 & -1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 12 & 2 & -3 & 4 \\ 2 & 3 & -12 & 1 & -4 \\ 3 & 4 & 1 & 12 & -2 \\ 4 & 1 & -2 & 3 & 12 \end{pmatrix}; \quad f_i=\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}}}{i+x}dx, \quad i=\overline{1,5}.$$

Вариант 7.

$$A=\begin{pmatrix} -7 & -2 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 8 & -2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -8 & 2 & -2 \\ -2 & 2 & 1 & -9 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & -1 & 9 \end{pmatrix}; \quad f_i=\frac{i\sin\frac{\pi}{i+1}}{\int_0^1 \frac{dx}{2+\sin \pi x}}, \quad i=\overline{1,5}.$$

Вариант 8.

$$A=\begin{pmatrix} 8\sin 1 & \sin 2 & -\sin 3 & \sin 4 \\ \sin 2 & -8\sin 1 & \sin 3 & -\sin 4 \\ \sin 3 & -\sin 4 & 8\sin 1 & -\sin 2 \\ -\sin 4 & \sin 2 & -\sin 3 & 8\sin 1 \end{pmatrix}; \quad f_i=\frac{\int_0^1 \sin\frac{\pi}{1+i}x\,dx}{\sum_{j=1}^{100}\frac{1}{j^2}}, \quad i=\overline{1,4}.$$

Вариант 9.

$$A=\begin{pmatrix} 12 & -2 & 2 & -1 & 0 & 5 \\ 1 & -12 & 2 & 0 & 1 & -5 \\ 2 & -1 & 12 & -2 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 & 12 & -1 & 5 \\ 2 & 0 & -1 & 1 & 12 & -5 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 1 & 12 \end{pmatrix}; \quad f_i=\frac{1+\ln(2+\sin i)}{\sum_{j=0}^{50}\frac{1}{1+j^2}}, \quad i=\overline{1,6}.$$

Вариант 10.

A= (a_{ij}), где $a_{i,j}=(-1)^{i+j}\sin\frac{\pi i j}{7}+7\,\delta_{ij}$, δ_{ij} - символ Кронекера;

$$f_i=\sum_{n=1}^{20}\frac{1}{1+\sin^2\frac{\pi i}{20}}, \quad i,j=\overline{1,6}.$$

Вариант 11.

A= (a_{ij}), где $a_{i,j}=\frac{1}{i+1}-\frac{1}{j+1}+\frac{28}{i+j}\delta_{ij}$, δ_{ij} - символ Кронекера;

$$f_i=\int_0^i \sin\frac{\pi}{x+i}\,dx, \quad i,j=\overline{1,7}.$$

Вариант 12.

A= (a_{ij}), где $a_{i,j}=(\sqrt{i}-\sqrt[3]{j})+15\,\delta_{ij}$, δ_{ij} - символ Кронекера;

$i,j=\overline{1,8}$.

$$f_i=\int_0^{\pi} e^{\sin(ix)}dx, \quad i=\overline{1,8}.$$

Вариант 13.

A= (a_{ij}), где $a_{i,j}=\sin\frac{\pi i j}{7}+7\,\delta_{ij}$, δ_{ij} - символ Кронекера;

$$f_i=\int_0^1 e^{\frac{ix}{1+x}}dx, \quad i,j=\overline{1,6}.$$

Вариант 14.

A= (a_{ij}), где $a_{i,j}=\frac{i+j+10\delta_{ij}}{1+|i-j|}$, δ_{ij} - символ Кронекера;

$$f_i = \sum_{m=1}^{i} \frac{(-1)^m}{1+m}, \qquad i,j = \overline{1,5}.$$

Вариант 15.

$$A = \begin{pmatrix} 1.23 & -2.07 & 1.84 \\ 2.73 & 3.22 & -1.57 \\ 1.92 & -3.33 & 2.03 \end{pmatrix}, \quad f_i = \int_2^3 \frac{x+1}{\ln ix} dx, \qquad i = 1,2,3.$$

Вариант 16.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & 5 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 6 & 0 & 1 \\ -4 & 1 & 0 & 7 & -1 \\ 5 & -1 & 0 & 1 & 8 \end{pmatrix}, \quad f_i = \int_1^2 \frac{\sin x}{i+x} dx, \qquad \mathrm{i} = \overline{1,5}.$$

Вариант 17.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1/4 & 1/8 & -1/16 \\ -1 & 2 & -1/4 & 1/8 \\ 2 & -1 & 4 & 1/2 \\ -3 & 3/4 & -3/8 & 6 \end{pmatrix}, \quad f_i = \int_0^i \frac{\sin \pi x}{1+x} dx, \qquad i = \overline{1,4}.$$

Вариант 18.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -0.3 & -0.2 & 0 & 0.1 \\ 0.5 & 4 & -0.7 & -0.3 & 0 \\ 0.3 & -0.9 & 2 & 0.2 & -0.3 \\ 0.6 & -1.2 & 0.8 & 4 & 0.1 \\ -0.7 & -0.5 & 0.2 & 0.1 & 2 \end{pmatrix}, \quad f_i = \int_0^1 \frac{x}{1+e^{ix}} dx, \qquad i = \overline{1,5}.$$

Вариант 19.

A= (a_{ij}), где $a_{i,j} = \dfrac{4 - i + j}{i+j} - 8\,\delta_{ij}$, δ_{ij} - символ Кронекера;

$$f_i = \int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{x+i+1}} dx, \qquad i,j = \overline{1,4}.$$

Вариант 20.

A= (a_{ij}), где $a_{i,j} = 8\delta_{ij} - \dfrac{1 - i + j}{i+j}$, δ_{ij} - символ Кронекера;

$$f_i = \int_0^i \frac{\sin x}{1+x}dx, \quad i,\ j = \overline{1,4}.$$

Вариант 21.

A= (a_{ij}), где $a_{i,j} = \dfrac{i - j}{i + 1} + 5\,\delta_{ij}$, δ_{ij} - символ Кронекера;

$$f_i = \sum_{k=1}^{i} e^{\frac{i}{k}}, \quad i, j = \overline{1,4}.$$

Вариант 22.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & -6 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & 6 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad f_i = \int_0^1 \frac{e^x}{i + x}dx, \quad i = \overline{1,4}.$$

Вариант 23.

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -10 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 20 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 10 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 10 \end{pmatrix}, \quad f_i = \int_0^i e^{-x^2}dx, \quad i = \overline{1,5}.$$

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2

Тема: Численное интегрирование

Цель: Научить студентов находить приближенное значение определенного интеграла с помощью квадратурных формул

ЗАДАНИЕ №1

1. По квадратурным формулам трапеций и Симпсона вычислить интеграл $I(n)$ (n задано в таблице) с точностью ε, определяя шаг интегрирования h по оценке остаточного члена.

2. Вычислить $I(n)$ по квадратурной формуле Гаусса с точностью ε, определяя узлы и коэффициенты этой формулы по оценке остаточного члена.

Вычисление оформить в виде следующей таблицы:

n	$I_{точн}(n)$	$h_{тр}$	$I_{тр}(n)$	h_c	$I_c(n)$	$I_Г(n)$

Здесь $I_{точн}(n)$ – точное значение $I(n)$; $h_{тр}, I_{тр}(n)$ – шаг интегрирования и значение интеграла по формуле трапеций соответственно; $h_c, I_c(n)$ – шаг интегрирования и значение интеграла по формуле Симпсона соответственно; $I_Г(n)$ – значение интеграла по формуле Гаусса.

Выписать также узлы и коэффициенты квадратурной формулы Гаусса для каждого значения параметра n.

ВАРИАНТЫ К ЗАДАНИЮ №1

Вар.	$I(n)$	ε	n
1	$\int_0^2 x^n e^x dx$	10^{-4}	1,2,4
2	$\int_0^1 xe^{nx} dx$	10^{-3}	3,4,5
3	$\int_0^1 \frac{x^n}{1+x} dx$	10^{-4}	4,5,6
4	$\int_0^n \frac{x^n}{n+x} dx$	10^{-3}	1,2,3
5	$\int_1^2 \frac{(x+n)^n}{x^{1/n}} dx$	10^{-4}	1,2,3
6	$\int_0^\pi \sin^n x dx$	10^{-3}	1,2,3
7	$\int_0^\pi \cos^n x dx$	10^{-4}	2,3,4
8	$\int_0^1 x^n \sin x dx$	10^{-3}	1,2,3
9	$\int_{-1}^1 \frac{x}{(2+x)^n} dx$	10^{-4}	0.5;1.5;2.5
10	$\int_9^2 \frac{x}{(1+2x)^n} dx$	10^{-4}	2,3,4
11	$\int_0^1 \frac{e^x}{(1+e^x)^{1/n}} dx$	10^{-4}	2,3,4

12	$$\int_1^2 \frac{(1+\ln x)^n}{x} dx$$	10^{-3}	1,2,3
13	$$\int_1^2 \frac{(2+\ln x)^{1/n}}{x} dx$$	10^{-4}	2,3,4
14	$$\int_0^3 \frac{e^x}{(1+e^x)^n} dx$$	10^{-3}	3,4,5
15	$$\int_{-1}^1 (x+1)^n e^{nx} dx$$	10^{-3}	1,2,3
16	$$\int_0^1 \frac{e^{nx}}{n+e^x} dx$$	10^{-3}	2,3,4
17	$$\int_0^1 (x+1)^n e^{nx} dx$$	10^{-4}	2,3,4
18	$$\int_0^n \frac{x^2}{(n+x)^n} dx$$	10^{-3}	2,3,4
19	$$\int_0^1 (x+1)^n e^x dx$$	10^{-4}	2,3,4
20	$$\int_0^2 \frac{e^{nx}}{(n+e^x)^n} dx$$	10^{-3}	4,5,6

ЗАДАНИЕ №2

Вариант № 1

Найти точки экстремума функции $y = ax^3 - bx^2 - cx + d$, где

$$b = \int_0^\pi \frac{x^3}{1+\sin x} dx, \quad a = \int_0^\pi \frac{x \sin x}{4+\sin x} dx, \quad c = \int_0^\pi e^{-x\sin x} dx, \quad d = \int_0^\infty \frac{e^{-3x}}{\sqrt{1+x}} dx.$$

Интегралы вычислить с точностью $\varepsilon = 0.0001$ по какой-либо квадратурной формуле с постоянным шагом, пользуясь при этом правилом Рунге практической оценки погрешности.

Вариант № 2

Составить таблицу значений функции $y = x(be^{ax} + ae^{bx})$, где

$$a = \int_0^\infty \frac{e^{-4x}}{2 + \sin \pi x} dx, \qquad b = \int_0^\pi \frac{e^x \sin(x/2)}{4 + x} dx$$

для значения $x \in [-5;5]$ с шагом $h = 0{,}1$.

Интегралы вычислить с точностью $\varepsilon = 0.0001$ по какой-либо квадратурной формуле с постоянным шагом, пользуясь при этом правилом Рунге практической оценки погрешности. Построить график функции.

Вариант № 3

Пусть $a_i = \int_0^{i\pi} \frac{x \sin x}{4 + x} dx,\quad i = \overline{1{,}10},\quad S_i = (1/10)\sum_{i=1}^{10} a_i,\quad S_2 = (1/10)\sum_{i=1}^{10} |a_i|,$

$$S_j = \sqrt[j]{\frac{\sum_{i=1}^{10} |a_i|}{10}}, \qquad j = \overline{3{,}7}, \qquad S_8 = \sqrt[10]{a_1 a_2 \cdot \ldots a_{10}}.$$

Заполнить таблицу:

Таблица результатов

i	1	2	3	. . . . . .			10
a_i	a_1	a_2	a_3	. . . . . .			a_{10}
S_2	S_1	S_2	S_3	. . . . .	S_8		

Интегралы вычислить с точностью $\varepsilon = 0.0001$ по какой-либо квадратурной формуле с постоянным шагом, пользуясь при этом правилом Рунге практической оценки погрешности.

Вариант №4

Решить систему уравнений
$$\begin{cases} a_1 x + b_1 x = c_1, \\ a_2 x + b_2 x = c_2, \end{cases}$$

где $a_1 = \int_1^2 \frac{e^{x/2}}{x+3} dx,\qquad b_1 = \int_1^2 \frac{e^x}{\sqrt{x+3}} dx,\qquad c_1 = \int_0^\infty \frac{e^{-x}}{x+3} dx,$

$$a_2 = -\int_1^2 \frac{e^x}{x+4} dx, \qquad b_2 = \int_1^2 \frac{e^x}{x+3}, \qquad c_2 = \int_0^\infty \frac{e^{-x}}{x^2+4} dx.$$

Вычислить вектор невязки $r=(r_1, r_2)$, где $r_1 = a_1 x^* + a_2 y^* - c_1$, $r_2 = b_1 x^* + b_2 y^* - c_2$, (x^*, y^*) - полученное решение системы.

В результатах сохранить по 5 десятичных знака.

Вариант №5

Для значений x от 1 до 10 с шагом 0.5 составить таблицу значений функции, $f(x)=\int_1^x \frac{t+3}{a+\ln t}dt$, где $a=\int_0^1 e^{-\sin x}dx$.

Интегралы вычислить с точностью $\varepsilon = 0.0005$ по какой-либо квадратурной формуле, пользуясь правилом Рунге практической оценки погрешности. Построить на отрезке $[1;10]$ график функции $f(x)$ по таблице.

Вариант №6

Для n=4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 вычислить $S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i$, где $a_i = \int_0^i \frac{x\sin x}{4+e^x}dx$. $i=\overline{1,10}$.

Заполнить таблицу:

Результаты вычислений

n	4	5	6	7	8	9	10
S_n	S_4	S_5	S_6	S_7	S_8	S_9	S_{10}

Интеграл вычислить с точностью $\varepsilon = 0.0005$ по какой-либо квадратурной формуле, пользуясь правилом Рунге практической оценки погрешности.

В результатах сохранять по 4 десятичных знака.

Вариант №7

Решить квадратное уравнение $Ax^2 + Bx + C = 0$, где

$$A=\int_0^1 \frac{e^{-x}}{4+x}dx, \quad B=\int_0^2 \frac{\sin x}{4+x}dx, \quad C=-\int_0^1 e^{-x/(a+x)}dx$$

для значений a от 1 до 10 с шагом 1 заполнить таблицу

Корни квадратного уравнения

a	x_1	x_2
1 2 . . . 10		

Здесь x_1– меньший по модулю корень. Интегралы можно вычислить с точностью $\varepsilon = 0.0005$ по какой-либо квадратурной формуле, пользуясь правилом Рунге практической оценки погрешности.

В результатах сохранить по 4 десятичных знака. Сделать выводы о зависимости решений уравнения от параметра a.

Вариант №8

Составить таблицу значений функции

$$f(x) = \int_x^1 \frac{e^{-2t}}{x^2 + t^2} dt$$

для значения $x \in [-6;6]$ с шагом 0.5. Интеграл вычислить с точностью $\varepsilon = 0.0005$ с постоянным для всех x шагом интегрирования по какой-либо квадратурной формуле, пользуясь правилом Рунге практической оценки погрешности. Построить график функции *f(x)* отрезке $[-6;6]$.

В результатах сохранить по 3 десятичных знака.

Вариант №9

Для функции

$$f(x) = \int_0^x e^{t/(4+t)} dt + \int_x^4 \frac{\sin(1+tx)}{1+t^2+x^2} dt$$

составить таблицу значений *f(x),* начиная с x=0 до x=4 с шагом $\Delta = 0.1.$ Интегралы вычислить с точностью $\varepsilon = 0.001$ с постоянным для всех x шагом интегрирования по какой-либо квадратурной формуле, пользуясь правилом Рунге практической оценки погрешности. Построить график функции *f(x)* на отрезке $[0;4]$.

В результатах сохранить по 3 десятичных знака.

Вариант №10

Для n= 4, 5, 10, 20, 50 вычислить $S_n = a_1 + a_1 a_2 + ... + a_1 a_2 ... a_n$, где

$$a_1 = \int_0^2 \frac{e^{-x^2}}{4+x} dx, \quad a_m = \frac{m}{m+1} a_{m-1} + \frac{1}{m}, \quad m = \overline{2,n}.$$

Интеграл вычислить с точностью $\varepsilon = 0.0005$ по какой-либо квадратурной формуле, пользуясь правилом Рунге практической оценки погрешности.

В результатах сохранять по 3 десятичных знака и расположить их в виде таблицы:

Таблица результатов

S_4	S_5	S_{10}	S_{20}	S_{50}

Вариант №11

Составить таблицу значений функции

$$f(x)=\int_0^x \sin(t+3)^2\,dt$$

для значения $x\in[-5;5]$ с шагом 0.5. По таблице построить график функции *f(x)* на отрезке $[-5;5]$. Интеграл вычислить с точностью $\varepsilon=0.0001$ с постоянным шагом интегрирования для всех x по какой-либо квадратурной формуле, пользуясь правилом Рунге практической оценки погрешности. Построить график функции *f(x)* на отрезке $[-5;5]$.

В результатах сохранить по 3 десятичных знака.

Вариант №12

Вычислить по формуле трапеций интеграл

$$I=\int_0^1 \frac{e^x}{x+4}dx,$$

предварительно разбив отрезок интегрирования на N равных частей. Число N определить по формуле остаточного члена так, чтобы погрешность метода не превосходила $\varepsilon=0.000005$.

Пусть S(n) –значение интеграла I , которое вычисляют по формуле трапеций, разбив отрезок [0;1] на N равных частей. Построить график зависимости S(n) от N, начиная с N=10 до N=500 с шагом 10.

Вариант №13

Составить таблицу значений функции

$$f(x)=\frac{\int_0^x e^{t/(4+t^2)}dt}{6+x}$$

для значения $x\in[-5;5]$ с шагом 0.5. По таблице построить график функции *f(x)* на отрезке $[-5;5]$. При вычислении интегралов шаг интегрирования взять равным 0.1 для всех x.

Вариант №14

Вычислить $S_n=1/a_1+1/a_2+\ldots+1/a_n$, где $a_i=\int_0^{1/(i+1)}\frac{\sin x}{3+x}dx,\quad i=\overline{1.n}$.

Заполнить таблицу:

Результаты вычислений

n	5	10	20	40	100
S_n					

Интегралы вычислить с точностью $\varepsilon=0.00005$ по какой-либо квадратурной формуле, пользуясь правилом Рунге практической оценки погрешности.

В результатах сохранить по 4 десятичных знака.

Вариант №15

Вычислить $S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i,$ где $a_i = \int_1^6 \frac{x \ln x^i}{(2+x)^{1/(i+1)}} dx,$ $i = \overline{1.n}$.

Заполнить таблицу:

Результаты вычислений

n	10	20	30	40	60
S_n					

Интегралы вычислить с точностью $\varepsilon = 0.0001$ с постоянным шагом интегрирования для всех x по какой-либо квадратурной формуле, пользуясь правилом Рунге практической оценки погрешности.

В результатах сохранить по 3 десятичных знака.

Вариант №16

Для значений n=5, 10, 20, 40, 100 вычислить суммы

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} a_i, \quad D_n = \sum_{i=1}^{n} \sin a_i, \quad T_n = \sum_{i=1}^{n} [a_i],$$

где [x]-целая часть числа x, а $a_i = \int_0^1 \frac{3+ix}{5+i\sin \pi x} dx,$ $i = \overline{1,100}$.

Интегралы вычислить с точностью $\varepsilon = 0.0001$ по какой-либо квадратурной формуле, пользуясь правилом Рунге практической оценки погрешности.

В результатах сохранять по 3 десятичных знака и расположить в виде таблицы:

Результаты вычислений

n	S_n	D_n	T_n
5 10 20 40 100			

Вариант №17

Составить таблицу значений функции

$$f(x) = \int_0^x \frac{e^t}{4 + x^2 + t^2} dt$$

для значений x от 0 до 10 с шагом 0.5. Интегралы вычислить с точностью $\varepsilon = 0.0005$ с постоянным шагом интегрирования для всех x по какой-либо квадратурной формуле, пользуясь правилом Рунге практической оценки погрешности. В результатах сохранять по 3 десятичных знака.

По таблице построить на отрезке [0;10] график функции f(x).

Вариант №18

Найти $S_n(x), S_n^{'}(x)$, при n=2, 3, 4, 5, 6 где

$$S_n(x) = 1 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n, \qquad a_i = \int_0^1 \frac{i+3+\sin \pi x}{i+3+x} dx, \qquad i = \overline{1,n}$$

Интегралы вычислить с точностью $\varepsilon = 0.0001$ по какой-либо квадратурной формуле, пользуясь правилом Рунге практической оценки погрешности.

В результатах сохранить по 3 десятичных знака и заполнить таблицу вида:

Таблица результатов

n	$S_n(x)$	$S'_n(x)$
2 3 4 5 6		

Построить график функции $S'_n(x)$ при $n = 5$ на отрезке $[-3;3]$.

Вариант №19

Составить таблицу значений функции

$$f(x) = \int_0^x \frac{dt}{(2+\sqrt{t})^3},$$

с шагом 0.2 на отрезке $[4;8]$. Построить график функции *f(x)* на отрезке $[4;8]$. Интегралы вычислить с точностью $\varepsilon = 0.00001$ по квадратурной формуле Симпсона, предварительно определив шаг интегрирования по формуле остаточного члена. Полученные значения функции f(x) сравнить с точными, вычислив непосредственно интеграл по формуле Ньютона -Лейбница.

Вариант №20

Составить таблицу значений функции

$$f(x) = \int_0^x \frac{t}{(5+t)^3} dt$$

для $x \in [-4;4]$ с шагом 0.4. Построить график функции *f(x)* на отрезке $[-4;4]$. Интегралы вычислить с точностью $\varepsilon = 0.0001$ по квадратурной формуле трапеций, предварительно определив шаг интегрирования по формуле остаточного члена. Полученные значения функции f(x) сравнить с точными, вычислив непосредственно интеграл по формуле Ньютона —Лейбница.

Требования к выполненной лабораторной работе

Лабораторная работа зачитывается, если выполнены следующие требования:

1. результаты продемонстрированы на экране дисплея ПК с объяснением;
2. результаты оформлены в тетради в соответствии с приводимым здесь образцом;
3. правильно даны ответы на контрольные вопросы преподавателя.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

Задание 1

Найти приближенное решение задачи Коши на отрезке $[a,b]$ для данного дифференциального уравнения (пункт а) варианта) с заданными начальными условиями указанным в варианте одношаговым методом с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$. Для этого составить алгоритм, выбрать $h -$ шаг метода и составить соответствующую программу решения задачи на ЭВМ. Для контроля работы составленной программы сначала по этой программе найти приближенное решение задачи Коши пункта б) на том же отрезке $[a,b]$ (тестовая задача); проверить верно ли оно найдено, находя точное решение этой задачи $y_{точн}(x)$. Шаг метода h выбрать так, чтобы $h^k \le \varepsilon,$ где $k -$ порядок метода. Например, для метода Эйлера–Коши $k = 2,$ поэтому h выбираем так, чтобы $h^2 \le 10^{-4},\ h \le 0.01.$ Можно взять $h = 0.01.$

Выписать значения полученного решения в точках $a + ih_0,\ i = \overline{0,10},\ h_0 = \dfrac{b-a}{10}$ – шаг таблицы. Заполнить таблицу вида

Таблица результатов

$$y''-3y'+2y = 2x-3 \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 4, \quad x \in [0;2];$$

$$y_{точн} = 3(e^{2x} - e^x) + x.$$

x_i	0.0	0.2	0.4	. . .	2.0
б) $y'' - 3y' - 2y = 2x - 3, x \in [0;2], y(0) = 0,\ y'(0) = 4;\ y_{точн}(x) = 3(e^{2x} - e^x) + x$					
$y(x_i)$	$y(0.0)$	$y(0.2)$	$y(0.4)$	. . .	$y(2.0)$
$y_{точн}(x_i)$	$y_{точн}(0.0)$	$y_{точн}(0.2)$	$y_{точн}(0.4)$	. . .	$y_{точн}(2.0)$
$d = \max\lvert y(x_i) - y_{тосн}(x_i)\rvert =$					
а) $y'' - e^{-xy} = x^2 + 1,\ x \in [0;2],\ y(0) = 0,\ y'(0) = 4$					
$y(x_i)$	$y(0.0)$	$y(0.2)$	$y(0.4)$	. . .	$y(2.0)$

При заполнении таблицы в результатах для $y(x_i)$ и $y_{точн}(x_i)$ сохранять по два десятичных знака. Значение d выписать с плавающей точкой с двумя значащими цифрами (например, $d = 2.7 \cdot 10^{-7}$). По данным таблицы построить график решения задачи Коши пункта а) варианта. Сделать выводы о поведении решения.

Варианты

№ пп	Дифференциальное уравнение	Начальные условия	Отрезок *[a,b]*	Численный метод
1	$а)\ y'' - e^y \sin x = e^x$ $б)\ y''+y = 1 + e^x$	$y(0) = 2{,}5$ $y'(0) = 1{,}5$	[0; 2]	Рунге-Кутта 4-го порядка точности
2	$а)\ y'' - \sin\dfrac{\pi x}{1+y^2} = 1$	$y(1) = 4,$ $y'(1) = 4$	[1; 2]	Эйлера-Коши

	б) $y''+\frac{1}{x}y'-\frac{y}{x^2}=8x$			
3	а) $y''-e^{xy'}-xy=x+1$ б) $x^2y''+xy'=0$	$y(1)=5,$ $y'(1)=-1$	[1;2,6]	Рунге- Кутта 3-го порядка
4	а) $y''+2(y')^2x-e^xy=2$ б) $y''-2y'+y=xe^x$	$y(0)=1,$ $y'(0)=2$	[0; 1]	Эйлера-Маклорена
5	а) $y''-\frac{x+y}{1+y'^2}=x^2$ б) $y''-3y'+2y=2\sin x$	$y(0)=2{,}6,$ $y'(0)=3{,}2$	[0; 1]	Рунге-Кутта 4-го порядка точности
6	а) $y''-e^xy'^3-e^{xy}=1+x$ б) $x^2y''+2{,}5y'x-y=0$	$y(1)=2,$ $y'(1)=3{,}5$	[1; 2,4]	Эйлера-Маклорена
7	а) $y''+y'\sin^2x-xy=1$ б) $x^2y''-4xy'+6y=2$	$y(1)=1{,}433,$ $y'(1)=2{,}3$	[1; 2]	Эйлера-Коши Рунге-Кутта 3-го порядка точности
8	а) $y''-e^{xy}=\sqrt[3]{1-x^2}$ б) $y''-y=e^{2x}(x-1)$	$y(0)=\frac{11}{9},$ $y'(0)=-\frac{11}{9}$	[0; 2]	Эйлера-Маклорена
9	а) $y''+xy'-e^{-y}=x$ б) $y''-3y'+2y=\cos 2x$	$y(0)=1{,}95,$ $y'(0)=2{,}7$	[0; 1]	Эйлера-Коши
10	а) $y''+2xy-e^{xy^2}=0$ б) $y''-0{,}5y'-0{,}5y=3e^{\frac{x}{2}}$	$y(0)=-4,$ $y'(0)=-2{,}5$	[0; 2,8]	Рунге-Кутта 3-го порядка точности
11	а) $y''-\frac{xy+1}{1+x^2+y'^2}=0$ б) $y''+4y'+4y=2x-3$	$y(0)=\frac{1}{4},$ $y'(0)=-\frac{1}{2}$	[0; 1,2]	Эйлера-Коши
12	а) $y''=e^{xy}-1$ б) $y''+y=x^2-x+2$	$y(0)=1,$ $y'(0)=0$	[0; 2]	Рунге-Кутта 3-го порядка точности
13	а) $y''=\sqrt{x^2+y^2+y'^2}$ б) $y''+4y=\sin x+\sin 2x$	$y(0)=1,$ $y'(0)=-\frac{23}{12}$		Эйлера-Маклорена
14	а) $y''-xy=e^{-y}$ б) $y''+y=\frac{1}{\cos x}$	$y(0)=1,$ $y'(0)=0$	[0;0,8]	Эйлера-Коши
15	а) $y''+x^2y'-\sqrt{\lvert y\rvert}=x$ б) $(1+x^2)y''+(y')^2+1=0$	$y(0)=1,$ $y'(0)=1$	[0; 1,2]	Рунге-Кутта 4-го порядка точности
16	а) $y''+\frac{1-x}{1+e^{xy}}=0$ б) $y''+2y'+2y=2e^{-x}\cos x$	$y(0)=1,$ $y'(0)=0$	[0, 1]	Эйлера-Маклорена

17	$а)\ y'' - e^{x+y} = x$ $б)\ y''+4y' = e^{3x}(13x-7)$	$y(0)=0,$ $y'(0)=-4$	[0; 1,2]	Эйлера-Коши
18	$а)\ y'' + y' - (1+y'^2)xy = 1$ $б)\ y''+4y'+4y = 0$	$y(0)=1,$ $y'(0)=-1$	[0; 2]	Рунге-Кутта 4-го порядка точности
19	$а)\ y'' + \sin xy' - xy = 1 - x^2$ $б)\ y''-y = \sin x + \cos 2x$	$y(0)=1{,}8$, $y'(0)=-0{,}5$	[0; 2]	Рунге-Кутта 3-го порядка точности
20	$а)\ y'' = e^{x^2+y}$ $б)\ y''-3y' = e^{5x}$	$y(0)=2{,}2$, $y'(0)=0{,}8$	[0; 2,4]	Эйлера-Коши
21	$а)\ y'' - y^2 = x^2$ $б)\ y''+4y = \cos 3x$	$y(0)=0{,}8,$ $y'(0)=2$	[0; 2]	Рунге-Кутта 4-го порядка точности
22	$а)\ y'' - \dfrac{xy'}{1+y'^2} - xy = 1$ $б)\ y''-y'-6y = 2e^{4x}$	$y(0)=1{,}433,$ $y'(0)=-0{,}367$	[0; 1]	Эйлера-Маклорена
23	$а)\ y'' = \sqrt{e^x + e^y}$ $б)\ y''-2y'+y = 5xe^x$	$y(0)=1,$ $y'(0)=2$	[0; 2,8]	Эйлера-Коши
24	$а)\ y'' - \sin(e^{xy})$ $б)\ x^2y''-2y = 0$	$y(0)=\dfrac{5}{6},$ $y'(0)=\dfrac{2}{3}$	[1; 2,4]	Рунге-Кутта 3-го порядка точности
25	$а)\ y'' = \dfrac{e^{xy}}{x^2+1}$ $б)\ y''-5y'+6y = e^x$	$y(0)=0,$ $y'(0)=0$	[0; 2]	Эйлера-Маклорена

Отчет по заданию 1 работы должен содержать

1. Условие задачи
2. Схема алгоритма решения задачи.
3. Программа на ЭВМ, составленная по схеме алгоритма.
4. Таблица результатов вида указанного в задании.
5. График решения задачи Коши (пункт а) варианта).
6.Выводы относительно поведения решения задачи Коши (пункт а) варианта) на отрезке $[a,b]$.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

Тема: Метод сеток решения типичных задач для уравнений параболического типа.
Цель: Научиться решать с помощью ЭВМ типичные задачи для уравнений параболического типа методом сеток.

Задание № 1

Методом сеток, пользуясь явной двухслойной разностной схемой второго порядка аппроксимации, найти решение задачи Коши для указанного параболического уравнения в заданном прямоугольнике. При этом шаг h по оси ox выбрать произвольно, но не больше 0,1. А шаг τ по оси $0t$ подобрать самостоятельно из требования устойчивости разностной схемы.

В отчет по этому заданию включить:

1. разностную схему, аппроксимирующую данную задачу Коши;
2. обоснование выбора шага τ по оси ot;
3. алгоритм выполнения задания;
4. программу по составленному алгоритму;
5. тестовую задачу для проверки работы программы, её точное решение и решение, полученное по программе для этой задачи;
6. при каждом значении параметра p таблицу значений решения задачи Коши в прямоугольнике D. В таблице шаг по оси ox взять равным 0.2, шаг по оси ot – 0.1;
7. график решения задачи Коши в D при каком-либо одном значении параметра p;
8. выводы относительно полученных результатов.

Задание № 2

Методом сеток, пользуясь явной двухслойной разностной схемой второго порядка аппроксимации, найти решение смешанной граничной задачи для указанного параболического уравнения в заданном прямоугольнике D. При этом шаг h по оси ox выбрать произвольно, но не больше указанного в варианте значения. А шаг τ по оси ot подобрать самостоятельно из требования устойчивости соответствующей разностной схемы.

В отчет по этому заданию включить:

1. разностную схему, аппроксимирующую данную задачу с указанием порядка аппроксимации;
2. значения шагов h,τ по осям координат и значения M, N - чисел деления отрезков [0, a] и $[0,T]$соответственно. Обоснование выбора шага τ по оси ot;
3. алгоритм решения данной задачи;
4. программу по составленному алгоритму с коммента-риями и указаниями как ею пользоваться;
5. тестовую задачу для проверки работы программы, её точное решение и решение, полученное по программе для этой задачи;
6. при каждом значении параметра p таблицу значений решения задачи в прямоугольнике D. В таблице шаг по оси ox взять равным 0.2, шаг по оси ot – 0.1;
7. график решения задачи в D при $p=1$ на указанных временных слоях;
8. выводы о поведении решений и их зависимости от значений параметра p.

Значения решения $u(x,t)$ в обоих заданиях выписать с тремя десятичными знаками.

ВАРИАНТЫ К ЗАДАНИЮ 1

Вариант 1.

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+a(x)\frac{t}{1+t^2}, \qquad -\infty < x < +\infty, \qquad t>0,$$

u (x,0) = pe^x*,* $-\infty < x < +\infty$*;*

p = 0, - 1, 1, -2, 2, $a(x) = \int_0^x \frac{e^{\sin t}}{1+t^2} dt,$ *D = { - 1 ≤ x ≤ 1, 0 ≤ t ≤ 1}.*

Вариант 2.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 9\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{p}{1+x^2+t^2} e^{-t|x|}, \qquad -\infty < x < +\infty, \qquad t > 0,$$

$u(x,0) = \sqrt{1+x^2} \sum_{i=0}^{10} \frac{\sin i}{1+i}$, $-\infty < x < +\infty$,

p = 0, - 1, 1, -2, 2; D = { 1 ≤ x ≤ 3, 0 ≤ t ≤ 0.5}

Вариант 3.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{e^{-|x|t}}{(1+x^2+t)^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \qquad -\infty < x < +\infty, \qquad t > 0,$$

$u(x,0) = \int_0^x e^{-s^2} ds$, $-\infty < x < +\infty$, *p = 0, 1, 2, 3,4;*

D = { 0 ≤ x ≤ 1, 0 ≤ t ≤ 1}

Вариант 4.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2pe^{-xt}, \qquad -\infty < x < +\infty, \qquad t > 0,$$

u (x,0) = $\sum_{i=0}^{10} \frac{\sin(\pi i x)}{1+i}$ $-\infty < x < +\infty$, *p = 0, - 1, 1, -2;*

D = { 0 ≤ x ≤ 2, 0 ≤ t ≤ 1}

Вариант 5.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = p^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \int_0^t e^{-|x|s^2} ds, \quad -\infty < x < +\infty, \qquad t > 0,$$

u (x,0) = $\frac{x}{1+x^2}$, $-\infty < x < +\infty$, *p = 1, 1/2, 1/3,1/4;*

D = { - 1 ≤ x ≤ 1, 0 ≤ t ≤ 1}

Вариант 6.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = p^2 a^2(x,t) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sin(pxt), \qquad -\infty < x < +\infty, \qquad t > 0,$$

u (x,0) = $\sum_{i=1}^{10} \frac{(x+i)^2}{i}$ $-\infty < x < +\infty$, *p = 1, 1/2, 1/3, 1/4;*

a(x,t) = $\frac{1-xt+x^2t^2}{1+xt+x^2t^2}$, *D = { - 1≤ x ≤ 1, 0 ≤ t ≤ 0.5}*

Вариант 7.

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial u}{\partial x}+p\int\limits_0^{xt}\frac{e^{-s}}{1+s^2}ds, \qquad -\infty<x<+\infty, \qquad t>0,$$

u (x,0) = $\frac{x}{1+x^2}$, *- ∞ < x < + ∞, p = 0, - 1, 1, -2;*

D = { 0 ≤ x ≤ 2, 0 ≤ t ≤ 0.5}

Вариант 8.

$$\frac{\partial u}{\partial t}=p^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+1, \qquad -\infty<x<+\infty, \qquad t>0,$$

$u(x,0)=\varphi(x)$, *- ∞ < x < + ∞, p = 1, 1/2, 1/4, 1/5,*

где $\varphi(x)$ *- решение задачи Коши:*

$$\varphi''(x)-\frac{2\varphi}{(x+4)^2}=0, \quad \varphi(0)=16, \quad \varphi'(0)=8; \quad \mathrm{D}=\{0\le x\le 2,\ 0\le t\le 1\}.$$

Вариант 9.

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-x\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1-tx^2}{1+tx^2}, \qquad -\infty<x<+\infty, \quad t>0,$$

u (x,0) = p - ∞ < x < + ∞, p = 0, - 1, 1, -2, 2;

D = { 0 ≤ x ≤ 2, 0 ≤ t ≤ 1}

Вариант 10.

$$\frac{\partial u}{\partial t}=a^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-x^2\int\limits_0^{x}\frac{e^{st}}{1+s^2+tx^2}ds, \quad -\infty<x<+\infty, \quad t>0,$$

u (x,0) = px, - ∞ < x < + ∞, p = 0, - 1, 1, 1/2;

Здесь a – наименьший положительный корень уравнения

4x = sin x + 1;D = { 0 ≤ x ≤ 1, 0 ≤ t ≤ 1}

Вариант 11.

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+a(x)\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{t^2x}{p+x^2}, \qquad -\infty<x<+\infty, \qquad t>0,$$

u (x,0) = x, - ∞ < x < + ∞, p = 1, 2, 3, 4;

a(x) = $\int\limits_0^{x}\frac{e^{-|s|}}{1+s^2}ds$ *; D = { 0 ≤ x ≤ 2, 0 ≤ t ≤ 0.5}*

Вариант 12.

$$\frac{\partial u}{\partial t}=2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{p\sin x}{1+e^{-xt}}, \qquad -\infty<x<+\infty, \qquad t>0,$$

u (x,0) = 0, - ∞ < x < + ∞, p = 0, -1, 1, 2, 5;

D = {- 1 ≤ x ≤ 1, 0 ≤ t ≤ 1}

Вариант 13.

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{1+tx}{1+t^2x^2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+p\int\limits_0^{x}\frac{\sin ts}{1+s^2}ds, \quad -\infty<x<+\infty, \quad t>0,$$

u (x,0) = 0, - ∞ < x < + ∞, p = 0, -1, 1, - 4, 4;

D = { 0 ≤ x ≤ 2,   0 ≤ t ≤ 0.5}

Вариант 14.

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1-ptx^2}{1+ptx^2},\qquad -\infty<x<+\infty,\qquad t>0,$$

u (x,0) = a,   - ∞ < x < + ∞,   p = 0, -2, 2, -4, 4;
Здесь a – наибольший корень уравнения $x^4-4x+1=0$.
D = {0 ≤ x ≤ 2,   0 ≤ t ≤ 1}

Вариант 15.

$$\frac{\partial u}{\partial t}=e^{-tx^2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-p\frac{\sqrt{t}}{t+x^2+1},\qquad -\infty<x<+\infty,\qquad t>0,$$

$u(x,0)=\dfrac{e^{-x}}{x^2+a}$,   - ∞ < x < + ∞,   *p = 0, -1, 1, -2, 2;*

здесь a – наименьший положительный корень уравнения
$x^3-3x+1=0$, *D = {-1 ≤ x ≤ 1,   0 ≤ t ≤ 1}*

ВАРИАНТЫ К ЗАДАНИЮ 2

Вариант 1.

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+p\int_0^t\frac{e^{xs}}{x+s+1}ds,\qquad 0<x<1,\qquad 0<t\le 1,$$

$$u(x,0)=\frac{x}{1+x},\ 0\le x\le 1,\ u(0,t)=t,\ u(1,t)=(t^2+1)/2,\ 0\le t\le 1;$$

$$h\le 0.1;\quad p=0,-1,1,-4,4;\quad t=0.2,0.4,0.6,1.0$$

Вариант 2.

$$\frac{\partial u}{\partial t}=4\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{x-t}{1+x^2+t^2},\qquad 0<x<1,\quad 0<t\le 1,$$

$$u(x,0)=px,\ 0\le x\le 1,$$

$$u(0,t)=\int_0^t e^{1/(1+s)}ds,\ u(1,t)=p+\int_t^1 e^{1/(1+s)}ds,\ 0\le t\le 1;$$

$$h\le 0.2,\quad p=0,-1,1,5;\quad t=0.4,0.6,1.0$$

Вариант 3.

$$\frac{\partial u}{\partial t}=p\frac{x^2+t^2}{x^2+t^2+1}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\qquad 0<x<1,\qquad 0<t\le 0.1,$$

$$u(x,0)=\sum_{i=0}^{10}\frac{e^{ix/10}}{1+x+i},\quad 0\le x\le 1,$$

$$u(0,t)=\sum_{i=0}^{10}\frac{e^{it/10}}{1+t+i},\quad u(1,t)=\sum_{i=0}^{10}\frac{e^{it/(1+t)}}{1+t+i},\quad 0\le t\le 0.1;$$

$h\le 0.2;\quad p=1,2,3,4;\quad t=0.02,\ 0.05,\ 0.1.$

Вариант 4.

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u}{\partial t}=9\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\int\limits_0^{xt}\dfrac{\sin s}{1+s}ds, & 0<x<1,\quad 0<t\le 0.5,\\ u(x,0)=\dfrac{x-1}{x+1}, & 0\le x\le 1,\\ u(0,t)=e^{pt}-2,\quad u(1,t)=e^{pt}-1, & 0\le t\le 0.5;\end{cases}$$

$h\le 0.2;\quad p=0.1,\ 0.3,\ 0.5.$

Вариант 5.

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u}{\partial t}=a(x,t)\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-p\sin xt, & 0<x<1,\ 0<t\le 0.5,\\ u(x,0)=\dfrac{x}{1+x^2}, & 0\le x\le 1,\\ u(0,t)=\dfrac{t}{1+t},\quad u(1,t)=\dfrac{1-t}{t+2}, & 0\le t\le 0{,}5;\end{cases}$$

$h\le 0.1;\quad p=0,1,2,3,4;\quad t=0.2,\ 0.4,\ 0.5;$

$$a(x,t)=1+\int\limits_0^{x+t}\frac{e^{-s}}{1+s}ds.$$

Вариант 6.

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u}{\partial t}=4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\dfrac{\partial u}{\partial x}-pf(x,t), & 0<x<1,\ 0<t\le 0.5,\\ u(x,0)=x, & 0\le x\le 1,\\ u(0,t)=t,\quad u(1,t)=1+t, & 0\le t\le 0.5;\end{cases}$$

$h\le 0.1;\quad p=0,1,2,3,4;\quad t=0.2,\ 0.4,\ 0.5;$

$$a(x,t)=x+\int\limits_0^{1+t}\frac{e^{-s}}{1+s}ds.$$

Вариант 7.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = e^{pxt}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x + t, \quad 0<x<2, \quad 0<t\le 0.5, \\ u(x,0) = e^x(x-2)\int\limits_0^x e^{\frac{1}{1+s}}ds, \quad 0\le x\le 2, \\ u(0,t)=0, \quad u(2,t)=t^2, \quad 0\le t\le 0.5; \end{cases}$$

$h\le 0.2$; $p=0, -1, 1, 2$; $t=0.1, 0.2, 0.5.$

Вариант 8.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{1+x^2}{1+t^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - pe^{xt}, \quad 0<x<1, \ 0<t\le 1, \\ u(x,0) = x - x^2, \quad 0\le x\le 1, \\ u(0,t)=0, \quad u(1,t)=t-t^2, \quad 0\le t\le 1, \end{cases}$$

$h\le 0.2$; $p=p_i (i=0,1,2,3,4)$ – первые пять неотрицательных корней уравнения $16\sin x = x$; $t=0.2, 0.6, 1.$

Вариант 9.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = 2\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \dfrac{\partial u}{\partial x} + p\int\limits_0^x \dfrac{e^{st}}{1+s}ds, \quad 0<x<1, \quad 0<t\le 0.4, \\ u(x,0) = x^2 - x + 1, \quad 0\le x\le 1, \\ u(0,t)=1-t, \quad u(1,t)=1+t, \quad 0\le t\le 0.4; \end{cases}$$

$h\le 0.1$; $p=0, 1 -1, 2$; $t=0.1, 0.2, 0.4.$

Вариант 10.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{x^2+1}{1+pt^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x^2 - 2t, \quad 0<x<2, \quad 0<t\le 0.4, \\ u(x,0) = x^2, \quad 0\le x\le 2, \\ u(0,t)=t^2, \quad u(2,t)=(t+2)^2, \quad 0\le t\le 0.4; \end{cases}$$

$h \le 0.1;\ p = p_i = \int_0^{\pi i} \frac{\sin x}{1+x} dx;\ i = 0,1,2,4;\ t = 0.1,\ 0.2,\ 0.4.$

Вариант 11.

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + p e^{tx} \displaystyle\int_0^{x+t} \frac{s e^s}{1+s} ds, & 0<x<1, \quad 0<t\le 0.4, \\
u(x,0) = e^x, & 0\le x\le 1, \\
u(0,t) = e^t, \quad u(1,t) = e^{1-t}, & 0\le t\le 0.4;
\end{cases}
$$

$h \le 0.1; \qquad p = 0,\ 1,\ -1,\ 2; \qquad t = 0.1,\ 0.2,\ 0.4.$

Вариант 12.

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{1+\sin(\pi x t)}{9+\sin(\pi x t)} \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \displaystyle\int_0^{x} e^{-ts^2} ds, & 0<x<2, \quad 0<t\le 0.5, \\
u(x,0) = \dfrac{x}{1+px}, & 0\le x\le 2, \\
u(0,t) = \dfrac{t^2}{1+pt}, \quad u(2,t) = \dfrac{t+2}{1+p(t+2)}, & 0\le t\le 0.5;
\end{cases}
$$

$h \le 0.1; \qquad p = 0,\ 2,\ -2,\ 5; \qquad t = 0.1,\ 0.3,\ 0.5.$

Вариант 13.

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial u}{\partial t} = \left(1 + p \displaystyle\int_0^{x} e^{-(s+t)^2} ds\right) \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x - t, & 0<x<2, \quad 0<t\le 0.6, \\
u(x,0) = 0, & 0\le x\le 2, \\
u(0,t) = t, \quad u(2,t) = t^2, & 0\le t\le 0.6;
\end{cases}
$$

$h \le 0.1; \qquad p = 0,\ 2,\ 1,\ 5; \qquad t = 0.05,\ 0.2,\ 0.4.$

Вариант 14.

$$
\begin{cases}
\dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{p^2+1}{1+x^2 t^2} \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a(x)(x^2+t), & 0<x<2, \quad 0<t\le 0.5, \\
u(x,0) = x, & 0\le x\le 2, \\
u(0,t) = t^2, \quad u(2,t) = t^2+2, & 0\le t\le 0.5;
\end{cases}
$$

$$h \le 0.2; \qquad p = 0,\ \frac{1}{2},\ 1,\ \frac{1}{4}; \qquad t = 0.1,\ 0.2,\ 0.5;$$

$$a(x) = \int_{-1}^{x} \frac{e^t}{1+t^2} dt.$$

Вариант 15.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = 4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \dfrac{\partial u}{\partial x} + pa(x+t)(x^2+t), & 0<x<1, \quad 0<t\le 0.5, \\ u(x,0) = \dfrac{x}{x^2+1}, \quad 0\le x\le 1, \\ u(0,t) = \dfrac{t}{t^2+1}, \quad u(1,t) = \dfrac{t+1}{t+2}, & 0\le t\le 0.5; \end{cases}$$

$$h \le 0.2; \qquad p = 0,\ 1,\ -1,\ -4; \qquad t = 0.1,\ 0.3,\ 0.5;$$

$$a(z) = \int_{0}^{\pi z} \frac{\sin t}{1+t^2} dt, \qquad z \ge 0.$$

Критерии оценки:

– **оценка «отлично»** выставляется студенту, если он правильно отвечает более чем на 86% заданий.

– **оценка «хорошо»** выставляется студенту, если он правильно отвечает от 65% и до 86% заданий;

– **оценка «удовлетворительно»** выставляется студенту, если он правильно отвечает от 51% и до 65% заданий;

– **оценка «неудовлетворительно»** выставляется студенту, если он правильно отвечает менее чем на 60% заданий.

3.4. Вопросы к зачету

1. Сходимости последовательностей матриц и векторов.
2. Три нормы матриц и векторов.
3. Матричная геометрическая прогрессия.
4. Метод простой итерации решения СЛАУ.
5. Достаточное условие сходимости метода простой итерации.
6. Необходимое и достаточное условие сходимости метода простой итерации.
7. Метод Зейделя решения СЛАУ.
8. Достаточное условие сходимости метода Зейделя по первой норме.
9. Необходимое и достаточное условие сходимости метода Зейделя.
10. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.
11. Метод Ньютона решения нелинейных уравнений.
12. Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
13. Оценка остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа.
14. Разделенные разности и их свойства.
15. Интерполяционный многочлен Ньютона.
16. Конечные разности и их применение к численному дифференцированию.
17. Многочлен Чебышева. Минимизация оценки погрешности интерполяции.
18. Понятие о сплайнах и их применении.
19. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
20. Квадратурные формулы левых и правых прямоугольников. Оценка погрешности.

21. Квадратурные формулы центральных прямоугольников. Оценка погрешности.
22. Квадратурная формула трапеций. Оценка погрешности.
23. Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.
24. Правило Рунге практической оценки погрешности.
25. Квадратурные формулы Гаусса.

Критерии оценивания

− **оценка «зачтено»** выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров; показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; без ошибок выполнил практическое задание. Обязательным условием выставленной оценки является правильная речь в быстром или умеренном темпе. Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на семинарских занятиях.

− **оценка «не зачтено»** выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.

3.5. Вопросы к экзамену

1. Сходимости последовательностей матриц и векторов.
2. Три нормы матриц и векторов.
3. Матричная геометрическая прогрессия.
4. Метод простой итерации решения СЛАУ.
5. Достаточное условие сходимости метода простой итерации.
6. Необходимое и достаточное условие сходимости метода простой итерации.
7. Метод Зейделя решения СЛАУ.
8. Достаточное условие сходимости метода Зейделя по первой норме.
9. Необходимое и достаточное условие сходимости метода Зейделя.
10. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.
11. Метод Ньютона решения нелинейных уравнений.
12. Постановка задачи. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
13. Оценка остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа.
14. Разделенные разности и их свойства.
15. Интерполяционный многочлен Ньютона.
16. Конечные разности и их применение к численному дифференцированию.
17. Многочлен Чебышева. Минимизация оценки погрешности интерполяции.
18. Понятие о сплайнах и их применении.
19. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
20. Квадратурные формулы левых и правых прямоугольников. Оценка погрешности.
21. Квадратурные формулы центральных прямоугольников. Оценка погрешности.
22. Квадратурная формула трапеций. Оценка погрешности.
23. Квадратурная формула Симпсона, оценка погрешности.
24. Правило Рунге практической оценки погрешности.
25. Квадратурные формулы Гаусса.
26. Приближенный метод Тейлора решения задачи Коши для ОДУ.
27. Численный метод Эйлера решения задачи Коши для ОДУ.
28. Одношаговые методы Рунге-Кутта.
29. Оценка погрешности одношаговых методов.
30. Многошаговые методы. Явные и неявные методы Адамса.
31. Оценка погрешности многошаговых методов.
32. Разностная схема, аппроксимирующая двухточечную краевую задачу для

линейного ОДУ второго порядка.

33. Порядок аппроксимации разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для ОДУ второго порядка.
34. Сходимость разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для ОДУ второго порядка.
35. Метод прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.
36. Устойчивость метода прогонки решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.
37. Метод стрельбы решения разностной схемы, аппроксимирующей двухточечную краевую задачу для линейного ОДУ второго порядка.
38. Разностные схемы. Основные понятия: сходимость, устойчивость, аппроксимация.
39. Связь аппроксимации устойчивости со сходимостью.
40. Разностные схемы, аппроксимирующие задачу Коши для параболического уравнения.
41. Устойчивость явных двухслойных разностных схем.
42. Разностная схема с весами аппроксимирующая краевую задачу для параболического уравнения.
43. Построение разностной схемы, аппроксимирующей задачу Дирихле для линейного эллиптического уравнения второго порядка.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если изложение полученных знаний в устной форме полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются единичные несущественные ошибки, самостоятельно исправляемые учащимися;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если изложение полученных знаний в устной форме полное, в системе, в соответствии с требованиями учебной программы; допускаются, отдельные несущественные ошибки, исправляемые учащимися после указания преподавателя на них;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если изложение полученных знаний неполное, однако это не препятствует усвоению последующего программного материала; допускаются отдельные существенные ошибки, исправляемые с помощью преподавателя;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если изложение учебного материала неполное, бессистемное, что препятствует усвоению последующей учебной информации; существенные ошибки, не исправляемые даже с помощью преподавателя.