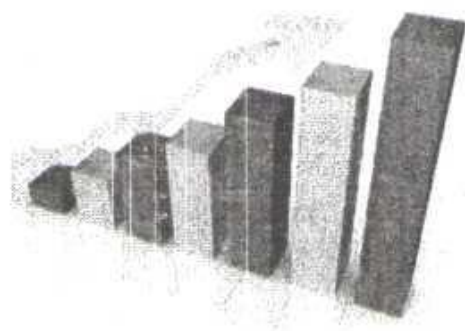


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Касимова Т.М.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Учебно-методическое пособие
для магистров по направлению
09.03.03 – «Прикладная информатика»
профиль подготовки – «Прикладная
информатика в аналитической экономике»



Махачкала
2018

УДК 519.876.5
ББК 32.81-65с
К 281

Касимова Т.М.

Математическое моделирование: учебно-методическое пособие. – Махачкала: Издательство ДГУ, 2018. – 43 с.

Учебно-методическое пособие предназначено для магистров по направлению 09.03.03– «Прикладная информатика», профиль подготовки – «Прикладная информатика в аналитической экономике», содержит теоретический и практический материал по основным разделам курса.

Рецензент:

Магомедгаджиев Ш.М. – доцент кафедры информационных технологий и моделирования экономических процессов ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный университет», кандидат экономических наук, доцент

Введение

Математические методы в экономике являются важным инструментом проведения анализа. Их используют в построении теоретических моделей, которые позволяют отобразить имеющиеся связи в повседневной жизни. Также с помощью данных методов достаточно точно прогнозируется поведение субъектов хозяйствования и динамика экономических показателей в стране.

Прогнозы социально-экономического развития любой страны основываются на математическом анализе определенных показателей (динамика инфляции, валовый внутренний продукт и т.д.). Формирование ожидаемых показателей осуществляется с применением таких методов прикладной статистики и эконометрики, как регрессионный анализ, факторный анализ и корреляционный анализ.

Потребность в оперативности принятия управленческих решений, в расчете и прогнозировании вариантов возможных направлений производственной деятельности отдельных предприятий возрастает на современном этапе экономического развития. Что практически невозможно осуществить без применения в аналитическом исследовании экономико-математических методов.

В экономике приходится сталкиваться с множеством расчетных задач, требующих математического моделирования. Между тем, само по себе изучение математических дисциплин обычно не позволяет успешно приступать к экономико-математическому моделированию. Как правило, умение формализовать задачу и выбрать подходящий метод ее решения для экономиста важнее, чем знание деталей вычислительных алгоритмов в силу доступности средств автоматизации расчетов. Кроме того в экономике одни и те же задачи решаются многократно (ежедневно, еженедельно, ежемесячно, ежеквартально, ежегодно).

Дисциплина «Математическое моделирование» разбита на три относительно самостоятельных модуля.

Первый модуль посвящен выявлению и оценке связей и зависимостей между экономическими показателями на основе моделей для оценки связей между парами экономических

показателей и моделирования многофакторных связей между социально-экономическими показателями.

Во втором модуле изучаются методы математического и компьютерного моделирования для решения классических задач линейного программирования.

Третий модуль предусматривает разработку модели для оценки связей и зависимостей между показателями экономических объектов методом статистических группировок.

Содержание дисциплины охватывает круг вопросов, по выявлению связей (зависимостей) функционирования экономических объектов разного уровня; изучением методов выявления и оценки этих связей-зависимостей, построением для их изучения математических и компьютерных моделей, а также анализом получаемых результатов и формулировкой выводов и предложений.

Модуль 1. Разработка модели для оценки связей и зависимостей между показателями экономических объектов методом статистических группировок
Лабораторная работа №1

Выявление связей, зависимостей между основными социально-экономическими показателями регионов РФ. Расчет показателей эффективности и технического уровня методом статистических группировок

Задание. Разработать модели для оценки связей и зависимостей между показателями экономических объектов методом статистических группировок.

Метод статистических группировок является одним из традиционных методов выявления связей, зависимостей и тенденций.

Группировка – это расчленение совокупности данных на группы с целью изучения ее структуры или взаимосвязей между компонентами. В процессе группировки единицы совокупности распределяются по группам в соответствии со следующим принципом: различие между единицами, отнесенными к одной группе, должно быть меньше, чем различие между единицами, отнесенными к разным группам.

Длина интервала группировки может быть одним и тем же или разным.

Выбор длины с равными интервалами предпочтительнее, так как он лишен субъективизма. В этом случае для определения длины интервала можно использовать формулы Стерджеса:

$$k = 1 + 3,32 * \lg N; \quad i = (X_{max} - X_{min})/k,$$

где X_{max} , X_{min} - максимальное и минимальное значения признака в изучаемой совокупности; k - число групп; N - число объектов (наблюдений) в совокупности.

В соответствии с формулами Стерджеса между количеством групп и числом наблюдений существует следующее соотношение:

Число наблюдений	2	3-5	6-11	12-21	22-46	47-87	88-175	176-350	351-702
------------------	---	-----	------	-------	-------	-------	--------	---------	---------

Число групп	2	3	4	5	6	7	8	9	10
-------------	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Когда объектов в статистической совокупности много применяют метод многоуровневых группировок.

Анализ методом группировок предполагает выполнение следующих шагов:

- выбирается показатель, принимаемый за групповой признак;
- объекты совокупности располагаются в порядке возрастания или убывания показателя, принятого за признак группировки;
- определяется количество групп и длина интервала;
- определяется перечень показателей, подлежащих анализу, а также показателей, между которыми выявляется наличие связей или зависимостей;
- разрабатывается математическая модель для расчетных показателей;
- разрабатывается компьютерная модель для выполнения всех расчетов для одной из групп объектов;
- с помощью созданной компьютерной модели выполняются расчеты для всех групп объектов;
- результаты, полученные с помощью компьютерной модели, сводятся в аналитические таблицы.

Сущность компьютерной модели, реализующей метод группировок, проиллюстрируем на примере четырех показателей (ВРП, стоимость основных фондов, численность занятых, объем инвестиций) регионов России за 2016 г. В качестве признака группировки примем ВРП, а в качестве статистической совокупности - регионы Центрального федерального округа. Компьютерная модель реализуется в MS Excel.

Для этого:

- создать исходную таблицу с данными всех регионов России по четырем рассматриваемым показателям;
- упорядочить их в порядке возрастания или убывания величины показателя, принятого за групповой признак;
- скопировать их и создать исходную таблицу (см. таблицу 1).

Таблица 1

Некоторые социально-экономические показатели ЦФО РФ за 2016
год

регион	ВРП, млрд. руб.	ОФ, млрд. руб.	Ср. год. числ. занятых в эк., тыс. чел.	Инвестиции, млрд. руб.
Белгородская обл.	686,4	1400,8	756,8	143,8
Брянская область	269,9	733,1	540,6	68,3
Владимирская обл.	357,9	787,5	647,4	78,5
Воронежская область	823,1	1534,6	1094,8	271,0
Ивановская область	171,0	553,3	447,1	22,6
Калужская область	334,8	912,7	508,9	80,1
Костромская область	157,7	419,5	293,2	26,5
Курская область	335,3	805,0	520,6	89,7
Липецкая область	457,6	1179,0	565,5	128,0
Московская область	3213,9	7237,9	3377,0	634,7
Орловская область	205,8	472,2	330,2	47,9
Рязанская область	316,1	927,2	505,5	51,1
Смоленская область	257,1	829,4	443,9	59,9
Тамбовская область	344,9	798,3	492,1	106,8
Тверская область	341,2	1212,7	608,5	89,6
Тульская область	476,6	1033,1	731,5	112,6
Ярославская область	432,0	1226,2	626,6	81,9
г. Москва	13532,6	36338,1	8692,0	1703,1

Из таблицы видно, что данные г. Москва и Московской области являются аномально высокими. Поэтому они исключаются из дальнейшего исследования.

Определим количество групп и длину интервала. В соответствии с формулами Стерджеса, если число объектов находится в интервале 12-21 (в рассматриваемой нами совокупности число регионов равно 16), то их следует разбить на пять групп. При этом длина интервала будет равна $i = (X_{max} - X_{min})/k = (823,1 - 157,7)/5 = 133,1$ млрд. руб.

Если длину интервала для каждой группы принять равной одной и той же величине, то разбиение 16 регионов на пять групп примет вид, приведенный в таблице 2.

Таблица 2

Группировка регионов ЦФО по величине ВРП
(признак группировки величина ВРП в млрд. руб.)

	Диапазон	Кол-во
--	----------	--------

	группового признака	регионов
1 группа	157,7-290,8	5
2 группа	290,9-423,8	6
3 группа	423,9-556,8	3
4 группа	556,9-690,0	1
5 группа	690,1 и более	1
1-5 групп	157,7-823,1	16

Обработка информации, необходимой для анализа методом группировок, следует начинать с определения суммарных и средних арифметических значений показателей для каждой группы регионов. Для этого в исходную таблицу после перечня регионов группы добавляются по две строки «сумма» и «среднее значение». В ячейки этих строк вводятся встроенные математические функции «сумм» и «срзнач» из MS Excel. Это равнозначно вводу формул:

$$1) \text{ сумм} = \sum P_{ij}, \quad 2) \text{ ср. знач} = \sum P_{ij} / \sum i,$$

где P_{ij} - величина j -того показателя i -того региона;

P_j – величина j -того показателя всей группы регионов.

На основе данных строк «Сумма» и «Ср.значение» формируются таблицы 3 и 4. Таблица 1 является исходной для последующего анализа, а таблица 3 – первой аналитической таблицей для визуальной оценки наличия или отсутствия связей или зависимостей. Зависимость ВРП от численности занятых в экономике и от объема инвестиций визуально трудно оценить. Для этого требуется проведение более детального анализа.

Таблица 3

Суммарные величины четырех основных экономических показателей регионов ЦФО, сгруппированных по величине ВРП по данным за 2016 г.

Диапазон по групповому признаку, млрд.руб.	Кол-во регионов	ВРП, млрд.руб.	ОФ, млрд.руб.	Числ., тыс.чел.	Инвес., млрд.руб.
157,7-290,8	5	1061,5	3007,5	2055	225,2
...

Итого					
-------	--	--	--	--	--

Таблица 4

Средние величины четырех основных экономических показателей регионов ЦФО России, сгруппированных по величине ВРП по данным за 2016 г. в расчете на 1 регион

Диапазон по ВРП млрд.руб.	Кол-во регионов	ВРП, млрд.руб.	ОФ, млрд.руб.	Числ., тыс.чел.	Инвес., млрд.руб.
157,7-290,8	5	212,3	601,5	411,0	45,0
...
Итого					

Выявление связей, зависимостей методом статистических группировок требуют выполнения множества однотипных операций и расчетов с использованием моделей на прямые расчеты. В частности, принято выполнять следующие расчеты: а) удельных весов каждой группы объектов в каждом объемном показателе; б) показатели эффективности и технического уровня; в) величины показателей каждой группы к показателям для всей совокупности и др.

Удельные веса каждой группы регионов в каждом объемном показателе можно рассчитать по формулам:

$$3) U_{pj} = P_{pj} / P_j; \quad 4) U_{pj} = P_{pj} * 100 / P_j,$$

где U_{pj} – удельный вес p -й группы регионов в j -м показателе;

P_{pj} – величина j -го показателя для p -й группы регионов;

P_j – суммарная величина j -го показателя.

Формула (3) предназначена для расчета удельных весов в долях единицы, а формула (4) – для расчета удельных весов в процентах.

Для расчета удельных весов групп регионов создается пустая таблица 5. В ячейки первой строки этой таблицы вводится формула (3) или (4). Используя абсолютные ссылки и адресацию ячеек таблицы 4, формулы первой строки копируются в остальные ячейки таблицы 5.

Таблица 5

Удельные веса групп регионов в основных экономических показателях в процентах к итогу

Диапазон по групповому признаку, млрд.руб.	Кол-во регионов	Кол-во регионов	ВРП	ОФ	Числ.	Инвес.
157,7-290,8	5	32,1	22,4	25,6	26,9	26,6
...
Итого		100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

По удельным весам можно проводить сравнительную оценку использования ресурсов регионами разных групп. Если удельный вес группы по ВРП больше, чем по ресурсам, то эта группа использует ресурсы более эффективно и, наоборот.

Более определенно об использовании ресурсов можно судить по показателям эффективности. При этом их целесообразно сравнивать с показателями технического уровня.

На основании 4-х исходных показателей из таблицы 4 или таблицы 5 можно рассчитать следующие показатели эффективности и технического уровня:

а) эффективности производства

- фондоотдачу (FO), руб.;
- производительность труда ($ПТ$), тыс. руб.;
- инвестиционноотдачу ($ИО$), руб.;

б) технического уровня

- фондовооруженность труда ($ФВ$), тыс. руб.;
- инвестиционновооруженность труда ($ИВ$), тыс. руб.;
- отношение инвестиций к ВРП или норма накопления ($НН$), %;
- потенциал обновления основных фондов или отношение инвестиций к стоимости основных фондов ($ИП$), %.

Перечисленные показатели рассчитываются по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
 & 5) FO_i = P_{i1}/P_{i2}; \quad 6) ПТ_i = P_{i1}/P_{i3}; \quad 7) ИО_i = P_{i1}/P_{i4}; \\
 & 8) ФВ_i = P_{i2}/P_{i3}; \quad 9) ИВ_i = P_{i4}/P_{i3}. \quad 10) НН = P_{i4} * 100 / P_{i1}; \\
 & 11) ИП = P_{i4} * 100 / P_{i2}.
 \end{aligned}$$

Для расчета показателей эффективности и технического уровня в разрезе групп регионов создается пустая таблица 6. В ячейки первой строки этой таблицы вводятся формулы (5-11),

используя адресацию и данные таблицы 3 или 4. Эти формулы затем копируются в ячейки всех остальных строк.

Таблица 6

Показатели эффективности и технического уровня в разрезе групп регионов

Диапазон по групповому признаку, млрд. руб.	Фо, руб.	Пт, тыс.руб.	Ио, руб.	Фв, тыс.руб.	Ив, тыс.руб.	Нн, %	Ип, %
157,7-290,8	0,338	262,4	2,88	776,8	91,1	34,7	11,7
...
Итого							

Данные таблицы 6 являются очень важными аналитическими данными для оценки эффективности использования каждого из ресурсов в отдельности. Однако по ним трудно судить об эффективности использования всех трех ресурсов и о виде зависимости ВРП от ресурсов, поскольку показатели эффективности различных групп регионов разнонаправлены. Это видно из таблицы 6. Аналогично обстоит дело и с показателями технического уровня.

Но их можно свести к сопоставимым измерителям. Для этого достаточно величины показателей каждой группы (\mathcal{E}_{pj} , TU_{pj}) соотнести к показателям для всей совокупности (\mathcal{E}_j , TU_j) путем деления каждого показателя для каждой группы из таблицы 6 на величины показателей строки «Итого», т.е. по формуле:

$$\begin{aligned} P\mathcal{E}_{pj} &= \mathcal{E}_{pj} / \mathcal{E}_j ; & PTU_{pj} &= TU_{pj} / TU_j ; \\ P\mathcal{E}_{pj} &= \mathcal{E}_{pj} * 100 / \mathcal{E}_j ; & PTU_{pj} &= TU_{pj} * 100 / TU_j , \end{aligned}$$

где $P\mathcal{E}_{pj}$, PTU_{pj} – j-й показатель эффективности и технического уровня для p-й группы регионов.

Перечисленные расчеты являются многократно повторяющимися. Из этого следует, что для выполнения указанных расчетов целесообразно разработать компьютерную модель.

Все расчеты выполняются по компьютерной модели, разработанной для одной группы.

Компьютерная модель, реализующая метод группировок, создается следующим образом:

- формируется исходная статистическая совокупность из любого количества объектов (регионов), содержащихся в базе данных со всеми их показателями, используемыми для анализа;

- в таблицу 1 вводятся две строки «сумма» и «ср.знач» и с помощью встроенных средств MS Excel рассчитываются их значения по всем показателям;

- рассчитывается удельный вес каждого объекта (региона) статистической совокупности в суммарной величине каждого показателя и для их значений формируется отчетная таблица;

- рассчитываются относительные показатели для каждого объекта и для всей совокупности, которые могут быть определены на основе данных исходной таблицы 1 (эффективности, технического уровня и т.д.) и для их значений создается отчетная таблица;

- рассчитываются отношения (коэффициенты) показателей таблицы 3 для каждого объекта к показателям в среднем для статистической совокупности и для их значений создается отчетная таблица.

Конечной целью разработки и применения математических и компьютерных моделей в экономических исследованиях является формирование аналитических материалов (таблиц, диаграмм, графиков и др.) и формулировка выводов, предложений и рекомендаций [1].

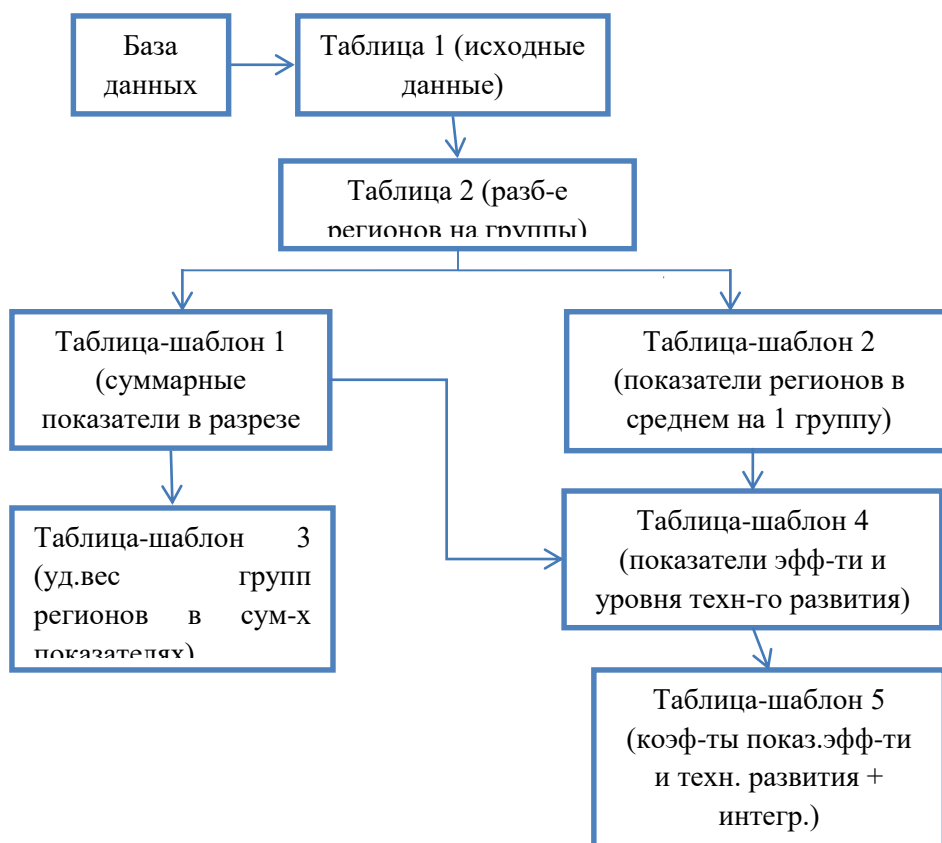


Рис.1. Схема, иллюстрирующая состав, структуру и методику работы компьютерной модели

Лабораторная работа №2

Задание. Разработать компьютерные модели для оценки связей и зависимостей между экономическими показателями административных районов РД методом статистических группировок. Исходные данные см. в приложениях 1-4.

На примере показателей административных районов РД за 2010-2016 гг. осуществить метод группировок. В качестве признака группировки принять объемы реализованной продукции сельскохозяйственными организациями административных районов (см таблицу 1). Для этого:

- создать исходную таблицу с данными административных районов;
- упорядочить их в порядке возрастания или убывания величины показателя, принятого за групповой признак;
- определить количество групп и длину интервала в соответствии с формулами Стерджеса;
- создать таблицу 1 отдельно для каждого года (каждому студенту отдельно по видам реализованной продукции

сельскохозяйственными организациями: зерно, виноград, шерсть и т.д.).

Таблица 1

Группировка административных районов РД
(признак группировки – объемы реализованной продукции
сельскохозяйственными организациями в ц.)

	Диапазон группового признака	Кол-во районов
1 группа		
2 группа		
3 группа		
4 группа		
5 группа		
6 группа		
1-6 групп		

- определить суммарные и средние арифметические значения показателя для каждой группы районов и в каждом году отдельно. Для этого в таблицу 1 после перечня районов группы добавляются по две строки «сумма» и «среднее значение». В ячейки этих строк вводятся встроенные математические функции «сумм» и «срзнач» из MS Excel. Это равнозначно вводу формул:

$$1) \text{ сумм} = \sum P_{ij}, \quad 2) \text{ ср. знач} = \sum P_{ij} / \sum i,$$

где P_{ij} - величина j -того показателя i -того района;

P_j – величина j -того показателя всей группы районов.

- сравнить результаты применения метода группировок в каждом году и принять итоговое разбиение.

Лабораторная работа №3

Провести анализ связей и зависимостей между экономическими показателями административных районов РД за 2010-2016 гг. на основе средних значений по годам, полученных в лабораторной работе 2 и показателей РД за аналогичный период (См. Россия в цифрах, 2010–2016: Крат. Стат. Сб. / Росстат. – М., 2010–2016. Показатели: 10.1. ВРП, 3.6. Среднегодовая численность по видам эк. деятельности, 14.1. Продукция

сельского хозяйства, 14.4. фин. показатели с/х, в животноводстве – 14.36 настриг шерсти, 14.38. расход кормов на одну голову, 23.7. инвестиции в осн. капитал по видам эк. деятельности). Для этого сформировать и заполнить таблицу 2.

Таблица 2

Экономические показатели сельского хозяйства РД за 2010-2016 гг.

годы	Средние значения объемов реализованной продукции по группам, ц			Показатель по РД в целом, Y
	1, x_1	2, x_2	3, x_3	
2010				
2011				
...				
2016				

Построить регрессионные модели различных видов. Оценить их качество с помощью основных статистических характеристик.

Модуль 2. Методы математического и компьютерного моделирования для решения классических задач линейного программирования

1. Классические задачи ЛП (постановка, обозначения, математическая модель);
2. Двойственные задачи ЛП;
3. Экономико-математический анализ полученных оптимальных решений;
4. **Задание.** Требуется составить математическую модель, который позволил бы предприятию (Махачкалинский винзавод) максимизировать экономический эффект.

На этом предприятии из двух видов сырья (коньячного спирта и спирта-ректификата) производятся пять видов продукции: два вида коньяка (5-ти и 3-х-звездочные) и три вида водки («Махачкалинская», особая «Махачкалинская хлебная», настойка горькая «Махачкалинская перцовочка»).

Объем сырья, поступившего на переработку в 2013 году, составляет:

спирта-ректификата –7,15 тыс. дал, коньячного спирта –159,11 тыс. дал. На производство продукции кроме спирта используются также вода, сахар и различные виды вспомогательных материалов.

Нормы расхода основных видов сырья на 1000 дал продукции, а также затраты на сырье, себестоимость, стоимость и прибыль приведены в таблице 1. Кроме того, на 1000 дал продукции расходуются следующие вспомогательные материалы:

-сода и лимонная кислота используются для производства водки «Махачкалинская» и особой «Махачкалинская хлебная» по 0,2 и 0,1 кг соответственно для каждого вида продукции;

-колер для производства коньяков «3***» и «5*****» - по 4 дал, водки

настойки «Махачкалинская перцовочка» в количестве 3 дал;

-ржаные сухари и спирт кориандра для производства водки особой «Махачкалинская хлебная» - 4 кг и 0,8 дал соответственно;

-мед натуральный, настои перца красного и душистого для производства водки настойки «Махачкалинская перцовочка» по 5, 3 и 1 кг соответственно.

Таблица 1

Нормы расхода сырья на производство основных видов продукции, затраты на сырье, цена и прибыль на 1000 дал продукции ОАО «Махачкалинский винзавод» за 2013 г.

Основные виды сырья и показатели	Виды продукции				
	1	2	3	4	5
Спирт-ректификат (дал)	360,0	376,2	386,9		
Спирт коньячный (дал)				650,0	700,0
Сахар (кг)	14,0	10,0	10,0	150,0	153,0
Вода (дал)	588,0	337,0	320,0	588,0	590,0
Затраты на сырье (тыс. руб.)	181,1	372,9	391,1	1035,2	1029,1
Себестоимость (тыс. руб.)	693,9	1371,2	1406,8	1803,5	1818,2
Цена (тыс. руб.)	760,3	1500,1	1540,4	2880,2	2980,7
Прибыль (тыс. руб.)	66,4	128,9	133,6	1076,7	1162,5

Примечание: 1 - водка «Махачкалинская», 2 - водка особая «Махачкалинская хлебная», 3 - водка настойка «Махачкалинская перцовочка», 4 - коньяк«3***», 5 – коньяк «5*****».

Методика выполнения задания

Построение математических моделей экономических задач оптимизации

Построение модели предполагает выполнение следующих этапов:

- выбор объекта и формулировку задачи;
- определение цели и выбор критерия (критериев) оптимальности;
- определение перечня переменных ограничений;
- определение перечня условий ограничений;
- составление расширенной экономико-математической модели в аналитическом (в виде математических формул) и/или табличном виде.

Рассмотрим методику построения оптимизационной модели на примере задачи ассортимента продукции.

Требуется составить оптимальный ассортиментный план, который позволил бы предприятию максимизировать экономический эффект.

Для составления модели введем следующие переменные:

x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 - искомые объемы пяти видов продукции соответственно (водка «Махачкалинская», водка особая «Махачкалинская хлебная», водка настойка «Махачкалинская перцовочка», коньяк «3***», коньяк «5*****»);

$x_6 - x_{15}$ - искомая потребность в сахаре, воде, соде, лимонной кислоте, колере, ржаных сухарях, спирте кориандра, в меде, настое перца красного, настое перца душистого;

$x_{16}, x_{17}, x_{18}, x_{19}$ - материальные затраты, себестоимость, цена и прибыль;

x_{20}, x_{21} - общий объем водки и коньяка соответственно.

Математическая запись этой задачи имеет вид: найти оптимальный план $\{x_1, x_2, \dots, x_{21}\}$, удовлетворяющий целевой функции при соблюдении:

1) ограничений по использованию основного сырья (спирта этилового и коньячного). Например, для этилового спирта ограничение имеет вид:

$$360 x_1 + 376,2 x_2 + 430,3 x_3 = 7150;$$

2) условий по определению потребности в основных видах сырья (сахаре, воде) и вспомогательных материалах (соде,

лимонной кислоте, колере, ржаных сухарях, спирте кориандра, меде, настое перца красного, настое перца душистого). Это условие для сахара имеет вид:

$$14 x_1 + 10 x_2 + 10 x_3 + 150 x_4 + 15310 x_5 - x_6 = 0;$$

3) условий по определению величин итоговых экономических показателей (материальных затрат, себестоимости, стоимости продукции, прибыли). Для прибыли, например, это условие имеет вид:

$$66,4 x_1 + 128,9 x_2 + 133,6 x_3 + 1076,7 x_4 + 1162,5 x_5 - x_{19} = 0;$$

4) условий по определению общего объема производства водки и коньяка

$$x_1 + x_4 + x_5 - x_{20} = 0;$$

$$x_2 + x_3 - x_{21} = 0;$$

5) ограничений на объем производства отдельных видов продукции. Объем производства x_1 не превышает 10%, x_2 - 20%, x_3 - 15% общего объема производства водки, а x_4 и x_5 - 25% от общего объема производства коньячной продукции. Для первого вида продукции это ограничение имеет следующий вид:

$$x_1 - 0,10 x_{20} \geq 0;$$

6) ограничений на величины показателей эффективности производства: рентабельность не должна быть менее 60%

$$X_{19} - 0,6 X_{17} \geq 0;$$

7) не отрицательности переменных.

Лабораторная работа №1

Разработка компьютерной модели на основе математической модели оптимизации производственного плана Махачкалинского завода, составленной на практических занятиях настоящей дисциплины [3, 7].

Математическая запись этой задачи имеет вид: найти оптимальный план $\{x_1, x_2, \dots, x_{21}\}$, позволяющий предприятию максимизировать прибыль

$F = 50,7 x_1 + 51,8 x_2 + 61,4 x_3 + 440,6 x_4 + 492,5 x_5 - x_{19} \rightarrow \max;$
при соблюдении ограничений:

1) по использованию основного сырья (спирта этилового и коньячного):

$$360 x_1 + 376,2 x_2 + 386,9 x_3 = 22600;$$

$$650 x_4 + 700 x_5 = 91550;$$

2) по определению потребности в основных видах сырья (сахаре, воде) и вспомогательных материалах (соде, лимонной кислоте, колере, ржанных сухарях, спирте кориандра, меде, настое перца красного, настое перца душистого):

$$14 x_1 + 10 x_2 + 10 x_3 + 150 x_4 + 153 x_5 - x_6 = 0;$$

$$588 x_1 + 337 x_2 + 320 x_3 + 588 x_4 + 590 x_5 - x_7 = 0;$$

$$0,2 x_1 + 0,2 x_4 - x_8 = 0;$$

$$0,1 x_1 + 0,1 x_4 - x_9 = 0;$$

$$4 x_2 + 4 x_3 + 3 x_5 - x_{10} = 0;$$

$$4 x_4 - x_{11} = 0;$$

$$0,8 x_4 - x_{12} = 0;$$

$$5 x_5 - x_{13} = 0;$$

$$3 x_5 - x_{14} = 0;$$

$$x_5 - x_{15} = 0;$$

3) по определению величин итоговых экономических показателей (материальных затрат, себестоимости, стоимости продукции соответственно):

$$140 x_1 + 147,1 x_2 + 152,9 x_3 + 423,1 x_4 + 430,3 x_5 - x_{16} = 0;$$

$$536,1 x_1 + 540,6 x_2 + 549,3 x_3 + 737 x_4 + 760,5 x_5 - x_{17} = 0;$$

$$586,8 x_1 + 592,4 x_2 + 610,7 x_3 + 1177,6 x_4 + 1253 x_5 - x_{18} = 0;$$

4) условий по определению общего объема производства водки и коньяка

$$x_1 + x_4 + x_5 - x_{20} = 0;$$

$$x_2 + x_3 - x_{21} = 0;$$

5) ограничений на объем производства отдельных видов продукции. Объем производства x_1 не превышает 10%, x_2 - 20%, x_3 - 15% общего объема производства водки, а x_4 и x_5 - 25% от общего объема производства коньячной продукции:

$$x_1 - 0,10 x_{20} \geq 0;$$

$$x_2 - 0,20 x_{20} \geq 0;$$

$$x_3 - 0,15 x_{20} \geq 0;$$

$$x_4 - 0,25 x_{21} \geq 0;$$

$$x_5 - 0,25 x_{21} \geq 0;$$

6) ограничений на величины показателей эффективности производства

$$x_{19} - 0,20 x_{17} \geq 0 \quad (\text{на рентабельность});$$

7) не отрицательности переменных: $x_1, x_2, \dots, x_{21} \geq 0$.

Табличная запись экономико-математической модели

Перечень ограничений (имя строки)	Перечень переменных (имя столбца)						Вид ограничений	Величина ограничений
	X ₁	X ₂	X ₃	...	X ₂₀	X ₂₁		
1								
2								
3								
...						
24								
Критерий оптимальности								

Задачу решить с использованием процедуры «Поиск решения» MS Excel.

Рассчитать одиннадцать вариантов решений.

В качестве контрольного варианта принять вариант, включающий ограничения 1, 2, 3, 4. Первый вариант предусматривает добавление к ограничениям контрольного варианта ограничений (5), второй вариант – ограничений (5) и (6).

В качестве критерия оптимальности в контрольном, 1-м, 2-м вариантах принять показатель минимум материальных затрат.

Варианты 3, 4, 5 отличаются от контрольного, первого и второго критерием оптимальности, в качестве которого принимает показатель минимум производственных затрат (себестоимости всей продукции).

В вариантах 6, 7, 8 в качестве критерия выступает максимум стоимости всей продукции. В вариантах 9, 10, 11 – максимум прибыли.

Объем производства продукции и потребность в основных и вспомогательных видах материалов по оптимальным планам для всех вариантов привести в виде таблицы.

Величины итоговых показателей и показателей эффективности всех вариантов, рассчитанных на ПЭВМ привести в виде таблицы 2.

Таблица 2

Величины итоговых показателей и показателей эффективности по оптимальным планам, рассчитанным на ПЭВМ для ОАО «Махачкалинский винзавод».

Показатели	варианты					
	Конт.	1	2	3	4	5

Мат. затраты, млн. руб.						
Себестоимость, млн. руб.						
Стоимость, млн. руб.						
Прибыль, млн. руб.						
Себестоимость 1 дал, руб.						
Средняя цена 1 дал, руб.						
Прибыль на 1дал, руб.						
Материалоемкость продукции,руб.						
Рентабельность, %						
Затраты на 1 руб. продукции, руб.						

Продолжение

Показатели	варианты					
	6	7	8	9	10	11
Мат. затраты, млн. руб.						
Себестоимость, млн. руб.						
Стоимость, млн. руб.						
Прибыль, млн. руб.						
Себестоимость 1 дал, руб.						
Средняя цена 1 дал, руб.						
Прибыль на 1дал, руб.						
Материалоемкость продукции, руб.						
Рентабельность, %						
Затраты на 1 руб. продукции, руб.						

Лабораторная работа №2

Решить задачу лабораторной работы 1с помощью метода уступок.

Методы многопараметрической оптимизации в процессах планирования, управления и принятия решений

Любой вид производства или сферы деятельности можно охарактеризовать двумя основными параметрами: объемом выпуска продукции, определяемым различными показателями (валовой, реализованной, чистой нормативной продукцией и др. или просто в рублях) и ее качеством К. При анализе производственно-хозяйственных ситуаций часто принимают, что объем выпуска продукции измеряется стоимостными показателями (руб.), а качество выпускаемой продукции —

трудоемкостью (чел.-ч). На практике обычно стремятся к увеличению как выпуска продукции, так и к повышению ее качества, т. е. переходят к решению многопараметрических задач.

Для решения подобных задач обычно применяется метод последовательных уступок, суть которого заключается в том, что один из оптимизируемых параметров принимается в качестве целевой функции, а для других задаются некоторые предельные значения граничных условий. Задачи решаются обычно с привлечением ЭВМ в нескольких вариантах, отличающихся друг от друга предельно задаваемыми значениями. Результаты решения подобных задач при разных вариантах исходных условий, значениях объемов и уровня качества продукции позволяют сформулировать следующие выводы:

1. В задачах многопараметрической оптимизации возможны две постановки: а) максимизация объемов при обеспечении качества не ниже заданного значения; б) максимизация качества при обеспечении объемов не меньше заданного значения.

Применяя метод последовательных уступок, можно удовлетворять желания ЛПР, устанавливая строгие зависимости объема выпуска продукции от ее качества, и наоборот, и на их основе выбирать взаимосвязанные оптимальные значения параметров Об и К.

2. В ряде ситуаций при использовании методов многопараметрической оптимизации исходят из относительной важности, или значимости, каждого оптимизируемого параметра, при этом наиболее часто пользуются назначением коэффициентов веса, определяемых обычно с помощью методов экспертных оценок с непосредственным назначением коэффициентов веса, оценкой важности параметров в баллах, парных соотношений, поиском компромиссного решения при многопараметрической оптимизации (между оптимизируемыми параметрами и формированием специальной целевой функции) с отысканием компромиссной целевой функции и применением многоцелевого программирования.

В реальных ситуациях принятие оптимального решения часто связывается с выбором наилучшего варианта из множества допустимых или имеющихся в наличии. Трудность такого выбора обуславливается не числом вариантов, а тем, что ЛПР часто не

может сформулировать, в каком смысле вариант должен быть лучшим (по быстрдействию, стоимости, надежности, качеству и т. п.). Обычно цель принятия оптимального решения состоит в определении совокупности значений параметров, обеспечивающих принятой целевой функции оптимальное в определенном смысле значение из всех возможных: при максимизации целевая функция приобретает максимально возможное значение ($\max F$). Если же стоит задача выбора вариантов, то после принятия некоторого критерия K_i выбирается тот вариант, для которого значение K является максимальным лишь из всех сравниваемых вариантов, т. е. $\max K = \max \{K_i\}$, где i — номер варианта. При этом нет оснований утверждать, что лучший из выбранных вариантов является действительно оптимальным, т. е. лучшим из всех возможных. Более того, обычно получается, что $\max K < \max F$.

Алгоритм метода уступок:

1. Расположить критерии по их значимости (наиболее важный считается первым).
2. Решить задачу по первому критерию, $Z_1 = Z_1^*$, т.е. отыскать экстремальное значение Z_1^* целевой функции Z_1 .
3. Сделать уступку по первому критерию, иными словами, уменьшить величину Z_1 до значения $Z_1 = K_1 * Z_1^*$; $0 < K_1 < 1$.
4. В задачу ввести дополнительное ограничение $Z_1 \geq K_1 * Z_1^*$.
5. Решить задачу по второму критерию $Z_2 = Z_2^*$.
6. Обратиться к пункту 3, сделать уступку для второго критерия $Z_2 = K_2 * Z_2^*$; $0 < K_2 < 1$.
7. Ввести в задачу дополнительное ограничение $Z_2 \geq K_2 * Z_2^*$.
8. Новую задачу, уже с двумя дополнительными ограничениями, решить по третьему критерию и т.д.
9. Процесс итерации заканчивается, когда решение будет получено по всем критериям.

Модуль 3. Математические модели для выявления и оценки связей и зависимостей между экономическими показателями

Одним из эффективных инструментов выявления, описания и изучения связей и зависимостей одного экономического показателя от двух и более других показателей является уравнения множественной регрессии или многофакторные эконометрические уравнения.

В общем случае многофакторные связи и зависимости в экономике описываются одним уравнением, вида

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_p), \text{ где}$$

y – результативный или зависимый экономический показатель (зависимая переменная);

x_1, x_2, \dots, x_p – независимые экономические показатели-факторы (независимые простые переменные).

Наиболее широко в экономике применяются уравнения множественной регрессии, которые математически могут быть записаны в виде

$$y = a_0 + a_1 v_1 + a_2 v_2 + \dots + a_p v_p, \quad (1)$$

где v_1, v_2, \dots, v_p – простые переменные или их функции,

$a_0, a_1, a_2, \dots, a_p$ – параметры уравнения (a_0 – свободный член, остальные коэффициенты регрессии).

К числу уравнений, которые могут быть сведены к виду (1) относятся уравнения:

линейное - $y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_p x_p;$ (2)

степенное - $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_p^{a_p};$ (3)

показательное - $y = a_0 a_1^{x_1} a_2^{x_2} \dots a_p^{x_p};$ (4)

гиперболическое - $y = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + \frac{a_2}{x_2} + \dots + \frac{a_p}{x_p};$ (5)

параболическое –

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_p x_p + a_{p+1} x_1^2 + \dots + a_{2p} x_p^2. \quad (6)$$

Естественно, связи (или зависимости), выявленные и описанные с помощью уравнений множественной регрессии являются приближенными. Поэтому требуется доказать адекватность построенных уравнений и приемлемость их для практической реализации. Для этой цели принято рассчитывать так называемые дополнительные статистические характеристики.

Наиболее значимые из статистических характеристик и формулы для их расчета приведены в таблице 1.

Таблица 1

Обозначения и формулы для расчета параметров и статистических характеристик уравнений множественной регрессии

№№ пп	Наименования показателей	Обозначения и расчетные формулы
1.	Свободный член уравнения b	Определяется путем решения системы уравнения (7) $b = a_0$
2.	Коэффициенты регрессии m_i	Определяется путем решения системы уравнения (7), $m_i = a_i, i = 1, 2, \dots, p$
3.	Стандартная ошибка для b, seb	$seb = \sqrt{\frac{\sum(y - y_x)^2 * \sum x^2}{(N - 2) * N * \sum(x - \bar{x})^2}}$
4.	Стандартная ошибка для m_i , sem_i	$sem_i = \sqrt{\frac{\sum(y - y_x)^2}{(N - 2) * \sum(x - \bar{x})^2}}$
5.	Стандартная ошибка для y, sey	$sey = \sqrt{\sum(y - y_x)^2 / N}$
6.	Индекс множественной корреляции	$R_{yx_1x_2\dots x_p} = \sqrt{1 - \frac{\sigma_{ост}^2}{\sigma_y^2}},$ $\sigma_y^2 = \sum(y - \bar{y})^2 / N \quad \sigma_{ост}^2 = \sum(y - y_x)^2 / N$ <p>где $\sigma_y^2, \sigma_{ост}^2$ - общая и остаточная дисперсия результативного признака; y - фактические значения результативного показателя $y_{yx_1x_2\dots x_p}$ - значения результативного показателя, рассчитанные по уравнению регрессии</p>
7.	Индекс множественной детерминации	$R^2_{yx_1x_2\dots x_p} = 1 - \frac{\sum(y - y_{yx_1x_2\dots x_p})^2}{\sum(y - \bar{y})^2},$ $I = R^2_{yx_1x_2\dots x_p} * 100$
8.	Число степеней свободы df	$df = N - m - 1$, где N- число наблюдений статистической выборки; m- число параметров при переменной x
9.	F-критерий Фишера	$F = \frac{D_{факт}}{D_{ост}} = \frac{R^2}{1 - R^2} \frac{N - m - 1}{m},$ <p>где m - число параметров при переменных x; n - число наблюдений.</p>
10.	Сумма квадратов отклонений фактических значений y от ее расчетных	$SS_{reg} = \sum(y - y_x)^2$

	значений SSreg	
11.	Сумма квадратов отклонений фактических значений y от средней арифметической SSresid	$SS_{resid} = \sum (y - \bar{y})^2$
12.	t-критерий Стьюдента для коэффициентов регрессии m_i, tm_i	$tm_i = m_i / sem_i$
13.	Средняя ошибка аппроксимации, A	$A = \frac{1}{n} \sum \left \frac{y - y_x}{y} \right * 100$, где y, y_x, \bar{y} - фактические, расчетные и средние арифметические значения y

Теснота зависимости результативного показателя от показателей-факторов в случае множественной регрессии оценивается с помощью индексов множественной корреляции и детерминации.

Индекс множественной корреляции принимает значения от 0 до 1, т.е.

$$0 < R_{yx_1x_2\dots x_p} < 1.$$

Методика построения и применения компьютерной модели для многофакторных уравнений регрессии покажем на примере двухфакторных уравнений.

Компьютерная модель для построения 2-х факторных уравнений регрессии состоит из следующих элементов:

- а) базы данных социально-экономических показателей;
- б) таблицы-шаблона с исходными данными;
- в) математического инструментария, состоящего из уравнений регрессии,;
- г) таблиц-шаблонов для выполнения промежуточных расчетов (суммарных и средних величин), необходимых для определения параметров и статистических характеристик двухфакторных уравнений регрессии.

Лабораторная работа №1

Заданы некоторые социально-экономические характеристики Центрального ФО РФ в разрезе регионов за 2015 год.

Таблица 2

Некоторые социально-экономические показатели ЦФО РФ за 2015

год

регион	ВРП, млрд. руб.	ОФ, млрд. руб.	Инвестиции, млн. руб.	Ср. год. числ. занятых в эк., тыс. чел.
Белгородская обл.	619,4	699,1	146,4	699,1
Брянская область	243	533,6	61,7	533,6
Владимирская обл.	327,9	695,7	80,5	695,7
Воронежская область	709,1	1055,3	263,6	1055,3
Ивановская область	151,1	487,5	25,7	487,5
Калужская область	324,9	490,8	92,5	490,8
Костромская область	146,3	299,8	26,2	299,8
Курская область	297,4	567,1	70,4	567,1
Липецкая область	395,7	542,3	116,6	542,3
Московская область	2705,6	3040,5	640,3	3040,5
Орловская область	179,8	386,8	52,3	386,8
Рязанская область	297,3	494,1	54,1	494,1
Смоленская область	234,7	482,4	59,9	482,4
Тамбовская область	275,8	502,2	122,5	502,2
Тверская область	307,4	575,5	74,2	575,5
Тульская область	408,5	749,9	105,6	749,9
Ярославская область	388,1	627,4	69,1	627,4
г. Москва	12808,6	6778,4	1611,5	6778,4

Задание. Требуется изучить характер зависимости ВРП от заданных в таблице 2 показателей при выборе каждого из следующих видов эконометрической модели: линейного, показательного, степенного, гиперболического, параболического видов. Другими словами, построить и оценить парные и многофакторные уравнения регрессии различных видов. Например, для парной зависимости ВРП от инвестиций необходимо составить таблицу 3.

Таблица 3

Расчетная таблица для построения моделей различных видов зависимости ВРП (Y) от объема инвестиций (x) по данным регионов ЦФО за 2015 г.

№ региона n/n	Y	x	$\ln Y$	$\ln x$	$1/x$	x	x^2
1	619,4	146,4	6,43	4,99	0,007	146,4	21433,0
2	243	61,7	5,49	4,12	0,016	61,7	3806,9
3	327,9	80,5	5,79	4,39	0,012	80,5	6480,3

4	709,1	263,6	6,56	5,57	0,004	263,6	69485,0
5	151,1	25,7	5,02	3,25	0,039	25,7	660,5
6	324,9	92,5	5,78	4,53	0,011	92,5	8556,3
7	146,3	26,2	4,99	3,27	0,038	26,2	686,4
8	297,4	70,4	5,70	4,25	0,014	70,4	4956,2
9	395,7	116,6	5,98	4,76	0,009	116,6	13595,6
10	2705,6	640,3	7,90	6,46	0,002	640,3	409984,1
11	179,8	52,3	5,19	3,96	0,019	52,3	2735,3
12	297,3	54,1	5,69	3,99	0,018	54,1	2926,8
13	234,7	59,9	5,46	4,09	0,017	59,9	3588,0
14	275,8	122,5	5,62	4,81	0,008	122,5	15006,3
15	307,4	74,2	5,73	4,31	0,013	74,2	5505,6
16	408,5	105,6	6,01	4,66	0,009	105,6	11151,4
17	388,1	69,1	5,96	4,24	0,014	69,1	4774,8
18	12808,6	1611,5	9,46	7,38	0,001	1611,5	2596932,3

Параметры линейной модели оцениваются с помощью встроенной функции ЛИНЕЙН MS EXCEL, а показательного вида – ЛГРФПРИБЛ. Остальные модели сводятся к линейному виду посредством логарифмизации или введения замены.

Результаты выполнения задания привести в виде следующей таблицы 4.

Таблица 4

Параметры и статистические характеристики
эконометрических моделей различных видов

	лин	показ	степ	гиперб	параб
m					
b					
se_m					
se_b					
r^2					
se_y					
F					
A					

В таблице 4 se_m – стандартное значение ошибки для параметра m , se_b – стандартное значение ошибки для постоянной b , r^2 – коэффициент детерминированности, se_y – стандартная ошибка для оценки y , F – F-критерий Фишера, A – средняя ошибка аппроксимации.

По результатам сделать выводы о характере зависимости ВРП от различных показателей при выборе каждого из построенных видов эконометрических моделей.

Лабораторная работа №2

Задание 1. Разработать математическую и компьютерную модели для оценки тенденций изменения социально-экономических показателей и динамических связей между ними.

Основным исходным документом, составляющим информационное обеспечение данной задачи, является данные об основных производственно-экономических показателях хозяйств Комитета по виноградарству, производству и обороту алкогольной и спиртосодержащей продукции Республики Дагестан за 2010-2016 гг. Представлены в приложениях 5- 8.

Для выявления и обоснования динамических тенденций должно быть проверено не только линейное, но и различные виды нелинейных уравнений временных рядов, в частности, приведенные в таблице 5.

Таблица 5

Математическая запись пяти наиболее распространенных видов уравнений временных рядов

Вид уравнения	Математическая запись уравнения временного ряда
Линейный	$y_t = b + m * t$
Показательный	$y_t = b * m^t$
Гиперболический	$y_t = b + m/t$
Степенной	$y_t = b * t^m$
Параболический	$y_t = b + m_1 * t + m_2 * t^2$

Построенные модели временных рядов привести в виде, аналогичном для ГУП «Комсомольское» в таблице 6.

Таблица 6

Математическая запись уравнений временных рядов, выражающих тенденции изменения основных экономических показателей ГУП «Комсомольское» за 2010-2016 гг.

№ п/п	Запись уравнений	№ п/п	Запись уравнений
	Для затрат на основное производство ($x1_t$ от t)		Для выручки от реализации ($x2_t$ от t)
1	$x1_t = 6377,9 + 6191,2t$	6	$x2_t = 6097,3 + 4764,1t$

2	$x1_t = 3080,5 * 1,4^t$	7	$x2_t = 1112,0 * 1,6^t$
3	$x1_t = 30424,9 - 32499,1/t$	8	$x2_t = 22721,8 - 26356,0/t$
4	$x1_t = 3451,7 * t^{1,1}$	9	$x2_t = 981,6 * t^{1,7}$
5	$x1_t = 4140,1 - 820,8t + 876,5t^2$	10	$x2_t = 3960,4 + 2431,9t + 6,4t^2$
Для основных средств (X3 _t от t)			
11	$x3_t = 273,7 + 8451,1t$	14	$x3_t = 11938,7 * t^{0,7}$
12	$x3_t = 10950,9 * 1,3^t$	15	$x3_t = 19385,1 - 4289,8t + 1592,6t^2$
13	$x3_t = 50639,9 - 44712,0/t$		

Для того, чтобы оценить качество построенных моделей необходимо рассчитать основные статистические характеристики. Некоторые из них, полученные на основе компьютерной модели, представлены в таблице 7.

Таблица 7

Параметры и основные статистические характеристики моделей временных рядов различных видов, представленных в таблице 3

	(x1 _t от t)				(x2 _t от t)			
	лин	пок	гип	степ	лин	пок	гип	степ
b	-6377,9	3080,5	30425,0	3451,7	-6097,3	981,6	22721,8	1112,0
m	6191,2	1,4	-32499,2	1,1	4764,1	1,7	-26356,0	1,6
seb	7388,8	0,2	8270,1	0,3	3001,4	0,4	4972,0	0,4
sem	1652,2	0,1	17795,6	0,2	671,1	0,1	10698,7	0,3
sey	8742,6	0,3	13214,2	0,4	3551,3	0,5	7944,4	0,5
r2	0,7	0,9	0,4	0,8	0,9	0,9	0,5	0,8
df	5	5	5	5	5	5	5	5
F	14,0	46,0	3,3	25,0	50,4	35,1	6,1	26,0

Продолжение таблицы 5

	(x3 _t от t)			
	лин	пок	гип	степ
b	273,71	10950,85	50639,99	11938,73
m	8451,14	1,28	-44712,05	0,75
seb	7393,88	0,15	10014,39	0,21
sem	1653,32	0,03	21548,97	0,15
sey	8748,56	0,18	16001,21	0,25
r2	0,84	0,92	0,46	0,83
df	5	5	5	5
F	26,13	55,37	4,31	24,32

Применение рядов динамики, в отличие от временных рядов, позволяет учесть эти зависимости:

- во-первых, по однофакторным уравнениям можно выполнить прогнозные расчеты для любого из зависимых показателей от любого из независимых показателей (показателей-факторов);

- во-вторых, прогнозные расчеты можно проводить как по одно-, так и по многофакторным уравнениям рядов динамики [3].

По данным предприятий Комитета построить модели рядов динамики. Например, для ГУП «Каспий» модель имеет следующий вид:

$$Y_t = 9096,96 - 0,43x_1^t + 0,97x_2^t + 669,16x_3^t, \quad (R^2 = 0,99) \quad (1),$$

где Y_t - это выручка от реализации винограда, x_1^t - затраты на производство в растениеводстве, x_2^t - затраты на уход за молодыми виноградниками, x_3^t - урожайность винограда.

Для ГУП «Кировский» модель имеет вид:

$$Y_t = 35652,7 - 1,38x_1^t - 0,25x_2^t + 816,95x_3^t, \quad (R^2 = 0,91) \quad (2)$$

Для ГУП «Каякентский» модель имеет вид:

$$Y_t = 16774,8 - 0,29x_1^t - 3,11x_2^t + 847,15x_3^t, \quad (R^2 = 0,86) \quad (3).$$

Для того чтобы рассчитать прогнозы выручки от реализации винограда по модели рядов динамики необходимо определить прогнозные значения показателей-факторов модели.

Они рассчитаны по следующим моделям:

$$x_1 = -4245409 + 2140,7t \quad (4)$$

$$x_2 = 97486 - 46,9t \quad (5)$$

$$x_3 = -2466 + 1,27t \quad (6)$$

Прогнозные значения основных экономических показателей хозяйств Комитета, полученные с помощью моделей временных рядов представить в виде таблицы 6.

Таблица 6

Прогнозные значения основных экономических показателей предприятий Республики Дагестан, рассчитанные по данным за 2010-2016 гг.

ГУП	x_1			...			x_5		
	2018	2019	2020	2018	2019	2020	2018	2019	2020
Каспий									
Кировский									
Каякентский									
...									

Аналогично представить прогнозные значения, полученные с помощью моделей рядов динамики.

Лабораторная работа №3

Определить прогнозные значения экономических показателей сельского хозяйства РД с помощью моделей временных рядов и рядов динамики.

Компьютерная модель для прогнозирования с помощью уравнений временных рядов предусматривает выполнение расчетов по пяти видам уравнений (линейного, показательного, гиперболического, степенного и параболического), а также использование следующих функций MS Excel:

- а) математических - корень, степень, $\log 10$, сумм, ср.знач.;
- б) статистических - корелл, отрезок, наклон, стошух, предсказ, тенденция, рост, линейн, лгрфприбл и др.

Некоторые расчеты на арифметические действия в компьютерной модели выполняются по формулам, введенным в ячейки excel-таблиц.

Рассмотрим особенности каждого из видов уравнений временных рядов как инструментов прогнозирования.

Прогноз с помощью уравнения временного ряда линейного вида

$x_3t = b + m * t$ можно проводить, используя встроенную статистическую функцию «ПРЕДСКАЗ» ИЛИ «ТЕНДЕНЦИЯ». Для работы с любой из встроенных функций в MS Excel надо знать ее синтаксис, под которым понимается имя функции и ее аргументы.

Синтаксис для «ПРЕДСКАЗ» и «ТЕНДЕНЦИЯ» имеет вид:

ПРЕДСКАЗ (x; известные значения y; известные значения x);

ТЕНДЕНЦИЯ (известные значения y; известные значения x; новые значения x, конст). Функция «ТЕНДЕНЦИЯ» позволяет выполнять расчеты по двум уравнениям линейного вида. Это обеспечивается с помощью аргумента «КОНСТ»: если «КОНСТ»=0, то прогнозные расчеты выполняются с помощью уравнения $y_t = mt$, если «КОНСТ»=1, то – с помощью уравнения $y_t = b + mt$. У функции «ПРЕДСКАЗ» отсутствует аргумент «КОНСТ». Расчеты при использовании этой функции выполняются с помощью уравнения $y_t = b + mt$.

Ряд социально-экономических показателей, являющихся результативными, зависят от ряда других показателей, которых можно назвать затратными, ресурсными или факторными. В этом случае более обоснованные прогнозные значения для результативных или зависимых показателей можно рассчитать на основе рядов динамики.

Прогноз результативных показателей уравнений временных рядов имеет серьезный недостаток, они не учитывают влияние на них независимых показателей-факторов.

Применение рядов динамики, в отличие от временных рядов, позволяет учесть эти зависимости:

- во-первых, по однофакторным уравнениям можно выполнить прогнозные расчеты для любого из зависимых показателей от любого из независимых показателей (показателей-факторов);

- во-вторых, прогнозные расчеты можно проводить как по одно-, так и по многофакторным уравнениям рядов динамики;

- в-третьих, прогнозные расчеты по уравнениям рядов динамики можно выполнить, заменяя показатель-фактор уравнением его временного ряда. Например, пусть $Y_t = b +$

mx_t , $X_t = b_1 + m_1t$. Подставляя в 1-е уравнение вместо X_t его значение из 2-го уравнения, получим $Y_t = b + m(b_1 + m_1t)$ или окончательно $Y_t = (b + mb_1) + (m \cdot m_1)t$ [1, 2, 4, 6, 8].

Результаты (математическую модель и прогнозные значения, полученные с помощью компьютерной модели) представить в виде таблиц 3 и 4.

Таблица 3

Группы адм. районов по уровню производства		Модели временных рядов		Модели рядов динамики	
		Мат. запись	R^2	Мат. запись	R^2
зерно	1-ая				
	2-ая				
	3-ая				
...
молоко	1-ая				
	2-ая				
	3-ая				

Таблица 4

Группы адм. районов по уровню производства		По моделям временных рядов		По моделям рядов динамики	
		2017	2018	2017	2018
зерно	1-ая				
	2-ая				
	3-ая				
...
молоко	1-ая				
	2-ая				
	3-ая				

Список использованной литературы

1. *Адамадзиев К.Р., Адамадзиева А.К.* Компьютерное моделирование в экономике: учебное пособие. -Махачкала: Издательско-полиграфический центр ДГУ, 2014
2. *Адамадзиев К.Р., Адамадзиева А.К., Ахмедов А.С.* Ключевые показатели экономики регионов и связи (зависимости) между ними: методы, модели, методика // *Фундаментальные исследования.* – 2017. – № 1. – С. 134-139.
3. *Адамадзиев К.Р., Касимова Т.М.* Имитационная модель производства сельскохозяйственной продукции. Материалы одиннадцатой региональной научно-практической конференции «Компьютерные технологии в науке, экономике и образовании / Под ред. проф. К.Р. Адамадзиева. – Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2010. – С. 80-85.
4. *Адамадзиев К.Р., Касимова Т.М.* Методы прогнозирования развития сельского хозяйства // *Фундаментальные исследования.* – 2014. - №5 (часть 1). – С. 122-126.
5. *Адамадзиев К.Р., Касимова Т.М.* Прогнозирование урожайности зерновых культур с помощью адаптивных методов. Материалы четырнадцатой региональной научно-практической конференции «Компьютерные технологии в науке, экономике и образовании». – Махачкала: ИПЦ ДГУ, 2014. – С. 55-61.
6. *Елисеева И.И.* Эконометрика. Учебник для магистров. – М.: Проспект, 2012.- 288 с.
7. *Касимова Т.М.* Анализ показателей деятельности предприятий аграрного сектора с помощью экономико-математических моделей. // *Вестник Российской экономической академии им. Г. В. Плеханова.* – 2011. №3. – С. 114-118.
8. *Касимова Т.М.* Методика формирования сценариев развития регионального АПК на основе моделей временных рядов // *Экономика и управление: материалы II Международной науч.-практ. конф. «Математическая экономика и экономическая информатика. Научные чтения памяти В.А. Кардаша»* выпуск 22 / Новочерк. инж.-мелиор. ин-т Донской ГАУ. – Новочеркасск: Лик, 2015. – С. 126-130.
9. *Назаренко А. В.* Краткосрочное прогнозирование урожайности винограда на основе многофакторного

динамического моделирования.// Виноделие и виноградарство. – 2008. - №6.

10. *Нестеренко С.* Многофакторная модель оценки конкурентоспособности предприятий // АПК: экономика, управление. – 2013. – №12.

11. *Раджабов Р. А.* Комплексный статистический анализ взаимосвязи экономических показателей основных виноградарских предприятий Дагестана.// Виноделие и виноградарство. – 2008. - №3.

12. Эконометрика: учебник / Под ред. В. С. Мхитаряна. – М.: Проспект, 2009. – 384 с.

Приложения

Приложение 1

Объемы реализации зерновых культур в административных районах
РД за 2011-2016 гг.

Муниципальный район	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Курахский	203	445	685	5843	2586,1	3951
Хунзахский	294	3573	355	16091	16719	18939
Табасаранский	312	11	385	4545	1345	1616
Кизилюртовский	699	16312	2561	37696	18775	21121
Дахадаевский	945	891	658	10093	15785	21491
Рутульский	1063	72	256	779	3475	5163
Гергебильский	1256	1578	2658	3157	4675	3612
Бабаюртовский	1308	4710	7523	14800	13396	17373
Гунибский	1543	6020	2133	25004	21658	21546
Кайтагский	2165	1606	5548	4439	2751	6623
Казбековский	2358	11662	2566	36342	37253	33077
Тарумовский	2418	9503	1913	22535	14782	8096
Ахтынский	2980	2781	3598	3463	2039	2855
Левашинский	3662	7607	2754	9408	4454	17676
Новолакский	6680	4476	1900	26918	35255	20677
Дербентский	8363	3721	27685	27907	22901,4	21266
Сергокалинский	9516	12314	49015	59593	86097	89892
Карабудахкентский	12003	1621	13821	37703	53127	58048
Кизлярский	13786	69064	36132	265009	247679	241676
Хасавюртовский	25022	61950	48528	122695	129923	146027
Каякентский	27257	6862	59401	40676	72402	50110
Кулинский	1256	1711	1456	1477	1252	1818
Чародинский	1256	1330	1569	2210	3777	2876
Акушинский	1300	1253	700	2092	6002	4433
Гумбетовский	2458	2347	3665	5715	7990	11384
Ногайский	4589	5789	1596	2035	17401	5137
Ахвахский	6278	6336	6785	7634	10783	7100
Лакский	6785	8960	2596	4868	13599	16231

Приложение 2

Объемы реализации мяса скота и птицы в административных
районах РД за 2011-2016 гг.

Муниципальный район/город	2011	2012	2013	2014	2015	2016
---------------------------	------	------	------	------	------	------

город Кизилюрт	25	20	574	1301	375	359
Докузпаринский	45	85	56	1	15	33
Сергокалинский	52	7250	318	10546	11254,4	12254
Хивский	87	150	17	133	431	176
Цунтинский	123	258	567	1241	872	179
Агульский	134	142,9	91,8	470,7	553,8	649
Бабаюртовский	149	5839,1	72	2266	2257	1822
Сулейман-Стальский	178	202	169	117	178	205
Магарамкентский	180	115	302	38	100	47
Кайтагский	196,9	161	69	229	159	41
Курахский	231	1291	180	2169	3323	3656
Хасавюртовский	268	65889	118	110167	60771	51952
Казбековский	316	8565	275	5553	5332	6503
Буйнакский	344	6327	585	32857	15438	9556
Унцукульский	351	14416	448	12280	15683	15994
Кизилюртовский	396	3429,6	4125	4558	8159	3021
Новолакский	477	10968,1	3585	4095	4038	2970
Рутульский	487	1105,8	97	3153	2387	2964
Левашинский	516	25262	925	27685	29068	32631
Дербентский	569,2	592,1	804,6	3295,23	829	322
Тарумовский	687	13966	250	5446	4915	4115
Акушинский	721	7362	520	8926	8804	8688
город Южно-Сухокумск	985	891,5	743	739	95	88
Ботлихский	998	1349,1	2804	4220	4107	4665
Каякентский	1117	929	451,3	430	860	825
Цумадинский	1234	1099,5	1675	1591	476	315
Ногайский	1525	2099,4	1148	1155	1348	2124
Кулинский	1703	2095	686	2229	1866	1889,7
Карабудахкентский	1826	41273	449	51387	46019	34688
Дахадаевский	1893	2112	80,3	1588,8	1614	1887
город Махачкала	1929	2488,7	2201	1840	2843	1092
Ахвахский	2121	2343,6	1480	1230	1282	1283
Шамильский	2619	4993	2656	6920	7006	6068
Гергебильский	3589	3354	5845	8376	6395	3789
Гумбетовский	3698	3858,9	5874	6396	5735	6566
Хунзахский	3800	14868,8	2161	14355	17117,5	21103
Чародинский	5674	6359,8	3212	2279	3240	3164
Гунибский	5824	9706	4897	9236	9894	11393
Ахтынский	5995	6165	9524	12043	9950	8619
Кизлярский	6715	19294,6	4471	17977	20525	15829
Тляртинский	9874	8539,6	15004	20749	16032	14622

город Хасавюрт	11234	13310	21094	27217	19643	16943
Лакский	12518	2069	1354	1286	507	665

Приложение 3

Объемы реализации шерсти в административных районах РД за
2011-2016 гг.

Муниципальный район/город	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Акушинский	148	1468,04	121	1606	1748	1661
Ахвахский	425	625	725	1047	987	1318
Ахтынский	1128	1403	1386	1949	2039	2000
Бабаюртовский	600	624,64	656	680	523	831
Буйнакский	181	188	189	671	789	1052
Гумбетовский	900	933,4	1158	1358	1633	2049
Гунибский	958	1443,38	956	1901	1940	1488
Дахадаевский	85	170,6	2	110	148	98
Казбековский	5	752,8	5	798	719	804
Кайтагский	0,7	8	10	9	8	9
Карабудахкентский	66	173,8	12	128	126	64
Каякентский	101	61	45,4	87,5	111,5	118
Кизилюртовский	186	197,7	176	168	244	179
Кизлярский	20	1065,32	5	1061	1125	746
Кулинский	343	619,75	223	512	577	578,7
Курахский	73	87	92	97	108	105
Лакский	356	400,9	349	242	400	392
Левашинский	78	3685,95	79	4176	4504	5173
Новолакский	108	681,74	977	848	719	692
Ногайский	51	26	186	287	257	278
Сергокалинский	18	1435	17	1560	1554	1731
Сулейман-Стальский	2	3	15	31	31	21
Тарумовский	17	464	368	264	508	1101
Тляртинский	1586	1967,16	2862	3636	3458	3135
Унцукульский	11	610,62	34	1086	1102	1592
Хасавюртовский	150	302	286	261	343	195
Хивский	17	119,2	121	130	108	148
Хунзахский	445	2345,25	181	4044	4854	6642
Цумадинский	19	22	35	50	21	182
Цунтинский	25	50	147	165	122	196
Чародинский	1258	1640,47	1786	1904	2014	2252
Шамильский	49	797,28	8	1044	1039	1444
город Махачкала	25	30,8	28	25	256	140

город Южно-Сухокумск	128	135,51	86	47	54	54
----------------------	-----	--------	----	----	----	----

Приложение 4

Объемы реализации молока в административных районах РД за
2011-2016 гг.

Муниципальный район/город	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Кайтагский	1395	166	43	80	60	56
город Кизилюрт	1235	180	1755	1736	1780	990
Агульский	231	263,8	84	960	1246	1448
Курахский	976	875	40	3681	4909	4956
Кумторкалинский	1234	1300	1607	2550	3020	6520
Рутульский	452	1771	211	4924	6753	5004
Дербентский	3724	2482	2353	10085	1867	1371
Цунтинский	6543	2507	5543	2638	2186	747
Буйнакский	1340	2737	6543	9164	13876	14831
Ногайский	1679	3481	2245	1215	4419	4904
Хивский	67	3656	3457	937	966	779
Каякентский	5437	3889,2	2937,5	7432	4185	3759
Акушинский	222	6802	5433	9607	10941	8891
Сулейман-Стальский	7864	7202	3055	520	1075	714
Цумадинский	6765	7476	6555	9515	7249	9323
Дахадаевский	2839	7916	4178	6276	4454	5363
Карабудахкентский	4585	10550	187	10247	13176	9642
Сергокалинский	14563	11136	15433	11097	8840	1744
Лакский	12765	11583	4675	6331	7078	8770
Чародинский	14234	14645,5	15677	12842	13251	9392
Казбековский	2935	14763	3564	11432	10492	11873
Ботлихский	16790	15420	23042	26276	21833	23318
город Махачкала	2833	16276,5	16576	18256	26015	14103
Кулинский	2980	17510	2369	10586	17256	19640,6
Бабаюртовский	19044	18591,4	17834	16511	15747	14971
Гумбетовский	25678	20819	28975	31300	34006	40407
Кизилюртовский	6131	21252	20343	18045	17155	22306
Хасавюртовский	2531	21495	1323	9033	12505	4958
Гунибский	13995	21824	12184	25906	27225	35102
Шамильский	3046	23520	1179	24102	30252	23303
Ахвахский	30554	28045,5	18865	17056	17102	12883
Новолакский	1696	31681,8	14433	15579	20089	7566
Гергебильский	29454	39199	34322	37990	34203	30620
Левашинский	4638	41218	3790	38619	52016	43285

Тарумовский	7141	42497	2694	27968	30174	20499
Ахтынский	42344	42943	34322	43411	32582	40505
Тляратинский	54567	45150,9	65432	73541	78932	68207
Унцукульский	605	81949,5	1431	93190	97231	64213
Хунзахский	18351	91364,6	12470	89886	96086	103056
Кизлярский	42913	106757	63681	115806	112934	128302

Приложение 5

Затраты на основное производство предприятий Комитета по виноградарству, производству и обороту алкогольной и спиртосодержащей продукции РД, тыс. руб.

ГУП	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Комсомольское	4463	6466	9752	14668	12852	44949	35559
Башликент	5084	6192	9061	7383	9756	16579	16210
Утамьшский	8208	10301	11931	18682	19021	26459	31216
Кр.Окт	9037	12843	14423	41207	31432	46109	79045
Усемикентский	9423	10274	15379	10242	10482	11201	22665
К.Маркса	13462	8729	6903	4797	935	2025	1218
Чкаловский	15297	14331	14107	12432	10656	11462	10601
Буйнакский	20878	18157	13005	17077	12042	11543	7869
Кировский»	25304	30139	27901	57965	51802	64449	63425
Каякентский	33767	39994	45926	67009	61126	61793	111474
Гергинский	42626	34300	27600	24178	15670	14496	12025
Каспий	46921	51664	54680	67888	65023	78601	82244

Приложение 6

Выручка от реализации продукции предприятий Комитета по виноградарству, производству и обороту алкогольной и спиртосодержащей продукции РД, тыс. руб.

ГУП	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Комсомольское	1654	2787	2461	16157	15760	25055	26841
Башликент	1854	2692	2453	11712	6542	13844	14542
Усемикентский	3990	4921	4921	9370	9674	12225	12293
Утамьшский	5355	6998	6416	17590	14794	29387	18911
Кр.Окт	5955	8673	7879	38150	22776	40050	50399
Чкаловский	6044	6514	4932	11565	7066	13456	6648
К.Маркса	8983	6019	3681	4986	807	1400	938
Кировский»	11017	15425	11737	58830	53045	58781	63176
Буйнакский	12542	11801	7199	18431	8407	13020	6315

Гергинский	16039	15369	14714	21073	11335	9533	11877
Каякентский	18328	22562	22239	49258	36622	55721	59120
Каспий	25771	31877	27302	71668	67398	82020	73907

Приложение 7

Основные средства предприятий Комитета по виноградарству, производству и обороту алкогольной и спиртосодержащей продукции РД, тыс. руб.

ГУП	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Комсомольское	14051	18028	27877	27224	28071	55244	68053
Утамышский	8321	12513	18905	19607	70002	69890	77034
Чкаловский	22381	22416	22315	22533	22620	22778	22371
Буйнакский	41185	39887	41232	34688	35644	35049	34949
Усемикентский	45573	48134	49007	58321	56124	55274	66164
Кировский	48346	55172	63300	73121	78575	94642	107690
Башликент	52966	50915	49200	45702	45879	45118	40641
Каспий	57763	63210	71080	73905	81663	89877	101150
Кр.Окт	70492	78337	95073	91965	97972	117712	142421
Каякентский	173836	178819	196887	190387	176100	182948	231336

Приложение 8

Основные производственно-экономические показатели сельскохозяйственных предприятий Республики Дагестан за 2010-2015 гг.

	Выручка от реализации винограда, тыс. руб.			Затраты на производство в растениеводстве, тыс. руб.			Затраты на уход за молодыми виноградниками, тыс. руб.			Урожайность винограда, ц/га		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
2010	61112	58809	26689	55292	59438	44514	3340	5455	4826	107,8	142,2	42,2
2011	58837	69094	31745	65942	62146	38849	2055	4100	3935	112,3	146,4	43,6
2012	20962	10729	15384	54680	26422	31265	4496	3806	3630	45,9	21,1	24,2
2013	55437	57532	39094	67888	56364	57603	2900	3186	2581	112,1	119,3	58,8
2014	51343	51480	30324	65023	50221	44502	2683	6550	4012	102,3	102,5	51,6
2015	59010	56710	44272	68187	43653	48966	2954	5002	2902	109,5	91,7	53,3

Примечание: 1- ГУП «Каспий», 2- ГУП «Кировский», 3- ГУП «Каякентский»

Содержание

Введение	3
Модуль 1. Разработка модели для оценки связей и зависимостей между показателями экономических объектов методом статистических группировок	4
Лабораторная работа №1	7
Лабораторная работа №2	11
Лабораторная работа №3	13
Модуль 2. Методы математического и компьютерного моделирования для решения классических задач линейного программирования	14
Лабораторная работа №1	17
Лабораторная работа №2	20
Модуль 3. Математические модели для выявления и оценки связей и зависимостей между экономическими показателями	22
Лабораторная работа №1	25
Лабораторная работа №2	27
Лабораторная работа №3	30
Лабораторная работа №1	34
Список литературы	32
Приложения	33