Министерство образования и науки Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный университет»

К.Р. Адамадзиев,   А.К. Адамадзиева

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЭКОНОМИКЕ

Махачкала - 2019

Печатается по решению редакционно-издательского совета Даггосуниверситета

УДК: 004:33(075.8)
БКК: 65в6с.я73
А281 Адамадзиев К.Р., Адамадзиева А.К. Компьютерное моделирование в экономике: учебное пособие. 2-е издание, дополненное и переработанное. - Махачкала: Издательско-полиграфический центр ДГУ, 2019. -293 с.

Рассмотрены сущность компьютерных моделей и особенности их разработки и применения для решения различных видов экономических задач.

Показана взаимосвязь математических и компьютерных моделей, методы и методики перевода известных экономико-математических моделей на компьютерную основу.

Рассмотрены алгоритмы решения различных видов экономических и управленческих задач, сущность и особенности их информационного обеспечения.

Дано описание инструментальных средств MS Office, используемых для построения компьютерных моделей, и изложены методики их применения.

Рассмотрены методы формирования документов (таблиц, графиков, диаграмм) с помощью компьютерных моделей, необходимых для анализа результатов решения задач и обоснования возможности их реализации.

Учебное пособие предназначено для бакалавров по направлению "Прикладная информатика в экономике". Однако оно может быть полезным для бакалавров всех экономических направлений, магистров, аспирантов, а также для научных работников и специалистов, занимающихся научными исследованиями и практикой применения методов моделирования в экономике.

Рецензенты:

Алиев М. А. - д. э.н., проф. ФГБОУ ВО «Дагестанский государственный педагогический университет»

Раджабов К. Я. - к. э. н., доц. декан факультета «Прикладной информатики»», ГОУ ВО «Дагестанский государственный институт народного хозяйства»

Содержание

Введение

Отличительной особенностью XXI века является вступление человечества в этап формирования глобального информационного общества. В развитых странах происходит две взаимосвязанные революции: в информационных технологиях и экономике. Под воздействием информационных технологий, в первую очередь Интернет, экономика переходит в качественно новое состояние.

В изучении теории и практики новой информационной экономики, выявлении её особенностей, закономерностей развития и динамических тенденций все возрастающую роль приобретают различные виды моделирования: математическое, компьютерное, имитационное и др.

Изучение и применение методов моделирования в экономике началось в 80-х годах 20-го столетия. В нашей стране изучение методов моделирования в системе высшего экономического образования осуществлялось в рамках одной дисциплины «Экономико-математические методы и модели». За последующие 15-20 лет на базе «Экономико-математических методов и моделей» возникла группой дисциплин, изучающих математические методы и модели, их практическое применение в экономике. К ним относятся, в частности Эконометрика, Теория игр, Методы оптимизации, Имитационное моделирование, Исследование операций и др.

Революционные изменения в сфере автоматизированной обработки больших массивов информации привели к появлению новой дисциплины – «Компьютерного моделирования в экономике». Дисциплина появилась в учебных планах системы высшего образования три года назад. Принципиальная особенность компьютерных моделей состоит в том, что они, во-первых, не существуют вне компьютера, во-вторых, неразрывно связаны с математическими моделями, в-третьих, являются составными частями имитационных моделей.

В экономике приходится сталкиваться с множеством расчетных задач, требующих математического моделирования. Между тем, само по себе изучение математических дисциплин обычно не позволяет успешно приступать к экономико-математическому моделированию. Как правило, умение формализовать задачу и выбрать подходящий метод ее решения для экономиста важнее, чем знание деталей вычислительных алгоритмов в силу доступности средств автоматизации расчетов. Кроме того в экономике одни и те же задачи решаются многократно (ежедневно, еженедельно, ежемесячно, ежеквартально, ежегодно).

Из сказанного следует актуальность и важность изучения дисциплины «Компьютерное моделирование в экономике», целью которой является развитие у студентов умений и навыков формализации экономических и управленческих задач, их решения на ПЭВМ с помощью универсальных и специальных прикладных программ (электронных таблиц, математических и статистических пакетов программ и др.).

Дисциплина «Компьютерное моделирование в экономике» является связующим звеном между математическими дисциплинами, с одной стороны, и экономическими дисциплинами, с другой.

Благодаря компьютерному моделированию возникли и получили революционное развитие информационные системы различных уровней и сфер управления (MRP, ERP, SCM, CRM и др.).

Для успешного освоения дисциплины студенты должны предварительно изучить такие дисциплины, как Информатика и программирование, Микро- и макроэкономику, Математический анализ и линейную алгебру, Теорию вероятностей. В свою очередь, знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплины «Компьютерное моделирование в экономике» могут и должны быть применены при изучении практически всех экономических дисциплин, при выполнении курсовых и выпускных бакалаврских работ, диссертаций магистров и аспирантов и др. научно-исследовательских работ.

Дисциплина условно можно разбить на три относительно самостоятельные части.

В первой части (главы 1, 2, 3, 4) изучаются компьютерные модели для оценки социально-экономических показателей методами классической экономики и оптимизации.

Вторая часть (главы 5, 6 и 7) посвящена изучению компьютерных моделей для оценки связей, зависимостей и динамических тенденций в экономике.

Третья часть (главы 8,9,10,11 и 12) предусматривает изучение вопросов выявления тенденций в динамике социальных показателей регионов РФ с помощью уравнений временных рядов и рядов динамики, компью-терных моделей панельных данных и с лаговыми переменными, прогнозирования показателей экономических объектов и народного хозяйства в целом,а также темы о трансформация системы высшего образования в цифровую.

При изучении дисциплины студентам рекомендован список литературы, включающий … наименований.

В учебном пособии для самостоятельной работы студентов в виде приложений приведены социально-экономические показатели регионов России за несколько лет, опубликованные Росстатом.

Для разработки компьютерных моделей использованы инструментальные средства MS Excel, а также различные математические формулы и инструменты, предложенные авторами. В частности из MS Excel использованы компоненты следующих инструментальных средств: «Мастера функций» (более 25 встроенных математических и статистических функций), «Анализа данных» и «Поиска решения…». К авторским компонентам относятся: множество математических формул, выражающих методику расчета различных экономических показателей, уравнения, неравенства и их системы, выражающие связи и зависимости между социально-экономическими показателями, а также выражающие тенденции в изменении социально-экономических показателей и динамических связей между ними.

Модуль 1. Компьютерные модели для оценки экономических показателей методами классической экономики и оптимизации

Глава 1. Математические и компьютерные модели в экономике

1.1. Математические модели как основа компьютерного моделирования

Модель и моделирование стали в настоящее время одними из самых популярных терминов во всех сферах человеческой деятельности, в первую очередь в экономике и во всех её звеньях (предприятия, регионы, отрасли и т.д.).

В словаре-справочнике «Математика и кибернетика в экономике» (1975 г.) отмечается, что существует много определений (несколько десятков) и классификаций моделей применительно к задачам разных наук. Наиболее строгое и общее из них опирается на понятия гомоморфизма и изоморфизма. Образ объекта исследования, формирующийся у наблюдателя в соответствии с его целью, является гомоморфным - упрощенным, поскольку абстрагирование, отвлечение от несущественных с точки зрения данной цели свойств объекта является необходимым условием всякого исследования. Далее наблюдатель строит собственно модель: абстрактную или материальную систему, изоморфную сформированному ранее упрощенному образу относительно набора фиксированных свойств (или отношений). Более формально: из двух систем M_1 и M_2 каждая является моделью другой, если существуют такой гомоморфный образ N_1 системы M_1 и такой гомоморфный образ N_2 системы M_2, которые изоморфны между собой.

Модель один из важнейших инструментов научного познания, условный образ объекта исследования (или управления). Модель конструируется субъектом исследования (или управления) так, чтобы отобразить характеристики объекта (свойства, взаимосвязи, структурные и функциональные параметры и т. п.), существенные для цели исследования.

В этом словаре-справочнике даётся следующая трактовка понятия модель. Модель называется абстрактной (концептуальной), либо материальной (физической) в зависимости от того, какой системой она является, т. е. от выбора средств моделирования. Абстрактной моделью может быть, в частности, система математических выражений, описывающих характеристики объекта моделирования и взаимосвязи между ними (математическая модель). Модели с конкретными числовыми значениями характеристик называют числовыми моделями, модели, записанные с помощью логических выражений, логическими моделями, модели в графических образах - графическими моделями (графики, диаграммы, рисунки). Модели, реализованные на ЭВМ, называют электронными моделями. Они могут быть аналоговыми и дискретными. Их основой является математическая модель в широком значении этого термина.

Модели, при построении которых преследуется цель определения такого состояния объекта, которое является наилучшим в каком-либо смысле или допустимым с точки зрения субъекта моделирования называются нормативными; модели, предназначенные для объяснения наблюдаемых фактов или прогноза поведения объекта, называются дескриптивными.

Нормативные модели отвечают на вопрос «Как должно быть?», дескриптивные модели - на вопрос «Как это происходит?», «Как это будет развиваться?». Экономическая наука давно использует модели. Одной из первых макроэкономических моделей была модель воспроизводства Ф.Кене (1758 г.). Дальнейшее развитие теории моделирования экономических процессов тесно связано с комплексом экономико-математических методов. Эффективность применения моделей определяется научной обоснованностью их предпосылок, умением исследователя выделить существенные характеристики объекта моделирования.

Разработка модели на основе предварительного изучения объекта и выделения его существенных характеристик, экспериментальный и (или) теоретический анализ модели, сопоставление результатов с данными об объекте, корректировка модели и т. д. составляют содержание метода моделирования.

В настоящее время под моделью в экономике понимают материально или мысленно представляемый образ объекта-оригинала, с помощью которого получают новые знания об этом объекте-оригинале.

Процесс построения модели называют моделированием. Моделирование имеет циклический характер. Цикл моделирования включает четыре этапа: построение модели; изучение модели; перенос знаний с модели на объект; применение полученных знаний об объекте.

В модели можно выделить две группы элементов: внешние и внутренние. Внешние элементы - это знания об объекте, необходимые для построения модели, внутренние элементы – это данные, получаемые с помощью модели.

В моделировании можно выделять три элемента: объект, субъект, модель. Связь этих элементов можно выразить следующим образом: “Субъект с помощью модели изучает объект и управляет этим объектом”.

Модели можно классифицировать по различным признакам. В частности все модели можно разделить на два больших класса: материальные (физические) и нематериальные (нефизические) или символьные. В классе нематериальных моделей особое место занимают математические модели. Все математические модели можно разделить на экономико-математические и остальные (не экономико-математические); экономико-математическое, в свою очередь, могут быть дескриптивными или нормативными. Первые описывают экономические объекты, процессы и явления, вторые выявляют или объясняют связи и зависимости, закономерности и тенденции протекающие в них.

К основным этапам построения экономико-математических моделей относятся:

- выбор объекта моделирования и формулировка задачи;
- сбор исходной информации об объекте;
- математическая запись модели;
- выполнение расчетов на ЭВМ;
- анализ результатов, полученных на ЭВМ, и принятие решений.

Экономика в целом, экономические объекты, процессы и явления обладают особенностями, вызывающими необходимость в моделировании. К таким особенностям относятся, в частности следующие:

- возможность рассмотрения экономики в целом, экономических объектов, процессов и явлений как сложных систем;
- эмерджентность, означающая, что экономические объекты, процессы и явления обладают такими свойствами, какими не обладает ни один из элементов их образующих;
- вероятностный, неопределенный, случайный характер протекания экономических процессов и явлений;
- инерционный характер развития экономики, в соответствии с которым законы, закономерности, тенденции, связи, зависимости, имевшие место в прошлом периоде, продолжают действовать некоторое время в будущем.

Все вышеперечисленные и другие свойства экономики усложняют ее изучение, выявление закономерностей, динамических тенденций, связей и зависимостей. Математическое моделирование является тем инструментарием, умелое использование которого позволяет успешно решать проблемы изучения сложных систем, в том числе таких сложных, как экономические объекты, процессы, явления.

Моделирование и модели необходимы для изучения и управления сложными системами. Сложными принято называть системы, состоящие из большого числа взаимосвязанных и взаимодействующих между собой элементов. К разряду сложных систем относятся крупные технические, технологические, энергетические и производственные комплексы. Экономика, экономические объекты, процессы и явления относятся к сложным системам.

При проектировании сложных систем ставится задача разработки систем, удовлетворяющих заданным характеристикам. Поставленная задача может быть решена методом синтеза оптимальной структуры системы с заданными характеристиками или методом анализа различных вариантов структуры системы для обеспечения требуемых технических характеристик.

Конечным этапом проектирования сложной системы, независимо от применяемого метода, является анализ показателей эффективности проектируемой системы.

Среди известных методов анализа показателей эффективности систем и исследования динамики их функционирования следует отметить: аналитический метод; метод натуральных испытаний; метод полунатурального моделирования; моделирование процесса функционирования системы на ЭВМ.

Строгое аналитическое исследование процесса функционирования сложных систем практически невозможно. Определение аналитической модели сложной системы затрудняется множеством условий, определяемых особенностями работы системы, взаимодействием ее составляющих частей, влиянием внешней среды и т.п.

Натуральные испытания и полунатуральное моделирование сложных систем связаны с большими затратами времени и средств. В экономике они практически не проводятся.

Исследование функционирования сложных систем с помощью моделирования их работы на ЭВМ является наиболее эффективным методом для экономических систем, который помогает сократить время и средства на разработку.

Для различных явлений и процессов разрабатываются и применяются разные способы моделирования с целью исследования и познания.

Объект, который получается в результате моделирования, называется моделью**.** Это может быть математическая формула, графическое представление и т.п.

Моделирование проходит три этапа: создание и изучение модели, применение результатов.

Различают математические, графические, имитационные и др. виды моделей. Математические модели - это знаковые модели, описывающие определенные числовые соотношения. Графические модели – это визуальное представление объектов. Имитационные модели **- это** модели, которые позволяют наблюдать за изменением поведения элементов системы при изменении некоторых параметров модели. Такие модели предполагают проведение экспериментов на ЭВМ.

Над созданием модели могут работать специалисты из разных областей, т.к. в моделировании достаточно велика роль межпредметных связей.

Моделирование необходимо для понимания причинно-следственных связей в экономике, прогнозирования, планирования, принятия решений менеджерами.

Принято считать, что математическое моделирование как метод анализа макроэкономических процессов впервые применено лейб-медиком короля Людовика XV доктором Ф.Кенэ, который в 1758 г. опубликовал работу

“Экономическая таблица”. В ней была сделана первая попытка количественно описать национальную экономику.

Одно из первых логически последовательных изложений математической модели экономики было выполнено в книге О.Курно “Исследование математических принципов теории богатства”, опубликованной во Франции в 1838 г., в которой впервые использованы количественные методы для анализа конкуренции между товарами при различных рыночных условиях.

В последующие годы происходила интенсивная математизация экономической теории. В книге У.Джевонса “Краткое описание общей математической теории политической экономии” (1862) изложена одна из первых версий теории полезности. Ф.Эджворт опубликовал книгу “Математическая психология”, а В.Парето разработал основы теории элит.

Следует отметить, что практически все лауреаты Нобелевской премии по экономике обращались к математическим методам в своих научных исследованиях.

Значительный вклад в разработку и применение математических методов в экономике внесли и отечественные ученые. К наиболее значимым результатам отечественных ученых можно отнести: проведенный Е.Е.Слуцким анализ модели поведения потребителя; открытие Н.Д.Кондратьевым длинных волн в экономике; разработку первого баланса народного хозяйства СССР за 1923-1924 гг., на основе которого была построена широко известная ныне модель В.В.Леонтьева; разработку Л.В.Канторовичем методов и моделей оптимизации и др. К сожалению, методы математического моделирования социально-экономических процессов применялись (и применяются) преимущественно в научных разработках.

Суть математического моделирования заключается в замене изучаемого экономического объекта (процесса) адекватной математической моделью и последующем исследовании свойств этой модели с помощью либо аналитических методов, либо вычислительных экспериментов. Слабое представление о возможностях математического моделирования приводит к эмоциональной реакции на несоответствие ожиданий и конкретных результатов социально-экономической политики, основанной на использовании неадекватных моделей: “экономические законы в России не действуют”, “моделирование в наших условиях бессмысленно” и т.д. Но ведь это все равно, что рассчитывать траекторию движения баллистической ракеты по формуле из школьного учебника физики, а потом возмущаться расхождением теории и практики.

В настоящее время в экономической теории прочно закрепились различные модели взаимодействия рынков рабочей силы, товаров и денег, модели одно- и многопродуктовой фирм, модель поведения потребителя и многие другие.

Подавляющее большинство экономических процессов протекает во времени, вследствие чего математические модели, адекватные объекту исследования, должны быть динамическими.

1.2. Компьютерная модель, её компоненты и этапы построения

Большой вклад в разработку методов моделирования социально-экономических процессов внесли учёные России и СССР: Слуцкий В.В., Канторович Л.В., Немчинов В.В., Новожилов В.В., Аганбегян А.Г., Гранберг А.Г., Макаров В.В. и др.

Основными компонентами компьютерной модели являются: базы данных; алгоритмы расчётов; процедуры и функции прикладных программных средств; таблицы-шаблоны; графики-шаблоны; массивы-шаблоны и др.

Компьютерная модель (англ. Computer model), или численная модель (англ. Computational model) - компьютерная программа, работающая на отдельном компьютере или множестве взаимодействующих компьютеров (вычислительных узлов), реализующая абстрактную модель некоторой системы. Компьютерные модели стали обычным инструментом математического моделирования и применяются в различных сферах человеческой деятельности. Широко они применяются в экономике, социологии и других науках. Компьютерные модели используются для получения новых знаний о моделируемом объекте, процессе или явлении для приближенной оценки поведения сложных систем, к которым относится и экономика.

Построение компьютерной модели базируется на абстрагировании от конкретной природы явлений или изучаемого объекта-оригинала и состоит в создании качественной, а затем и количественной модели. Сущность компьютерного моделирования заключается в проведении вычислительных экспериментов на компьютере, целью которых является анализ, интерпретация и сопоставление результатов моделирования с реальным поведением изучаемого объекта. Моделирование представляет собой циклический процесс, т.е. на любом его этапе может возникнуть необходимость внесения дополнений, уточнений и корректировок в разрабатываемую модель и т. д.

Любое прикладное программное обеспечение само по себе является компьютерной моделью, позволяющей реализовывать множество различных функций и задач на ЭВМ: текстовые, табличные и графические процессоры, системы управления базами данных и др.

Информационные системы экономических объектов, автоматизированные рабочие места различного назначения, пакеты специализированных прикладных программ также представляют собой совокупность компьютерных моделей (или комплексов компьютерных моделей). Универсальные и прикладные программные средства одновременно являются программными средами, позволяющими создавать пользовательские компьютерные модели.

Компьютерное моделирование применяют для решения широкого круга задач. При этом различные сферы применения компьютерных моделей предъявляют разные требования к надежности получаемых с их помощью результатов. В социально-экономических системах модели используются для получения приближенных или качественных результатов.

Компьютерное моделирование предполагает наличия определенного программного обеспечения для решения задачи на ЭВМ. При этом программное обеспечение, с помощью которого осуществляется компьютерное моделирование, может быть универсальным или специализированным.

Обычно в компьютерном моделировании различные виды моделирования дополняют друг друга. Так, если математическая формула очень сложна, что не дает явного представления об описываемых ею процессах, то на помощь приходят графические и имитационные модели.

Следует иметь в виду, что компьютер является хорошим инструментом для создания и исследования моделей, но он их не придумывает. Абстрактный анализ экономических процессов и явлений с целью воссоздания их моделей выполняет человек.

Построению компьютерной модели предшествует разработка математической модели, описание алгоритмов её решения, доказательство возможности её численного решения, решение вручную или на ПЭВМ на примере конкретных числовых данных. Только после этого начинается процесс построения компьютерной модели.

Процесс построения самой компьютерной модели включает следующие этапы:

- изучение математической модели, на основе которой разрабатывается компьютерная модель;
- выбор и изучение инструментов универсальных и специальных прикладных программных средств, используемых для разработки компьютерной модели;
- сбор исходной информации и её предварительная обработка;
- создание на ПЭВМ электронных компонентов модели (базы данных или таблиц с исходными данными; таблиц-шаблонов, необходимых для выполнения расчётов и формирования аналитических данных, графиков-шаблонов, диаграмм-шаблонов и др.);
- ввод в ячейки таблиц-шаблонов алгоритмов, обеспечивающих выполнение расчётов;
- создание электронных форм документов (таблиц, графиков, диаграмм) для размещения результатов решения задач;
- вывод на экран и на печать данных всех электронных документов (по желанию пользователя);

- тестирование и отладка модели путём проведения компьютерных экспериментов;
- анализ результатов и разработка рекомендаций по их применению.

1.3. Связи, зависимости и тенденции в экономике как объекты математического и компьютерного моделирования

Связь, зависимость, тенденция – понятия, широко применяемые в различных сферах человеческой деятельности и имеющие множество смысловых значений. Однако нас интересует толкование этих понятий применительно к показателям в экономике.

В качестве источников, на которые можно ссылаться при толковании этих терминов, в первую очередь, следует назвать словари различных авторов: Ожегова С.И. и Шведову Н.Ю.; Ефремову Т.Ф.; Ушакова Д.Н.; Даля В.И. и др.

Несмотря на различные словосочетания, используемые для выражения смысла понятия, «связь» авторами словарей трактуется примерно одинаково. В частности, под связью между показателями в экономике следует понимать: а) отношение взаимной зависимости, обусловленности, общности между чем-нибудь; б) взаимообусловленность существования явлений, разделенных в пространстве и во времени.

В Советском энциклопедическом словаре [Советский энциклопедический словарь. Издание 4-е /ред. Прохоров А.М. -М.: Советская Энциклопедия, 1989 - 1990 гг.] дается не только трактовка понятия «связь», но и классификация связи по различным признакам: по формам движения материи (механическая, физическая, химическая, биологическая, общественная); по формам детерминизма (однозначная, вероятностная, корреляционная); по силе (жесткая, корпускулярная, сильная, слабая); по характеру результата (связи порождения, связи преобразования); по направлению действия (прямая, обратная); по типу процессов, которые определяет данная связь (функционирования, развития, управления).

Содержанием, предметом связи является информация. В нашем случае в качестве такой информации выступают различные экономические показатели, характеризующие экономические объекты, процессы и явления.

«Зависимость» является частным случаем понятия «связь». Под зависимостью понимают связанность явлений, обусловленность, корреляция, регрессия.

По Бизнес-словарю различают два вида зависимости: статистическая и стохастическая. К статистической отнесена связь двух случайных величин, при которой распределение вероятностей одной из этих зависит от того, какие возможные значения приняла другая величина. Стохастической названа зависимость между случайными величинами, при которой изменение закона распределения одной из них происходит под влиянием изменения другой.

С помощью связей и зависимостей между показателями экономических объектов, представленных в виде статистической совокупности данных в пространстве и времени могут быть выявлены те или иные тенденции. Тенденция – это стремление, свойственное чему-нибудь; направление развития какого-либо явления.

Тенденции могут быть не только в динамике связей и зависимостей, но и в динамике изменения любого из экономических показателей во времени (темпах изменения), в изменении структурных показателей во времени и др.

Иными словами, определить динамические тенденции означает выявить наличие:

- определенных закономерностей в изменении отдельного экономического показателя во времени;
- закономерностей в изменении структурного состава того или иного экономического показателя во времени;
- связи, зависимости или закономерности в изменении значений одного (зависимого) из экономических показателей во времени при изменении значения одного, двух и более других (независимых) показателей.

В третьем случае зависимый показатель принято называть результативным, а независимые – показателями-факторами.

По видам применяемого математического инструментария в экономике следует различать простые и сложные виды связей, зависимостей и динамических тенденций. К простым можно отнести связи, зависимости и динамические тенденции на выполнение четырех арифметических действий (сложения, вычитания, умножения и деления). Сложные виды требуют использования не только арифметических действий, но и всего многообразия математических алгоритмов как элементарной, так и высшей математики.

Чтобы выразить связи, зависимости и динамические тенденции и применить в экономической теории и практике их следует формализовать, т.е. выразить в виде математических формул (равенств, неравенств, уравнений), таблиц, схем, диаграмм и графиков.

Совокупность взаимосвязанных математических формул, таблиц, схем, диаграмм и графиков, выражающих связи, зависимости и динамические тенденции в экономике, принято называть экономико-математическими моделями. Основными элементами экономико-математических формул являются экономические показатели. Показатель – обобщенная характеристика свойства объекта, процесса или явления. Он выступает инструментом, обеспечивающим возможность проверки теоретических положений с помощью эмпирических данных. Различают количественные и качественные показатели. Первые фиксируют меру выраженности или развития определенного свойства, вторые – наличие или отсутствие определенного свойства. Экономический показатель – обобщенный количественный параметр социально-экономического явления и процесса в единстве с их качественными свойствами.

Дадим определения некоторых терминов, связанных с понятием «экономические показатели», которые нами будут использованы в настоящем исследовании.

Базисный показатель – экономический показатель, относящийся к определенному периоду времени (базисный год) и используемый в качестве основы для сравнения с другими аналогичными показателями.

Реальные и номинальные показатели – экономические показатели, выраженные в ценах некоторого базисного года и в текущих рыночных ценах.

Индекс – относительный показатель роста или снижения агрегированных экономических параметров.

Макроэкономические показатели – сводные, усредненные по экономике в целом показатели объемов производства и потребления, структуры, темпов экономического роста, эффективности и др.

Микроэкономические показатели - показатели деятельности предприятия: прибыль, издержки, активы и др. Они описывают состояние отдельных хозяйственных и других единиц (конкурентоспособность, рентабельность, прибыль, затраты и т.д.).

1.4. Описание связей, зависимостей и тенденции в экономике с помощью моделей прямых расчетов

Все показатели, включаемые в модели, делятся на исходные и расчетные (в модели их называют независимые и зависимые переменными). Переменной называют признак исследуемого экономического объекта, явления или процесса, который может принимать разные значения для разных случаев или для различных моментов времени в рамках одного объекта. Зависимой называется переменная, изменяющаяся в результате изменения некоторой другой (независимой) переменной. Независимая переменная – это переменная, изменение которой влияет на изменение других переменных (зависимых).

В моделях, выражающих простые связи, зависимости и тенденции, все расчетные показатели (зависимые переменные) можно разбить на следующие группы: рассчитываемые путем суммирования и вычитания; на расчет которых используются два и более арифметических операций разных видов (структурные и темповые показатели); рассчитываемые путем деления результативных показателей на затратные или наоборот (показатели эффективности); рассчитываемые путем деления одних показателей на другие (относительные показатели или коэффициенты).

К показателям на сложение относятся сводные объемные показатели экономических объектов. Так, складывая объемы продукции предприятий (валовой, товарной, реализованной, в натуральном или условно-натуральном выражении) можно рассчитать соответствующие объемы продукции по отраслям народного хозяйства, регионам или федеральным округам. Точно также, складывая стоимость основных фондов (численность работников, капитальные затраты, материальные затраты или производственные затраты) предприятий можно рассчитать суммарные величины соответствующих показателей по регионам и стране в целом; складывая площадь территории, численность населения каждого административного района, можно рассчитать величины указанных показателей по краям, областям и республикам и т.д.

Путем вычитания можно рассчитать приросты различных объемных показателей любого экономического объекта в текущем году по сравнению с предыдущим или с базисным годом, а также отклонение (увеличение или уменьшение) фактических величин показателей от плановых.

Примерами структурных показателей являются:

- удельный вес отдельных статей затрат (сырье и материалы, заработная плата, амортизационные отчисления и т.д.) в суммарных затратах на производство продукции;

- удельных вес крупных, средних и малых предприятий в объёмных показателях региона;

- удельный вес растениеводства и животноводства в объеме продукции сельскохозяйственного предприятия;

- доля товарной продукции в объеме всей продукции предприятия;

- удельный вес конкурентоспособной продукции в объеме всей продукции предприятия, отрасли, региона, страны и т.д.

К важнейшим из экономических показателей относятся показатели эффективности производства, такие как:

- производительность труда (трудоемкость продукции);
- фондоотдача (фондоемкость);
- рентабельность продукции (основных фондов, производства);
- инвестиционноотдача (инвестиционноёмкость);
- материалоотдача (материалоёмкость);
- затраты на 1 руб. продукции (производство продукции на 1 руб. затрат) и т.д.

Примеры относительных показателей (коэффициентов) являются:

- отраслевые коэффициенты опережения;
- соотношение объёмов продукции промышленности и сельского хозяйства;
- фондовооружённость (инвестиционновооружённость) труда;
- соотношение заработной платы отраслей народного хозяйства (регионов);
- среднемесячные доходы, расходы и заработная плата на 1 работника;
- валовая продукция народного хозяйства на душу населения;
- соотношение индексов цен по регионам и т.д.

Простую связь, как правило, можно математически выразить в виде одной формулы на выполнение простых арифметических операций.

Так, показатели, рассчитываемые путем суммирования (вычитыванием) можно записать в виде:

а) $$П_j = П_{1j} + П_{2j} + ... + П_{mj} = \sum_{i=1}^{m} П_{ij}, \quad j = \overline{1,n},$$

б) $$ОП_{ij}(t) = П_{ij}(t) - ПП_{ij}(t); \quad O_{ij}(t) = П_{ij}(t) - П_{ij}(t-1); \quad ОБ_{ij}(t) = П_{ij}(t) - ПБ_{ij},$$

где $П_j$ - величина j-того сводного (суммарного) объемного показателя экономических объектов;

$П_{ij}$ - величина j-того сводного объемного показателя i-того экономического объекта;

$ОП_{ij}(t)$, $О_{ij}(t)$, $ОБ_{ij}$ - величина отклонения фактического значения j-того показателя i-того экономического объекта от планового значения в текущем (t-м) году, от фактического значения в предыдущем ((t-1)-м) году и от фактического значения в базисном году;

$П_{ij}(t)$, $ПП_{ij}(t)$, $П_{ij}(t-1)$, $ПБ_{ij}$ - величины j-того сводного объемного показателя i-того экономического объекта соответственно фактически в текущем (t-м) году, по плану в текущем (t-м) году, фактически в предыдущем (t-1-м) году и фактически в базисном году.

Простые структурные показатели можно записать в виде следующей формулы:

$$U_i = П_i / П \quad \text{или} \quad U_i = П_i*100/П,$$

где U_i - удельный вес i-того объекта;

$П_i$ - величина показателя i-того объекта;

$П$ – суммарная величина показателя по всем объектам.

Первая формула выражает удельный вес в долях единицы, вторая – в процентах.

Формулы для показателей эффективности можно записать в виде:

$$Э_i = ПР_i/ПЗ_i \text{ или } Э_i = ПЗ_i/ПР_i,$$

где $Э_i$ – показатель эффективности i-того объекта,

$ПР_i$, $ПЗ_i$ – соответственно величины результативного и затратного показателей i-того объекта.

Некоторые из показателей эффективности принято выражать в процентах (например, рентабельность). В этом случае числитель отношения следует умножить на 100. Например,

Рентабельность = Прибыль*100/Затраты

(или $Э_i = ПР_i*100/ПЗ_i$),

где $ПР_i$, $ПЗ_i$ - соответственно суммарная величина прибыли и производственных затрат i-того объекта.

Математическая запись для относительных показателей ($О_i$) имеет вид:

$$О_{ij} = П_{\ell e}/П_{ik}\ , \quad \ell \neq k \in \ j=\overline{1,n}; \quad i=\overline{1,m};$$

где $П_{\ell e}$, $П_{ik}$ - сравниваемые показатели i-того объекта.

Объединив расчетные показатели из различных групп для каждого экономического объекта, можно строить серьезные модели, выражающие зависимость одной совокупности показателей (их назовём расчетными или зависимыми показателями) от другой совокупности (их назовём исходными или независимыми показателями).

Такие модели можно назвать моделями на выполнение прямых экономических расчетов.

1.5. Примеры математических и компьютерных моделей на прямые расчеты

В большинстве экономических дисциплин содержится множество формул (моделей) на выполнение прямых расчетов.

В узком смысле понятия любую формулу, связывающую два и более экономических показателя, можно назвать экономико-математической моделью. В широком её понимании под экономико-математической моделью следует понимать совокупность взаимосвязанных формул, выражающих зависимости и динамические тенденции множества результативных показателей, называемых зависимыми от множества затратных (ресурсных) показателей, называемых исходными или независимыми.

При этом нет чёткой границы между зависимыми и независимыми показателями. Одни и те же показатели в одних формулах могут быть исходными, в других – расчетными.

Однако в каждой конкретной модели четко можно и следует разграничить совокупность исходных (независимых) и совокупность расчетных (зависимых) показателей.

Покажем это на примере. Пусть задана модель, включающая следующую совокупность из 12 формул:

1. $ТП = V_i * Ц_i$; 7. $P_i = П_i *100/ЗТ_i$;
2. $ЗТ_i = V_i * C_i$; 8. $P = П *100/ЗТ$;
3. $ТП = \sum_i ТП_i$; 9. $ЭТП_i = ТП_i / ЗТ_i$;
4. $ЗП = \sum_i ЗТ_i$; 10. $ЭТП = ТП / ЗТ$;
5. $П_i = П_i - ЗТ_i$; 11. $ЭЗТ_i = ЗТ_i / ТП_i$;
6. $П = \sum_i П_i$; 12. $ЭЗТ = ЗТ / ТП$.

В формулах 1-12 фигурируют 15 показателей. Исходными (независимыми) являются три показателя:

V_i, $Ц_i$, C_i– соответственно объем i-того вида продукции в натуральном выражении, цена и себестоимость единицы продукции.

Остальные 12 показателей являются расчетными (зависимыми):

$ТП_i$, $ЗТ_i$ - стоимость продукции i-того вида и затраты на её производство;

ТП, ЗТ – величины товарной продукции и суммарных затрат на её производство;

$П_i$, *П* – величина прибыли на производство i-го вида продукции и всей продукции;

P_i, *P* – рентабельность i-го вида и всей продукции;

$ЭТП_i$, *ЭТП* – величина товарной продукции на 1 руб. затрат (для i-го вида и для всей продукции соответственно);

$ЭЗТ_i$, *ЭЗТ* – величина затрат на 1 руб. продукции (соответственно для i – го вида и для всей продукции).

Задачу, требующую для своего решения использование вышеприведенной модели из 12-ти формул, можно сформулировать следующим образом. На предприятии производятся различные виды продукции. Заданы их объемы в натуральном выражении, цена и себестоимость единицы продукции каждого вида. Требуется рассчитать:

а) стоимость каждого вида продукции и всей продукции (товарной продукции);

б) затраты на производство каждого вида и всей продукции;

в) прибыль от производства каждого вида и всей продукции;

г) рентабельность каждого вида и всей продукции;

д) величина стоимости каждого вида и всей продукции на 1 руб. затрат;

е) затраты на 1 руб. продукции (каждого вида и всей).

Отметим, что расчетные показатели пунктов (а,б,в) являются количественными, а пунктов (г, д, е) – качественными (характеризующими эффективности производства продукции).

Преобразуем вышерассмотренную модель, включающую 12 формул, к следующему виду:

1-2 – оставляем неизменными;

3. $ТП = \sum_i V_i * Ц_i$; 4. $ЗТ = \sum_i V_i * C_i$;

5. $П_i = V_i(Ц_i - C_i)$; 6. $П = \sum_i V_i(Ц_i - C_i)$;

7. $P_i = (Ц_i - C_i) * 100 / C_i$; 8. $P = \sum_i V_i(Ц_i - C_i) * 100 \Big/ \sum_i V_i C_i$;

9. $ЭТП_i = Ц_i / C_i$; 10. $ЭТП = \sum_i V_i * Ц_i \Big/ \sum_i V_i * C_i$;

11. $ЭЗП_i = C_i / Ц_i$; 12. $ЭЗП = \sum_i V_i * C_i \Big/ \sum_i V_i * Ц_i$;

Таким образом, получены два варианта одной и той же модели, с помощью которых могут быть достигнуты разные цели. В первом случае каждые две и более последовательно расположенные формулы выражают связи и зависимости последующих расчетных показателей от предыдущих. Здесь зависимость расчетных показателей от исходных выражена косвенно через другие расчетные показатели. Во втором случае, все 12 расчетных показателей зависят от одних и тех же исходных. Взаимосвязи (зависимости) между расчетными показателями во втором случае разорваны. Однако здесь четко выражена зависимость каждого расчетного показателя от трех исходных.

Математически каждая формула в вышеприведенных моделях представляет собой функцию, левая часть которой выражает рассчитываемый показатель (зависимую переменную), а правая часть – задаваемые или независимые переменные. Особенность функций состоит в том, что, если заданы величины независимых переменных, то точно и однозначно можно рассчитать величину зависимой переменной. Поэтому модели, в которых все формулы математически представляют собой функции, принято называть функциональными моделями.

Экономико-математическая модель представляет практический интерес только в том случае, если она доведена до компьютерной реализации, т. е. разработана компьютерная модель. Если задача на выполнение прямых расчетов является разовой задачей, то нет необходимости составления для неё экономико-математической и компьютерной моделей. Их построение целесообразно в том случае, если задача является типовой задачей для различных экономических объектов или если она требует многократного решения для одного и того же объекта с разными исходными данными.

Покажем методику разработки компьютерной модели для вышеприведенной экономико-математической модели на расчет 12-ти показателей. Один из простейших вариантов такой модели можно разработать в MS Excel. Для этого в рабочем окне MS Excel требуется создать электронные компоненты: таблицы исходных данных (таблица 1.1) и для результатов (таблица 1.2). Затем в 1-ю ячейку 1-й строки таблицы 1.2 вводятся формулы (1, 2, 5, 7, 9, 11), используя адреса ячеек таблицы 1.

Таблица 1.1

Исходные данные для построения математической и компьютерной моделей по определению стоимостных показателей объемов и эффективности производства

№№	Наимен-е продукции	Объем, тонн	Цена, тыс.руб	Себ-ть, тыс.руб
		Vi	Цi	Ci
1	1-й вид	25,3	55,7	50,7
2	2-й вид	20,1	71,2	66,5
3	3-й вид	15,5	63,7	59,3
4	4-й вид	19,1	59,4	53,1
5	5-й вид	22,0	65,3	60,6
6	6-й вид	31,5	53,1	48,1
7	7-й вид	27,8	70,6	66,2
8	8-й вид	32,2	68,0	63,9
9	9-й вид	24,3	71,8	65,1
10	10-й вид	17,5	74,2	69,3

Таблица 1.2

Отчетная таблица, формируемая компьютерной моделью по расчету стоимостных показателей объемов производства и эффективности

Наименование	Ст-ть, тыс.руб.	Затраты, тыс.руб.	Прибыль, тыс.руб.	Рент-ть, %	ТП на 1 руб. затрат, руб.	Затраты на 1 руб. ТП, руб.
	$ТП_i$	**$ЗТ_i$**	**$П_i$**	**$Р_i$**	**$ЭТП_i$**	**$ЭЗТ_i$**
1-й вид	1409,2	1282,7	126,5	9,86	1,10	0,91
2-й вид	1431,1	1336,7	94,5	7,07	1,07	0,93
3-й вид	987,4	919,2	68,2	7,42	1,07	0,93
4-й вид	1134,5	1014,2	120,3	11,86	1,12	0,89
5-й вид	1436,6	1333,2	103,4	7,76	1,08	0,93
6-й вид	1672,7	1515,2	157,5	10,40	1,10	0,91
7-й вид	1962,7	1840,4	122,3	6,65	1,07	0,94

8-й вид	2189,6	2057,6	132,0	6,42	1,06	0,94
9-й вид	1744,7	1581,9	162,8	10,29	1,10	0,91
10-й вид	1298,5	1212,8	85,8	7,07	1,07	0,93
Итого	15267,0	14093,7	1173,3	8,33	1,08	0,92
	ТП	**ЗТ**	**П**	**Р**	**ЭТП**	**ЭЗТ**

Далее в строку «итого» таблицы 1.2 вводятся остальные шесть формул (3, 4, 6, 8, 10, 12).

Компьютерную модель можно создавать па примере нескольких наименований видов продукции. Применить ее можно для любого количества видов продукции. Для этого строки в таблице 1.1 доводятся до необходимого количества (пользуясь пунктами «Вставить...» или «Удалить...» контекстного меню). До соответствующего количества доводятся и строки в таблице 1.2.

При этом следует иметь ввиду, что строки для 1-го и последнего видов продукции и строку «итого» таблицы 1.2 нельзя удалять (наименования 1-го и последнего видов продукции, естественно, можно менять): ячейки 1-й строки для всех расчетных показателей содержат формулы, которые следует копировать в ячейки для всех остальных видов продукции; ячейки последней строки «итого» необходимы, чтобы автоматически перерассчитывались итоговые показатели.

Иными словами созданные в MS Excel таблицу 1.1, содержащую исходные данные, и таблицу 1.2 с введенными в ее ячейки формулами для автоматизации расчета аналитических показателей можно назвать таблицами-шаблонами (см. таблицы 1.3 и 1.4).

Особенностью вышеописанных экономико-математической и компьютерной моделей является возможность их расширения путем добавления в таблицу 1.1 новых исходных и новых расчетных показателей, а

Таблица 1.3

Таблица-шаблон для ввода исходных данных

№№	Наимен-е	Объем, тонн	Цена, тыс.руб	Себ-ть, тыс.руб
		V_i	$Ц_i$	C_i
1	1-й вид	V_1	$Ц_1$	C_1
…	…	…	…	…
10	10-й вид	V_{10}	$Ц_{10}$	C_{10}

также алгоритмов определения последних. Так, по данным таблицы 1.2 можно определить удельный вес каждого вида продукции в стоимости всей товарной продукции предприятия (в суммарных затратах).

Таблица 1.4

Таблица-шаблон для расчета сводных аналитических показателей предприятия

№№	Наиме-нование	Ст-ть, тыс.руб.	Затраты, тыс.руб.	Прибыль, тыс.руб.	Рент-ть, %	ТП на 1руб.затрат, руб.	Затраты на 1руб. ТП, руб.

		$ТП_i$	**$ЗТ_i$**	**$П_i$**	**$Р_i$**	**$ЭТП_i$**	**$ЭЗТ_i$**
1	1-й вид	$ТП_1$	$ЗТ_1$	$П_1$	$Р_1$	$ЭТП_1$	$ЭЗТ_1$
…	…	…	…	…	…	…	…
10	10-й вид	$ТП_{10}$	$ЗТ_{10}$	$П_{10}$	$Р_{10}$	$ЭТП_{10}$	$ЭЗТ_{10}$
	Итого	$\sum ТП_i$	$\sum ЗТ_i$	$\sum П_i$	$\sum Р_i$	$\sum ЭТП_i$	$\sum ЭЗТ_i$

Если имеются данные таблицы 1.1 за два года, то можно: во-первых, рассчитать по вышеописанной модели показатели таблицы 1.2 за каждый год; во-вторых, определить темпы изменения показателей второго года по сравнению с первым годом.

Глава 2. Математический инструментарий для оценки связей и зависимостей между показателями экономических объектов методом статистических группировок

2.1. Математическая и компьютерная модели для выявления и оценки связей и зависимостей между показателями экономических объектов методом статистических группировок

Одним из традиционных методов выявления и оценки связей и зависимостей в экономике является метод статистических группировок. Понятие группировка трактуется в разных публикациях по-разному. Приведем несколько из этих трактовок. В Большой Советской энциклопедии группировка представляет собой разбиение совокупности на группы (или объединение отдельных единиц в группы) по какому-либо признаку, или расчленение статистической совокупности на группы, однородные по какому-либо одному или нескольким признакам. В Большой Советской энциклопедии статистические группировки - это метод группировок, метод обработки и анализа статистических данных, при котором изучаемая совокупность явлений расчленяется на однородные по отдельным признакам группы и подгруппы.

В Большом энциклопедическом словаре группировками статистическими называется метод обработки и анализа статистических данных, при котором изучаемая совокупность явлений расчленяется на однородные по отдельным признакам группы подгруппы.

В сельскохозяйственном энциклопедическом словаре статические группы названы методом обработки данных статистического наблюдения, заключающийся в расчленении изучаемых совокупностей на качественно однородные группы по одному или нескольким признакам.

В новом экономическом словаре группировкой назван процесс образования групп единиц совокупности, однородных в каком-либо существенном отношении, а также имеющих одинаковые или близкие значения группированного признака.

Группировки делятся на типологические, структурные и аналитические. Типологическая группировка – это разделение совокупности объектов на однородные группы. Примером типологической группировки является группировка регионов по федеральным группам. Структурной называется группировка, в соответствии с которой совокупность объектов делится на группы, характеризующие её структуру по какому – либо варьирующему признаку. Примером такой группировки является разбиение регионов по объему валового регионального продукта (ВРП, млрд.руб.). Аналитической группировкой называется группировка, выявляющая взаимосвязи между показателями совокупности объектов. При этом показатели принято делить на результативные (зависимые) и факторные (независимые). Взаимосвязь (зависимость) проявляется в том, что с возрастанием величин факторного показателя возрастает (или убывают) величины результативного показателя. Примером аналитической группировки является разделение регионов на группы с целью выявления зависимости ВРП от стоимости основных фондов, численности занятых в экономике и объемов инвестиций. При этом совокупность регионов можно группировать по любому из четырех показателей, но целесообразнее по величине ВРП или численность занятых в экономике.

Один и тот же автор в одном абзаце даёт два определения группировки: а) группировка – это метод, при котором вся исследуемая совокупность разделяется на группы по какому-то существенному признаку; б) группировка представляет собой способ подразделения рассматриваемый совокупности данных на однородные по изучаемым признакам группы [10]

Цель группировки: а) изучение структуры совокупности; б) изучение взаимосвязей между отдельными элементами совокупности [10].

Группировки могут производиться по одному (простая группировка) или нескольким (сложная или комбинационная) признакам.

Интервал группировки – это значение варьирующего признака…; величина интервала – это разница между верхней (max) и нижний (min) границами (Xmax-Xmin); интервалы могут быть равными и разными [10].

От группировок следует отличать классификацию, которая является основой группировки. Классификацией называется систематизированное распределение явлений и объектов на определённые классы, группы, разряды на основе их сходства и различия [10]. Отличительная особенность классификации является то, что в основу её кладётся классификационный признак. Группировка позволяет обеспечивать первичное обобщение данных, представление их в более упорядоченном виде; позволяет делать вывод о структуре совокупности и о роли отдельных этой совокупности. Группировочные признаки могут иметь количественное выражение (например, объем ВРП, численность работников и др.), так и качественные (например, административно-управленческая, отраслевая принадлежность и др.).

При определении числа групп, как правило, учитываются задачи исследования. Их число будет зависеть от поставленных задач. [11]. Комбинационная группировка: группы, выделенные по одному признаку, затем выделяются в подгруппы по другому признаку, которые, в свою очередь, могут выделяться по следующему другому признаку. Например, группировка регионов по федеральным округам (1-й уровень), группировка по ВРП (2-й уровень).

Выбор числа групп зависит от объема совокупности. Многомерная группировка осуществляется по комплексу признаков одновременно [11].

Определение числа групп связано с понятием величины интервала: чем больше число групп, тем меньше величина интервала и наоборот. Интервал Х – разница между максимальным и минимальным значениями признака в каждой группе.

В статистической практике чаще применяются неравные интервалы (постепенно возрастающие или постепенно убывающие).

В статистической практике используются также специализированные интервалы (речь идёт об установлении границ интервалов в группах, схожих по типу и по признаку, но имеющих отношение, скажем к разным отраслям производства [11]. Результаты группировочного материала оформляются в виде таблицы. Статистическая таблица – это цифровое выражения итоговой характеристики всей наблюдаемой совокупности или её составных частей по одному или нескольким существенным признакам. Статистическая таблица содержит два элемента: подлежащее и сказуемое (запись и поле; строку и столбец). Подлежащее – перечень групп или единиц, составляющих исследуемую совокупность единиц наблюдения. Сказуемое – цифровые показатели, с помощью которых дается характеристика выделенных в подлежащем групп и единиц.

Различают простые, групповые и комбинационные таблицы. Групповые и комбинационные таблицы предназначены для научных целей и содержат средние и относительные величины на основе абсолютных. Групповая таблица – это таблица, где статистическая совокупность разбивается на отдельные группы. Комбинационная – это таблица, в которой подлежащее представляет собой группировку единиц совокупности по двум и более признакам [7,10].

Группировать – это значит расчленить совокупность данных на группы с целью изучения ее структуры и/или взаимосвязей между компонентами. В процессе группировки совокупность объектов распределяется на группы в соответствии со следующим принципом: различие между единицами, отнесенными к одной группе, должно быть меньше, чем различие между единицами, отнесенными к разным группам. Под группировкой в экономике принято понимать совокупность методов исследования, применяемая при анализе показателей для совокупности экономических объектов по их данным за какой-либо временной период путем их разбиения на группы по какому-либо признаку. Целью применения методов группировок является выявление влияния величин (или размеров) объектов на их показатели и эффективность производства. При этом методы и методики, применяемые для исследования и анализа объектов любой группы, не отличаются от методов и методик исследования и анализа любой совокупности объектов. Но главной целью при группировках является сравнение и оценка показателей разных групп одной совокупности объектов.

Различают группировки одно- и много уровневые, которые зависят от количества объектов исследуемой совокупности. Благодаря математическим модельным инструментариям и компьютерным технологиям обработки информации задачи выявления и оценки связей и зависимостей между показателями экономических объектов методом статистических группировок могут и должны получить широкое применение в науке и практике.

На примере пяти ключевых экономических показателей регионов России рассмотрим сущность и методику разработки модельно-компьютерного инструментария для проведения анализа использования ресурсов, выявления и оценки связей (зависимостей) между экономическими показателями методом статистических группировок. В качестве пяти ключевых экономических показателей регионов выбраны: валовой региональный продукт (ВРП, млрд.руб.), стоимость основных фондов (ОФ, млрд.руб.), численность занятых в экономике (Числ., тыс.чел.), объем инвестиций (Инвест., млрд.руб.) и объем затрат на информатизацию (ИТ-затр., млрд.руб.). Группировка нами проводится многоуровневая по данным 80-ти регионов России.

На первом уровне группировка проводится по территориально-административному признаку в разрезе федеральных округов. Целью группировки в экономике является, в первую очередь, сравнительный анализ групп по различным экономическим показателям. В таблице 2.1 приведены величины пяти вышеназванных показателей регионов в разрезе федеральных округов за 2015 г., анализ которых представляет важный научно-практический интерес для обоснования управленческих решений на федеральном уровне.

Таблица 2.1

Суммарные величины семи ключевых показателей регионов по федеральным округам по данным за 2015 г.

	Кол-во рег-в	**ВРП, млрд.руб.**	**Инвест., млрд.руб.**	**Числ., тыс.чел.**	**ОФ, млрд.руб.**	**ИТ-затр., млрд.руб.**
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
ЦФО	18	20820,6	3673,0	19008,3	47271	429,5
СЗФО	10	5914,8	1439,4	6750,2	16021	104,6
ЮФО	6	3920,3	1207,5	6161,2	9255	244,1
СКФО	7	1587,1	508,1	3464,1	3601	20,4
ПФО	14	9171,1	2447,6	14114,8	20928	126,7
УФО	4	8001,8	2514,1	6037,1	26777	128,3
СФО	12	6106,9	1382,8	9010,1	13146	83,4
ДВФО	9	3222,5	885,7	3267,5	9188	46,0
РФ	**80**	**58900,7**	**14555,9**	**67813,3**	**147430**	**1230,7**

Приведенные в таблице показатели являются абсолютными и сами по себе не представляют аналитического интереса. Но они являются чрезвычайно важной исходной информацией для анализа. Для проведения анализа исходной информации требуется выполнять различные расчеты и процедуры обработки информации, т.е. разработать алгоритм расчетов или математическую модель. Моделью можно назвать любую математическую формулу, предназначенную для получения новой информации на основе исходной. Но, с нашей точки зрения, модель – это совокупность взаимосвязанных формул, предназначенных для проведения анализа методом системного исследования предметной области.

Всевозможные методы применения, который позволяет получить максимальный объем новой аналитической информации, получил название «метод системного исследования».

Целью настоящего исследования является разработка модели получения новой аналитической информации на основе данных таблицы 2.1 традиционными методами экономики. Традиционными следует называть, с нашей точки зрения, методы анализа, разработанные в период ручных технологий обработки информации примерно до середины 20-го века.

В первом числовом столбце таблицы 2.1 приведено количество регионов, входящих в каждый федеральный округ. Следовательно, по таблице 2.1 можно рассчитать два важных показателя: удельный вес каждого федерального округа в каждом из 8-ми показателей, а также величины семи экономических показателей в расчете на один регион. По таблице 2.1 можно создать две новые аналитические таблицы: таблица 2.2 удельных весов регионов и таблица 2.3 величин показателей таблицы 2.1 в расчете на один регион в разрезе федеральных округов.

Таблица 2.2

Удельный вес федеральных округов в каждом из семи ключевых показателей регионов по данным за 2015 г.

	ВРП	**Инвест.**	**Числ.**	**ОФ**	**СФР**	**ИТ-затр.**
ЦФО	35,3	25,2	28,0	32,1	25,2	34,9
СЗФО	10,0	9,9	10,0	10,9	9,9	8,5
ЮФО	6,7	8,3	9,1	6,3	8,3	19,8
СКФО	2,7	3,5	5,1	2,4	3,5	1,7
ПФО	15,6	16,8	20,8	14,2	16,8	10,3
УФО	13,6	17,3	8,9	18,2	17,3	10,4
СФО	10,4	9,5	13,3	8,9	9,5	6,8
ДВФО	5,5	6,1	4,8	6,2	6,1	3,7
РФ	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**

Таблица 2.3

Величины семи ключевых показателей регионов по федеральным округам по данным за 2015 г. в расчете на один регион

	ВРП, млрд.руб.	**Инвест., млрд.руб.**	**Числ., тыс.чел.**	**ОФ, млрд.руб.**	**СФР, млрд.руб.**	**ИТ-затр., млрд.руб.**
ЦФО	1156,7	3673,0	1056,0	2626	204,1	23,9
СЗФО	591,5	1439,4	675,0	1602	143,9	10,5
ЮФО	653,4	1207,5	1026,9	1543	201,3	40,7
СКФО	226,7	508,1	494,9	514	72,6	2,9
ПФО	655,1	2447,6	1008,2	1495	174,8	9,1
УФО	2000,5	2514,1	1509,3	6694	628,5	32,1
СФО	508,9	1382,8	750,8	1096	115,2	7,0
ДВФО	358,1	885,7	363,1	1021	98,4	5,1
РФ	**736,3**	**14555,9**	**847,7**	**1843**	**181,9**	**15,4**

Запишем расчетные формулы и введем обозначения, необходимые для создания таблицы 2.2 и 2.3:

1. $U_{ij} = \frac{V_{ij}*100}{V_j}$; 2. $V_{ij} = \frac{V_{ij}}{N_i}$; 3. $V_j = \sum_i V_{ij}$; 4. $V_j = \frac{V_j}{N}$; 5. $N = \sum_i N_i$,

где V_{ij} – величина j-го показателя (j=$\overline{1,7}$) по i–му федеральному округу (i=$\overline{1,8}$); V_j - суммарная величина j-го показателя по всем федеральным округам (или по стране в целом); N_i – количество регионов, входящих в каждый федеральный округ; U_{ij} – удельный вес i-го федерального округа (%) в j-м показателе по стране в целом; V_{ij} - величина j-го показателя в расчете на один регион по i-му федеральному округу.

По таблице 2.2 можно: во-первых, определить место каждого федерального округа в каждом из показателей; во-вторых, сравнивая удельные веса в разных показателях можно судить о наличии взаимосвязей между показателями. Отметим, что для любого показателя из таблиц 2.1 и/или 2.2 можно строить диаграмму, наглядно показывающую место ФО в показателях. Напомним, что любой график, в т.ч. диаграмма считается моделью.

По таблице 2.3 можно провести сравнительный анализ средних размеров регионов по федеральным округам между собой, а также федеральных округов по отношению к средним величинам на один регион по стране в целом. По данным таблицы 2.3 можно строить графики парных зависимостей ВРП и СФО от каждого из трех ресурсов (см.приложения 1 и 2 (рис.1.1 и рис.1.2)).

Графики на рис. 1.1 и 1.2 (см. приложения 1 и 2) показывают наличие корреляционной зависимости ВРП (Y, млрд. руб.) от каждого из трех ресурсов: стоимости основных фондов (K, млрд. руб.), численности занятых в экономике (L, тыс. чел.), инвестиций (I, млрд. руб.) и затрат на информатизацию (IT, млрд. руб.).

Количество регионов входящий в каждый федеральный округ различно; их количество по федеральным округам составляет от 4-х (Уральский федеральный округ) до 18-ти (Центральный федеральный округ). Группировку второго уровня проведем на примере регионов Центрального федерального округа.

В соответствии с теорией группировок на группы можно разбить совокупность объектов от двух и более. С нашей точки зрения, на практике применение метода группировок целесообразно, если количество объектов в совокупности составляет пять и более.

Регионы каждого федерального округа России близки между собой по природно-климатическим условиям. Однако они существенно различаются по экономическим показателям. Поэтому вполне оправдана необходимость сравнительного анализа регионов каждого федерального округа методом группировок по экономическому признаку. Покажем это на примере регионов Центрального федерального округа, включающего в свой состав наибольшее их количество (18-ть регионов).

В таблице 2.4 приведены величины семи основных показателей за 2015 г. Любой из показателей этой таблицы можно принять в качестве группировочного показателя, но они различны с точки зрения относительной приемлемости. Более предпочтительнее, с нашей точки зрения, ВРП (ключевой результативный показатель) и численность занятых в экономике (ключевой ресурсный показатель экономики). В качестве группировочного признака нами принят объем ВРП (млрд.руб.).

Таблица 2.4

Величины семи ключевых показателей регионов
по регионам Центрального федерального округа по данным за 2015 г.

		ВРП, млрд.руб.	**Инвест., млрд.руб.**	**Числ., тыс.чел.**	**ОФ, млрд.руб.**
1	Белгородская обл.	619,4	146,4	699,1	1152
2	Брянская область	243,0	61,7	533,6	572
3	Владимирская обл.	327,9	80,5	695,7	650
…	…	…	…	…	…
16	Тульская обл.	408,5	105,6	749,9	858
17	Ярославская обл.	388,1	69,1	627,4	1025
18	г. Москва	12808,6	1611,5	6778,4	28890
	ЦФО	**20820,6**	**3673,0**	**19008,3**	**47271**
	РФ	**58900,7**	**14555,9**	**67813,3**	**147430**
		СФР, млрд.руб.	**Пром., млрд.руб.**	**Сельх., млрд.руб.**	
1	Белгородская обл.	81,7	645,1	218,1	
2	Брянская область	13,1	175,4	74,8	
3	Владимирская обл.	31,8	396,7	37,7	
…	…	…	…	…	…
16	Тульская обл.	60,5	539,4	53,7	
17	Ярославская обл.	12,3	316,7	33,6	
18	г. Москва	2631,8	5496,5	9,4	
	ЦФО	3363,1	**12618,3**	**1322,9**	
	РФ	**14555,9**	**47969,6**	**5037,2**	

Таким образом, группировка начинается: с формирования исходной совокупности данных (таблица 2.4 с величинами семи экономических показателей по 18-ти регионам ЦФО) и с выбора показателя в качестве группировочного показателя (ВРП, млрд.руб.). Чтобы разбить совокупность объектов на группы их следует упорядочить, т.е. расположить в порядке возрастания или убывания показателя, принятого в качестве группировочного показателя.

В таблице 2.5 приведены данные таблицы 2.4, расположенные в порядке возрастания ВРП. Создание упорядоченной таблицы можно назвать третьим шагом разбиения совокупности объектов на группы. Прежде чем разбивать совокупность объектов на группы целесообразно, с нашей точки зрения, создать по данным таблицы 2.4 (или таблицы 2.5) еще одну важную аналитическую таблицу с показателями эффективности и уровня технического развития (см. таблицу 2.6).

Таблица 2.5

Величины семи ключевых показателей регионов
по регионам Центрального федерального округа по данным за 2015 г., упорядоченные по величине ВРП

		ВРП, млрд.руб.	**Инвест., млрд.руб.**	**Числ., тыс.чел.**	**ОФ, млрд.руб.**
7	Костромская обл.	146,3	26,2	299,8	7
5	Ивановская обл.	151,1	25,7	487,5	5
11	Орловская обл.	179,8	52,3	386,8	11
…	…	…	…	…	…
4	Воронежская обл.	709,1	263,6	1055,3	4
10	Московская обл.	2705,6	640,3	3040,5	10
18	г. Москва	12808,6	1611,5	6778,4	18
	ЦФО	**20820,6**	**3673,0**	**19008,3**	**47271**
	РФ	**58900,7**	**14555,9**	**67813,3**	**147430**
		СФР, млрд.руб.	**Пром., млрд.руб.**	**Сельх., млрд.руб.**	
7	Костромская обл.	8,3	133,1	22,2	
5	Ивановская обл.	0,0	111,6	17,3	
11	Орловская обл.	16,8	113,5	64,4	
…	…	…	…	…	
4	Воронежская обл.	47,0	408,3	200,2	
10	Московская обл.	223,0	2102,4	109,6	
18	г. Москва	2631,8	5496,5	9,4	
	ЦФО	3363,1	**12618,3**	**1322,9**	
	РФ	**14555,9**	**47969,6**	**5037,2**	

Таблица 2.6

Величины показателей эффективности и уровня технического развития регионов Центрального федерального округа к средним их значениям по округу по данным за 2015 г.

		Пт, тысс.руб.	**Ио, руб.**	**Фо, руб.**	**Рф,%**
		1	2	3	4
		эффективность			
1	Костромская область	488,0	5,584	0,405	2,299
2	Ивановская область	309,9	5,879	0,292	0,006
3	Орловская область	464,8	3,438	0,456	4,262
…	…	…	…	…	…
16	Воронежская область	671,9	2,690	0,575	3,807
17	Московская область	889,9	4,226	0,446	3,672
18	г. Москва	1889,6	7,948	0,443	9,110
	Итого	**1095,3**	**5,668**	**0,440**	**7,114**

продолжение таблица 2.6

		пром/ВРП, руб.	сельх/ВРП, руб.	Фв, тыс.руб.	Ив, тыс.руб.
		5	6	7	8
				уровня тех.развития	
1	Костромская область	0,910	0,152	1204,1	87,4
2	Ивановская область	0,738	0,114	1060,5	52,7
3	Орловская область	0,631	0,358	1018,6	135,2
…	…	…	…	…	…
16	Воронежская область	0,576	0,282	1169,3	249,8
17	Московская область	0,777	0,041	1997,4	210,6
18	г. Москва	0,429	0,001	4262,1	237,7
	Итого	**0,606**	**0,064**	**2486,9**	**193,2**

Прежде чем разбивать совокупность объектов на группы требуется выполнить еще один шаг (четвертый): исключить из рассмотрения, так называемые аномальные наблюдения, т.е. объекты (регионы), показатели, которых по различным причинам (объективного, субъективного или иного характера) резко отличаются от показателей основной части объектов. В нашем случае, анализируя данные таблицы 2.4, легко заметить, что величина ВРП по четырем регионам значительно выше, чем по остальным 14-ти регионам. Так, величина ВРП по Белгородской и Воронежской областям составляет 620 и 710 млрд.руб. соответственно против 560 млрд.руб. по Тульской области, занимающей 14-е место. По Московской области и г. Москве величины ВРП больше, чем в Тульской области в 5 и 23 раза соответственно. Поэтому четыре крупных региона нами исключены из рассмотрения. Это не означает, что исключенные регионы не следует анализировать. Их можно и следует анализировать отдельно от остальных 14-ти регионов.

Таким образом, на группы следует разбить 14 регионов, т.е. создать таблицу без Белгородской, Воронежской и Московской областей и г. Москвы.

Последующие шаги, которые должны быть сделаны при разбиении совокупности объектов на группы, достаточно подробно описаны в учебной литературе по статистике и эконометрике: 5 шаг – определение количества групп; 6 шаг – нахождение длины интервала для всей совокупности; 7 шаг – определение интервала значений по группировочному показателю для каждой группы и т.д. Выполним применительно к таблице 8 для 14 регионов перечисленные шаги от 5-го до 7-го и далее:

- 5-й шаг - согласно формулам Стерджесса при количестве объектов от 12 до 21 совокупность объектов следует разбить на пять групп;

- 6-й шаг – длину всего интервала принято рассчитывать по формуле X_{max}–X_{min}, а межгрупповой длины $\frac{X_{max}-X_{min}}{N}$, где X_{max}, X_{min} – максимальное и минимальное значения показателя принятого за группировочный признак, N – количество групп, на которое требуется разбить совокупность объектов. По 14 регионов ЦФО минимальная величина ВРП составляет 146 млрд. руб. (по

Костромской области), а максимальная – 562 млрд. руб. (по Тульской области). Тогда (X_{max} – X_{min})/N составит (562-146)/5≈83 млрд.руб.;

- 7-й шаг – определение интервала значений по ВРП для каждой из пяти групп; для 1-й группы этот интервал = X_{min}+83, для 2-й группы = X_{min}+2*83 и т.д.

В нашем случае эти интервалы составляют:

для 1-й группы до 229 млрд. руб.;

для 2-й группы от 230 до 312 млрд. руб.;

для 3-й группы от 313 до 395 млрд. руб.;

для 4-й группы от 396 до 478 млрд. руб.;

для 5-й группы 479 млрд. руб. и более.

Следующий 8-й шаг можно назвать ключевым (центральным) шагом группировки, который предусматривает создание таблицы 2.7, которую целесообразно назвать «Величины ключевых показателей по группам Центрального федерального округа за 2015 г.».

Таблица 2.7

Величины ключевых показателей по группам регионов Центрального ФО за 2015 г.

		ВРП, млрд.руб.	Инвест., млрд.руб.	Числ., тыс.чел.	ОФ, млрд.руб.
	2015	1	2	3	4
	1-я г руппа				
1	Костромская область	146,3	26,2	299,8	361
2	Ивановская область	151,1	25,7	487,5	517
3	Орловская область	179,8	52,3	386,8	394
	2-я г руппа				
4	Смоленская область	234,7	59,9	482,4	716
5	Брянская область	243,0	61,7	533,6	572
6	Тамбовская область	275,8	122,5	502,2	709
7	Рязанская область	297,3	54,1	494,1	749
8	Курская область	297,4	70,4	567,1	664
9	Тверская область	307,4	74,2	575,5	988
	3-я г руппа				
10	Калужская область	324,9	92,5	490,8	722
11	Владимирская обл.	327,9	80,5	695,7	650
12	Ярославская область	388,1	69,1	627,4	1025
	4-я г руппа				
13	Липецкая область	395,7	116,6	542,3	998
	5-я г руппа				
14	Тульская область	562,8	105,6	749,9	858

продолжение таблицы 2.7

		СФР, млрд.руб.	Пром., млрд.руб.	Сельх., млрд.руб.
	2015	5	6	7
	1-я г руппа			
1	Костромская область	8,3	133,1	22,2
2	Ивановская область	0,0	111,6	17,3
3	Орловская область	16,8	113,5	64,4
	2-я г руппа			
4	Смоленская область	16,9	218,9	23,4
5	Брянская область	13,1	175,4	74,8
6	Тамбовская область	44,7	137,7	124,2
7	Рязанская область	22,9	252,2	54,0
8	Курская область	53,1	246,0	112,8
9	Тверская область	-1,2	268,9	31,8
	3-я г руппа			
10	Калужская область	6,3	496,3	36,7
11	Владимирская обл.	31,8	396,7	37,7
12	Ярославская область	12,3	316,7	33,6
	4-я г руппа			
13	Липецкая область	94,1	559,6	99,0
	5-я г руппа			
14	Тульская область	60,5	539,4	53,7

Регионы ЦФО разбиты на группы. Однако аналитическая работа по группам регионов еще не начата.

Девятый шаг завершает разбиение на группы и является началом (1-м шагом) последующего анализа. Этот шаг состоит в определении суммарных величин всех показателей и создании таблицы 2.10. Сама по себе таблица 2.8 также не является аналитической. Но на ее основе формируются все последующие аналитические таблицы.

По данным таблицы 2.8 можно и следует создать в первую очередь, две аналитические таблицы: таблица 2.9 удельных весов каждой из пяти групп регионов в суммарных показателях всех 14 регионов; таблица 2.10 средних величин показателей каждой группы.

Таблица 2.8

Суммарные величины ключевых показателей по группам регионов Центрального ФО за 2015 г.

	ВРП, млрд.руб.	Инвест., млрд.руб.	Числ., тыс.чел.	ОФ, млрд.руб.
1-я г руппа	477,2	104,2	1174,1	1272,0
2-я г руппа	1655,6	442,8	3154,9	4398,0
3-я г руппа	1040,9	242,1	1813,9	2397,0
4-я г руппа	395,7	116,6	542,3	998
5-я г руппа	562,8	105,6	749,9	858
Итого	**4132,2**	**1011,3**	**7435,1**	**9923**
Итого по ЦФО	**31274,9**	**6179,4**	**37223,7**	**71639**

продолжение таблицы 2.8

	СФР, млрд.руб.	Пром., млрд.руб.	Сельх., млрд.руб.	
1-я г руппа	25,1	358,2	103,8	
2-я г руппа	149,5	1299,1	420,9	
3-я г руппа	50,4	1209,7	108,0	
4-я г руппа	94,1	559,6	99,0	
5-я г руппа	60,5	539,4	53,7	
Итого	**379,6**	**3966,0**	**785,5**	
Итого по ЦФО	**4354,1**	**22671,7**	**3243,5**	

Таблицы 2.9 и 2.10 являются аналогичными таблице 2.7.

По таблице 2.7 можно создать и еще одну важную аналитическую таблицу показателей эффективности и технического развития (см.таблица 2.11).

Таблица 2.9

Удельный вес групп регионов Центрального ФО в величинах ключевых показателей по данным за 2010 и 2015 гг., в процентах

Центр.ФО		ВРП	Инвест	Числ.	ОФ	СФР	Пром
1-я г руппа	3	11,55	10,30	15,79	12,82	6,61	9,03
2-я г руппа	6	40,07	43,79	42,43	44,32	39,38	32,76
3-я г руппа	3	25,19	23,94	24,40	24,16	13,28	30,50
4-я г руппа	1	9,58	11,53	7,29	10,06	24,79	14,11
5-я г руппа	1	13,62	10,44	10,09	8,65	15,94	13,60
Итого	**14**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**
Итого	14	13,21	16,37	19,97	13,85	8,72	17,49
Итого по ЦФО	**18**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**	**100,00**

Таблица 2.10

Средние величины ключевых показателей по группам регионов Центрального ФО за 2015 г.

	ВРП, млрд.руб.	Инвест., млрд.руб.	Числ., тыс.чел.	ОФ, млрд.руб.
1-я г руппа	159,1	34,7	391,4	424
2-я г руппа	275,9	73,8	525,8	733
3-я г руппа	347,0	80,7	604,6	799
4-я г руппа	395,7	116,6	542,3	998
5-я г руппа	562,8	105,6	749,9	858
Итого	**295,2**	**72,2**	**531,1**	**709**
Итого по ЦФО	**1042,5**	**206,0**	**1240,8**	**2388**

продолжение таблицы 2.10

	СФР, млрд.руб.	Пром., млрд.руб.	Сельх., млрд.руб.	
1-я г руппа	8,4	119,4	34,6	
2-я г руппа	24,9	216,5	70,2	
3-я г руппа	16,8	403,2	36,0	
4-я г руппа	94,1	559,6	99,0	
5-я г руппа	60,5	539,4	53,7	
Итого	**27,1**	**283,3**	**56,1**	
Итого по ЦФО	**145,1**	**755,7**	**108,1**	

Таблица 2.11

Величины показателей эффективности и уровня технического развития в разрезе групп регионов Центрального ФО по данным за 2010 и 2015 гг.

	Пт, тыс.руб.	Ио, руб.	Фо, руб.	Рф,%
1-я г руппа	406,4	4,58	0,38	1,97
2-я г руппа	524,8	3,74	0,38	3,40
3-я г руппа	573,8	4,30	0,43	2,10
4-я г руппа	729,7	3,39	0,40	9,43
5-я г руппа	750,5	5,33	0,66	7,05
Итого	**555,8**	**4,09**	**0,42**	**3,83**
Итого по ЦФО	**840,2**	**5,06**	**0,44**	**6,08**
	пром/ ВРП,руб.	сельх/ ВРП, руб.	Фв, тыс.руб.	Ив, тыс.руб.
1-я г руппа	0,75	0,22	1083,4	8,87
2-я г руппа	0,78	0,25	1394,0	14,04
3-я г руппа	1,16	0,10	1321,5	13,35
4-я г руппа	1,41	0,25	1840,3	21,50
5-я г руппа	0,96	0,10	1144,2	14,08
Итого	**0,96**	**0,19**	**1334,6**	**13,60**
Итого по ЦФО	**0,72**	**0,10**	**1924,6**	**16,60**

В свою очередь, по таблице 2.11 целесообразно создать таблицу 2.12 коэффициентов относительности.

Таблица 2.12

Коэффициенты отношений величин показателей эффективности и уровня технического развития групп регионов Центрального ФО к средним их значениям по округу по данным за 2015 гг.

	Пт, тыс.руб.	Ио, руб.	Фо, руб.	Рф,%
1-я г руппа	0,731	1,121	0,901	0,516
2-я г руппа	0,944	0,915	0,904	0,889
3-я г руппа	1,033	1,052	1,043	0,550
4-я г руппа	1,313	0,831	0,952	2,465
5-я г руппа	1,350	1,304	1,575	1,843
Итого	**1,000**	**1,000**	**1,000**	**1,000**
Итого по ЦФО	**1,512**	**1,239**	**1,048**	**1,589**

продолжение таблицы 2.12

	пром/ ВРП, руб.	сельх/ ВРП, руб.	Фв, тыс.руб.	Ив, тыс.руб.
1-я г руппа	0,782	1,144	0,812	0,652
2-я г руппа	0,818	1,337	1,045	1,032
3-я г руппа	1,211	0,546	0,990	0,981
4-я г руппа	1,473	1,316	1,379	1,581
5-я г руппа	0,999	0,502	0,857	1,035
Итого	**1,000**	**1,000**	**1,000**	**1,000**
Итого по ЦФО	**0,755**	**0,546**	**1,442**	**1,220**

Сформируем математическую модель, обеспечивающую выполнение всех расчетов и процедур обработки информации.

Математическая модель для группировки 2-го уровня (по величине ВРП для регионов ЦФО)

1. Формулы Стерджесса N=…, $k=(X_{max} - X_{min})/N$
2. Упорядочение (расположенные в порядке возрастания ВРП) и исключение аномальных наблюдений
3. Определение интервалов для групп $X_{min}+k$; $X_{min}+2*k$; $X_{min}+3*k$; …; $X_{min}+n*k$, где $n = \overline{1, N}$
4. Разбиение объектов на группы $k=(X_{max} - X_{min})/N$
5. $\sum_p V_{ijp}$, V_{ijp} – величина j-го показателя по i-му объекту p-й группы
6. $\text{Ср. знач.} = \frac{\sum V_{ijp}}{n_p}$, где n_p–количество объектов в p-й групп
7. Удельный вес
8. Показатели эффективности и технического развития
9. Коэффициенты для средних
10. Коэффициенты для показателей эффективности и технического развития.

Анализ пяти групп регионов ЦФО сгруппированных по величине ВРП показал следующее их распределение: 1-группа - три региона, 2-я группа 6 регионов, 3-я группа - три региона и 4-я, 5-я группы по одному региону.

Иными словами, разбиение этих групп (2-го уровня группировки) на группы следующего третьего уровня целесообразно только для регионов 2-й группы. Перечень этих регионов и их показатели приведены в таблице 2.13.

Многоуровневую группировку можно проводить как по одному и тому же, так и по разным группированным признакам. На 2-м уровне группировки для регионов ЦФО нами был выбран в качестве группировочного признака ВРП.

На третьем уровне группировки для 6-ти регионов с величиной ВРП от 235 до 307 млрд.руб. нами в качестве группировочного признака принята численность данных в экономике (максимальная величина составляет 575, а минимальная 482 тыс.)

Таблица 2.13

Величины семи ключевых показателей регионов по 6-ти регионам Центрального федерального округа с величиной ВРП от 234 до 307 млрд.руб. (2-я группа 2-го уровня группировки) по данным за 2015 г

		ВРП, млрд.руб.	Инвест., млрд.руб.	Числ., тыс.чел.	ОФ, млрд.руб.	СФР, млрд.руб.	Пром., млрд.руб.	Сельх., млрд.руб.
1	Смоленская обл.	234,7	59,9	482,4	716	16,9	218,9	23,4
2	Брянская обл.	243,0	61,7	533,6	572	13,1	175,4	74,8
3	Тамбовская обл.	275,8	122,5	502,2	709	44,7	137,7	124,2
4	Рязанская обл.	297,3	54,1	494,1	749	22,9	252,2	54,0
5	Курская обл.	297,4	70,4	567,1	664	53,1	246,0	112,8
6	Тверская обл.	307,4	74,2	575,5	988	-1,2	268,9	31,8
	суммарные	**1655,6**	**442,8**	**3154,9**	**4398,0**	**149,5**	**1299,1**	**420,9**
	срзнач	**275,9**	**73,8**	**525,8**	**733,0**	**24,9**	**216,5**	**70,2**

Нет необходимости подробно расписывать методику разбиения 6-ти регионов на группы 3-го уровня.

Методика выполняемых шагов по разбиению объектов на группы не зависит ни от количества объектов, ни от количества уровней группировки, ни от выбираемого группировочного признака.

Поэтому здесь приведены лишь таблицы, сформированные в процессе группировки.

Данные таблицы 2.14 характеризует количество групп и их интервалы по группировочному признаку (по численности занятых в экономике).

Таблица 2.14

Перечень регионов, их количество и интервалы по группировочному признаку (численности занятых в экономике)

	Кол-во рег-в	Интервал числ-ти занятых, тыс. чел.
1-группа	3	до 505
2-группа	0	506-528
3-группа	1	529-551
4-группа	2	552 и более
Итого	**6**	**482-575**

В таблице 2.15 приведены показатели 6-ти регионов в разрезе групп 3-го уровня, а также их суммарные и средние величины; при этом регионы размещены в порядке возрастания по численности занятых в экономике.

По таблице 2.15, выступающей в качестве исходной, созданы таблицы 2.16 и 2.17: в таблице 2.16 содержатся данные, характеризующие удельные веса, а в таблице 2.17 - величины показателей эффективности и уровня технического развития.

Таблица 2.15

Величины семи ключевых показателей регионов по 6-ти регионам Центрального федерального округа с величиной ВРП от 234 до 307 млрд.руб. (2-я группа 2-го уровня группировки) по данным за 2015 г., упорядоченные по численности занятых в экономике

		ВРП, млрд.руб.	Инвест., млрд.руб.	Числ., тыс.чел.	ОФ, млрд.руб.	СФР, млрд.руб.	Пром., млрд.руб.	Сельх., млрд.руб.
	2-я г руппа							
1	Смоленская обл.	234,7	59,9	482,4	716	16,9	218,9	23,4
2	Рязанская обл.	297,3	54,1	494,1	749	22,9	252,2	54,0
3	Тамбовская обл.	275,8	122,5	502,2	709	44,7	137,7	124,2
4	Брянская обл.	243,0	61,7	533,6	572	13,1	175,4	74,8
5	Курская обл.	297,4	70,4	567,1	664	53,1	246,0	112,8
6	Тверская обл.	307,4	74,2	575,5	988	-1,2	268,9	31,8
	суммарное	**1655,6**	**442,8**	**3154,9**	**4398,0**	**149,5**	**1299,1**	**420,9**
	срзнач	**275,9**	**73,8**	**525,8**	**733,0**	**24,9**	**216,5**	**70,2**

Таблица 2.16

Удельные веса регионов группы из 6-ти Центрального федерального округа в семи ключевых показателях по данным за 2015 г., %

		ВРП	**инвест**	**числ**	**ОФ**	СФР	пром	сельх
	2-я г руппа							
1	Смоленская обл.	14,2	13,5	15,3	16,3	11,3	16,9	5,6
2	Рязанская обл.	18,0	12,2	15,7	17,0	15,3	19,4	12,8
3	Тамбовская обл.	16,7	27,7	15,9	16,1	29,9	10,6	29,5
4	Брянская обл.	14,7	13,9	16,9	13,0	8,7	13,5	17,8
5	Курская обл.	18,0	15,9	18,0	15,1	35,5	18,9	26,8
6	Тверская обл.	18,6	16,8	18,2	22,5	-0,8	20,7	7,6
	Итого	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**	**100,0**

Таблица 2.17

Величины показателей эффективности и уровня технического развития группы из 6-ти регионов Центрального федерального округа по данным за 2015 г.

	Пт, тысс.руб.	**Ио, руб.**	**Фо, руб.**	**Рф,%**	**пром/ВРП, руб.**	**сельх/ВРП, руб.**	**Фв, тыс.руб.**	**Ив, тыс.руб.**
	эффективность						уровня тех.развития	
1	486,5	3,918	0,328	2,366	0,933	0,100	1484,2	124,2
2	601,7	5,495	0,397	3,051	0,848	0,182	1515,9	109,5
3	549,2	2,251	0,389	6,298	0,499	0,450	1411,8	243,9
4	455,4	3,938	0,425	2,286	0,722	0,308	1072,0	115,6
5	524,4	4,224	0,448	7,999	0,827	0,379	1170,9	124,1
6	534,1	4,143	0,311	-0,117	0,875	0,103	1716,8	128,9
	524,8	**3,739**	**0,376**	**3,399**	**0,785**	**0,254**	**1394,0**	**140,4**

И, наконец, по данным таблиц 2.15 и 2.17 составлены таблицы 2.18 и 2.19 коэффициентов относительности. Возможны и другие подходы к группировке регионов России (80 регионов). Правомерен подход деления всех регионов (80) на три группы малые, средние и крупные: количество

Таблица 2.18

Коэффициенты отношений величин семи ключевых показателей группы из 6-ти регионов Центрального федерального округа к средним их значениям по этой группе по данным за 2015 г.

		ВРП	**инвест**	**числ**	**ОФ**	СФР	пром	сельх
	2-я г руппа							
1	Смоленская обл.	0,85	0,81	0,92	0,98	0,68	1,01	0,33
2	Рязанская обл.	1,08	0,73	0,94	1,02	0,92	1,16	0,77
3	Тамбовская обл.	1,00	1,66	0,96	0,97	1,79	0,64	1,77
4	Брянская обл.	0,88	0,84	1,01	0,78	0,52	0,81	1,07
5	Курская обл.	1,08	0,95	1,08	0,91	2,13	1,14	1,61
6	Тверская обл.	1,11	1,01	1,09	1,35	-0,05	1,24	0,45
	срзнач	**1,00**	**1,00**	**1,00**	**1,00**	**1,00**	**1,00**	**1,00**

Таблица 2.19

Коэффициенты отношений показателей эффективности и уровня технического развития группы из 6-ти регионов Центрального федерального округа по данным за 2015 г.

	Пт	**Ио**	**Фо.**	**Рф**	**пром/ВРП**	**сельх/ВРП**	**Фв**	**Ив**
	эффективность						уровня тех.развития	
1	0,93	1,05	0,87	0,70	1,19	0,39	1,06	0,88
2	1,15	1,47	1,05	0,90	1,08	0,71	1,09	0,78
3	1,05	0,60	1,03	1,85	0,64	1,77	1,01	1,74
4	0,87	1,05	1,13	0,67	0,92	1,21	0,77	0,82
5	1,00	1,13	1,19	2,35	1,05	1,49	0,84	0,88
6	1,02	1,11	0,83	-0,03	1,11	0,41	1,23	0,92
	1,00	**1,00**	**1,00**	**1,00**	**1,00**	**1,00**	**1,00**	**1,00**

регионов в группах может быть одним и тем же или разным. Нами выбран подход: деление на равное количество (27, 27 и 26).

Цель исследования провести анализ особенностей групп регионов по четырем ключевым экономическим показателям (ВРП, ОФ, числ., инвест.).

В таблице 2.20 приведены суммарные и средние арифметические величины четырех рассматриваемых показателей в разрезе четырёх групп. Суммарные величины сами по себе не являются аналитическими. По средним величинам на один регион можно провести предварительный анализ соотношений четырех рассматриваемых показателях в разрезе групп регионов.

Анализ данных таблицы 2.20 показывает, что по всем четырем показателям трех групп регионов они соответствуют своим названиям: малые в разы меньше средних, а среднее в разы меньше крупных.

Таблица 2.20

Суммарные и средние величины ключевых социально-экономических показателей по регионам России, сгруппированным по величине ВРП на три группы (27; 27 и 26) по данным за 2017 г.

	ВРП, млрд.руб.	**ОФ, млрд.руб.**	**числ. работ, тыс.чел.**	**инвест, млрд.руб.**
Сумма				
1-я группа	**4150,0**	**11334**	7346,5	926,8
2-я группа	**11773,9**	**32697**	16923,7	3041,6
3-я группа	**52694,6**	**137046**	46765,2	11772,8
Итого	**69254,1**	**183404**	**72065,2**	**15967,0**
срзнач				
1-я группа	153,7	420	272,1	34,3
2-я группа	436,1	1211	626,8	112,7
3-я группа	2026,7	5271	1798,7	452,8
Итого	**865,7**	**2293**	**900,8**	**199,6**

Главный показатель ВРП. Если рост ВРП выше, чем рост ресурса, то более крупный регион использует ресурсы лучше. Согласно величинам коэффициентов относительности в третьей группе регионов все три ресурса используются эффективно.

2.2. Сравнительная оценка эффективности использования ресурсов и уровня технического развития различных групп экономических объектов

Более определённо уровень эффективности использования ресурсов можно выявить по показателям эффективности их использования, к которым относятся производительность труда, фондоотдача и инвестиционноотдача (таблица 2.21).

Таблица 2.21

Величины показателей эффективности и уровня технического развития регионов России, сгруппированных по величине ВРП за 2017 г. на три группы (27; 27 и 26 регионов) и коэффициенты, выражающие их отношения к средним величинам по стране.

	Пт, тыс.руб.	**Фо, руб.**	**Ио, руб.**	**Фв, тыс.руб.**	**Ив, тыс.руб.**
1-я группа	564,9	0,366	4,478	1542,8	126,2
2-я группа	695,7	0,360	3,871	1932,0	179,7
3-я группа	1126,8	0,385	4,476	2930,5	251,7
Итого	**961,0**	**0,378**	**4,337**	**2545,0**	**221,6**
	коэффициенты отношений к средним величинам по стране				
1-я группа	0,59	0,97	1,03	0,61	0,57
2-я группа	0,72	0,95	0,89	0,76	0,81
3-я группа	1,17	1,02	1,03	1,15	1,14
Итого	**1,00**	**1,00**	**1,00**	**1,00**	**1,00**

По показателям эффективности можно сформулировать ряд выводов:

- по производительности труда (показатель, характеризующий эффективность использования трудовых ресурсов- численности занятых в экономике) разница между группами существенна, особенно по третьей группе, которая в два раза выше, чем по первой группе и в 1,6 раза больше, чем по второй;
- по фондоотдаче (показатель, характеризующий эффективность использования основных фондов) эффективность использования основных фондов по регионам 1-й и 2-й групп (1 уровня группировки) примерно равна, по третьей группе- она незначительно выше;
- инвестиционноотдача (показатель эффективности использования инвестиций) в первом и третьем группах регионов примерно равны, а по второй группе - заметно ниже.

Эффективность использования ресурсов в существенной степени зависит от уровня технического развития, который можно определить по величинам объемов ресурсов, в частности, фондовооружённость труда (определяемый как отношение стоимости основных фондов к численности занятых в экономике) и инвестиционновооруженность труда (отношения инвестиции к численности занятых в экономике). Величины фондовооруженности и инвестиционновооруженности труда приведены в той же таблице.

Если относительная разница по показателям эффективности выше, чем по уровню технического развития, что технический уровень считается эффективным. В нашем случае относительные коэффициенты производительности труда выше относительных коэффициентов фондовооруженности только по 3-й группе регионов.

Сравнение коэффициентов относительности показателей инвестиционноотдачи (показатель эффективности) и инвестициионно-вооруженности (показатель уровня технического развития) показывает относительную эффективность использования инвестиций регионами первой и второй групп.

Перейдем к анализу показателей для группировок второго уровня. Напомним, что на первом уровне все регионы разделены на три группы по величине ВРП на равное их количество (27 малых, 27 средних и 26 крупных). На втором уровне группировки каждая из трех групп разделены на шесть групп по методике Стерджеса. В качестве группового признака принят ВРП. Приводить величины исходных показателей и результаты промежуточных расчетов нет необходимости. Отметим, что все расчёты выполнены на ПЭВМ в MS Excel.

Данные о распределении регионов на группы на втором уровне группировки приведены в таблице 2.22: межинтервалы и количество регионов каждой группе. Отметим особенности распределения регионов по группам второго уровня группировки (см. таблицу 2.23).

Таблица 2.22

	27 малых рег.		27 средних рег.		26 крупных рег.	
	ВРП, млрд.руб.	кол-во	ВРП, млрд.руб.	кол-во	ВРП, млрд.руб.	кол-во
max	46,1		285,9		655,0	
min	262,8		651,9		1978,0	
(max-min)/2	36,1		61,0		264,6	
1-я группа	до 82,2	7	до 346,9	8	до 927,2	10
2-я группа	82,3 - 118,3	1	347,0 - 407,9	5	927,3 - 1199,4	4
3-я группа	118,4 - 154,4	4	408,0 - 468,9	2	1199,5 - 1471,6	4
4-я группа	154,5 - 190,5	5	469,0 - 529,9	6	1471,7 - 1743,8	0
5-я группа	190,6 - 226,6	5	530,0 - 590,9	2	1743,9 – 2016,0	4
6-я группа	более 262,7	5	более 591,0	4	более 2016,1	4

Таблица 2.23

Величины ВРП и трех основных ресурсов в разрезе групп регионов России по данным за 2017 г. в расчёте на 1 регион (группировка второго уровня)

	ВРП, млрд.руб.	**ОФ, млрд.руб.**	**Числ. работ, тыс.чел.**	**Инвест, млрд.руб.**
27 малых				
1-я гр. 7 рег.	55,9	155	105,2	12,4
2-я гр. 1 рег.	91,4	183	151,1	22,9
3-я гр. 4 рег.	137,4	283	257,4	35,2
4-я гр. 5 рег.	170,0	453	352,9	31,8
5-я гр. 5 рег.	200,6	575	324,7	41,2
6-я гр. 5 рег.	252,9	760	408,4	62,2
итого	**153,7**	**420**	**272,1**	**34,3**
27 средних				
1-я гр. 8 рег.	314,8	908	527,2	97,8
2-я гр. 5 рег.	374,5	895	552,5	96,1
3-я гр. 2 рег.	426,9	1924	447,1	178,2
4-я гр. 6 рег.	488,3	1172	664,2	109,5
5-я гр. 2 рег.	543,5	2111	574,2	104,7
6-я гр. 4 рег.	628,2	1464	978,9	139,1
итого	**436,1**	**1211**	**626,8**	**112,7**
26 крупных				
1-я гр. 10 рег	788,8	2207	886,6	230,8
2-я гр. 4 рег	1106,8	2617	1329	232,5
3-я гр. 4 рег	1287,8	2847	1788,5	256,6
4-я гр. 0 рег	0,0	0	0,0	0,0
5-я гр. 4 рег	1924,9	4763	1997,4	471,1
6-я гр. 4 рег	6882,4	18517,5	4359,8	1406,1
итого	**2026,7**	**5271**	**1798,7**	**452,8**

Во-первых, количество регионов оказавшие в первой группе на втором уровне группировки составили 7, 8 и 10 регионов соответственно в 27 малых, 27 средних и 26 крупных регионов первого уровня группировки, во-вторых, в группе 27 малых оказалось одна группа(вторая) представленная одним регионом, в группе 27 средних – 2 группы, представленные двумя регионами каждая; а в группе 26 крупных – 1 группа, в которую не вошел ни один регион.

В таблице 2.23 приведены величины четырех рассматриваемых показателей в разрезе групп регионов в расчёте на 1 регион. Эти данные представляют собой ценную аналитическую информацию для предварительного сравнительного анализа регионов второго уровня группировки.

Как видно из таблицы 2.23:

- в группе малых регионов рост ВРП сопровождается ростом всех трех ресурсов, но имеют место исключения (численность занятых в регионах пятой группы и инвестиции в регионах четвёртой группы меньше, чем в предыдущем в группах);
- в группах второго уровня 27 средних регионов нет закономерности соотношений ВРП и трех ресурсов;
- в группе 26 крупных регионов второго уровня с ростом ВРП величины всех трех ресурсов тоже растут.

Изменение соотношение ВРП и трех ресурсов в группах второго уровня наглядно видно на графиках, приведённых на рис. 4 (а, б, в) (см. приложение 4) соответственно для каждой группировки регионов второго уровня.

Как видно на рис.4 (приложение 4), в группировках второго уровня для 27 малых регионов наиболее четко проявляется соответствие между величинами ВРП и трех ресурсов (см. рис.4а). Группа второго уровня 27 средних регионов рост ВРП по группам чередуется, хотя по ресурсам имеет место рост (рис. 4б). Закономерность в изменении соотношения ВРП и ресурсов имеет место и в группах второго уровня 26 крупных регионов (рис.4в).

Более четко определить наличие закономерностей в группах второго уровня можно на основе коэффициентов отношений показателей на один регион каждой группы к их величинам в первых группах (см. таблицу 2.24). По этим данным можно получить определенное представление об эффективности использования каждого из трех ресурсов; если коэффициент отношения по тому или иному ресурсу меньше, чем по ВРП, то ресурс используется эффективнее и наоборот

Состояние использования трех ресурсов в каждой группе (малых, средних и крупных) регионов и каждого ресурса во всех шести группах второго уровня характеризуют данные последних строк и столбцов по группам. При этом 1-е число показывает количество эффективно используемых, а 2-е – неэффективно используемых ресурсов. Как видно из данных этих строк более эффективно все три ресурса всеми 6-тью группами регионов второго уровня используются средними регионами. Более эффективно из трех ресурсов используется численность занятых в экономике малыми и средними регионами.

Таблица 2.24

Коэффициенты отношений показателей групп регионов (ВРП и трех ресурсов) к средним их величинам в 1–й группе по данным России за 2017 г. (группировка второго уровня) (1-й гр. = 1,000)

	врп	**оф**	**инв**	числ	
27 малых					
1-я гр.	1,000	1,000	1,000	1,000	
2-я гр.	1,635	1,184	1,847	1,436	**2/1**
3-я гр.	2,458	1,827	2,839	2,447	**2/1**
4-я гр.	3,041	2,929	2,565	3,355	**2/1**
5-я гр.	3,589	3,721	3,323	3,087	**3/0**
6-я гр.	4,524	4,915	5,016	3,882	**1/2**
		4/1	**2/3**	**4/1**	
27 средних					
1-я гр.	1,000	1,000	1,000	1,000	
2-я гр.	1,190	0,986	0,983	1,048	**3/0**
3-я гр.	1,356	2,119	1,822	0,848	**1/2**
4-я гр.	1,551	1,291	1,120	1,260	**3/0**
5-я гр.	1,726	2,325	1,071	1,089	**2/1**
6-я гр.	1,996	1,612	1,422	1,857	**3/0**
		3/2	**4/1**	**5/0**	
26 крупных					
1-я гр.	1,000	1,000	1,000	1,000	
2-я гр.	1,403	1,186	1,007	1,499	**1/2**
3-я гр.	0	0	0	0	
4-я гр.	1,633	1,290	1,112	2,017	**2/1**
5-я гр.	2,440	2,158	2,041	2,253	**3/0**
6-я гр.	8,725	8,390	6,092	4,917	**3/0**
		3/1	**4/0**	**2/2**	

Группы малых эффективнее используют (чем средних и крупных) основные фонды. Средние и крупные лучше используют инвестиции.

В таблице 2.25 приведены величины трех показателей эффективности и двух показателей уровня технического развития, на основе которых можно провести как анализ этих показателей в отдельности, так и во взаимосвязи.

В изменении соотношений показателей эффективности (производительности труда, фондоотдачи, инвестиционноотдачи) нет закономерностей, связанных с изменением ВРП по группам регионов второго уровня группировки. Рост и уменьшение как показателей эффективности, так и коэффициентов их отношений к первой группе чередуется. Сказанное относится и к показателям уровня технического развития (фондово-оруженности труда, иинвестиционновооруженности труда) и их коэф-фициентов отношений в разных группах к их величинам по первым группам.

Особенности показателей эффективности и уровня технического развития. Наиболее важным среди показателей эффективности является производительность труда: в группе 27 малых регионов и 26 крупных

Таблица 2.25

Величины показателей эффективности и уровня технического развития трех групп 1-го уровня (27; 27 и 26 регионов), сгруппированных по величине ВРП за 2017 г. на группы второго уровня (по шесть групп)

	Произ-ть труда, тыс.руб.	**Фондо-отдача, руб.**	**Инвест. отдача, руб.**	**Фондовоор. труда, тыс.руб.**	**Инвест. вооруж. труда, тыс.руб.**
27 малых					
1-я гр. 7 рег.	531,7	0,362	4,525	1469,9	117,5
2-я гр. 1 рег.	604,9	0,499	3,991	1211,1	151,6
3-я гр. 4 рег.	533,8	0,486	3,903	1097,6	136,8
4-я гр. 5 рег.	481,7	0,375	5,339	1283,1	90,2
5-я гр. 5 рег.	617,9	0,349	4,865	1771,5	127,0
6-я гр. 5 рег.	619,4	0,333	4,064	1860,6	152,4
итого	**564,9**	**0,366**	**4,478**	**1542,8**	**126,2**
27 средних					
1-я гр. 8 рег.	597,1	0,347	3,219	1722,9	185,5
2-я гр. 5 рег.	677,9	0,418	3,898	1620,0	173,9
3-я гр. 2 рег.	954,7	0,222	2,395	4303,3	398,6
4-я гр. 6 рег.	735,1	0,417	4,460	1764,2	164,8
5-я гр. 2 рег.	946,6	0,257	5,194	3676,7	182,3
6-я гр. 4 рег.	641,7	0,429	4,517	1495,0	142,1
итого	**695,7**	**0,360**	**3,871**	**1932,0**	**179,7**
26 крупных					
1-я гр. 10 рег	889,6	0,357	3,417	2489,1	260,3
2-я гр. 4 рег	832,8	0,423	4,761	1969,3	174,9
3-я гр. 4 рег	720,0	0,452	5,019	1591,6	143,5
4-я гр. 0 рег	0,0	0,000	0,000	0,0	0,0
5-я гр. 4 рег	963,7	0,404	4,086	2384,6	235,8
6-я гр. 4 рег	1578,6	0,372	4,895	4247,3	322,5
итого	**1126,8**	**0,385**	**4,476**	**2930,5**	**251,7**

максимальную производительность труда имеют по две самые крупные группы регионов; в группе 27 средних максимальной оказалась производительность труда в третьей группе, а затем в пятой. Фондоотдача: в группах малых фондоотдача максимальной является во второй, а затем в третьей группах; в группе средних - шестой группе, а затем во второй группе; в группе крупных – в третьей и второй группах. Инвестиционноотдача: в группе 27 малых регионов максимальна в четвертой и в пятой группах второго уровня; в группе средних – в пятой и шестой группах; в группе крупных – третьей и шестой группах.

Представляет интерес сравнение величин производительности труда и фондовооруженности труда по группам регионов второго уровня группировок:

- группе малых шестая и пятая группы регионов занимают 1-2 места как по производительности труда, так и по фондовооруженности труда; по группе средних регионов 1 и 2 места по производительность труда и фондовооруженности труда занимают третья и пятая группы регионов второго уровня группировки; по группе крупных регионов первое место по производительности труда и фондовооруженности труда занимает 6 группа.

Определенная зависимость показателя «производительность труда» от «иинвестиционновооруженности труда» также наблюдается хотя она менее выражена чем зависимость «производительность труда» и «фондовооруженности труда».

Закономерность изменения величин фондоотдачи и инвестиционноотдачи по группам регионов второго уровня и их зависимости от фондовооруженности и иинвестиционновооруженности труда практически не наблюдается.

Из групп регионов второго уровня группировки как объект дальнейшего разбиения на группы третьего уровня представляют только по одной группе, представленные 7-ью, 8-мью и 10-тью регионами. Данные о распределении регионов на группы на третьем уровне группировки приведены в таблице 2.26: межинтервалы и количество регионов каждой группе.

Таблица 2.26

	7 из 27 малых		8 из 27 средних		10 из 26 крупных	
	ВРП, млрд.руб.	кол-во	ВРП, млрд.руб.	кол-во	ВРП, млрд.руб.	кол-во
max	73,2		338,7		913,8	
min	46,1		285,9		655,0	
(max-min)/2	6,8		13,2		64,7	
1-я группа	до 52,9	4	299,1	3	719,7	1
2-я группа	53,0 - 59,7	1	312,3	1	784,4	5
3-я группа	59,8 - 66,4	1	325,5	0	849,1	1
4-я группа	66,5 - 73,2	1	338,7	4	913,8	3

В таблице 2.27 приведены величины трёх групп показателей для малых регионов 3 уровня группировки (7 регионов из 27 малых, 8 регионов из 27 средних и 10 регионов из 26 крупных): ВРП и трех ресурсов; трех показателей эффективности и двух показателей уровня технического развития.

Проведём анализ каждой группы показателей.

Анализ абсолютных величин ВРП и трех ресурсов в расчёте на один регион в группе позволяет сформулировать ряд выводов:

а) по 7-ми регионам из группы 27 малых регионов росту ВРП соответствует рост ресурсов, но имеются исключения - величина стоимости основных фондов и численности занятых в третьей группе меньше, чем во второй; величина инвестиций во второй группе меньше, чем в первой;

б) аналогичная ситуация по 8 регионом из 27 средних: величины стоимости основных фондов и численности занятых в экономике во второй группе меньше, чем в первой; инвестиции в четвёртой группе меньше, чем в предыдущей;

в) по 10 регионом из 26 крупных налицо прямая зависимость ВРП и инвестиций; по стоимости основных фондов имеется одно исключение (для третьей группы она меньше, чем для второй группы); между величинами ВРП и численности работников нет связи.

Таблица 2.27

Величины показателей эффективности и уровня технического развития трех групп 1-го уровня (27; 27 и 26 регионов), сгруппированных по величине ВРП за 2017 г. на группы второго уровня (по шесть групп)

	Ср.значения абсолютных показателей				**Показатели эффективности**			**показателей уровня технического развития**	
	ВРП, млрд.руб.	**ОФ, млрд. руб.**	**числ. работ, тыс.чел.**	**инвест, млрд.руб.**	**Пт, тыс.руб.**	**Фо, руб.**	**Ио, руб.**	**Фв, тыс.руб.**	**Ив, тыс.руб.**
	7 рег. 1-й гр. малых								
4	49,0	137	105,1	11,6	466,7	0,359	4,217	1299,4	110,7
1	56,0	196	112,3	10,4	498,7	0,286	5,385	1745,3	92,6
1	66,1	141	31,9	11,8	2072,1	0,469	5,602	4420,1	369,9
1	73,2	199	171,7	17,8	426,3	0,368	4,112	1159,0	103,7
итого	**55,9**	**155**	**105,2**	**12,4**	**531,7**	**0,362**	**4,525**	**1469,9**	**117,5**
	8 рег. 1-й гр. средних								
3	288,2	842	509,0	99,5	566,2	0,342	2,897	1655,0	195,4
1	311,4	798	492,1	111,7	632,8	0,390	2,788	1621,6	227,0
0	0,0								
4	335,6	986	549,7	93,1	610,5	0,341	3,607	1792,7	169,3
итого	**314,8**	**908**	**527,2**	**97,8**	**597,1**	**0,347**	**3,219**	**1722,9**	**185,5**
	10 рег. 1-й гр. крупных								
1	655,0	1780	1137,0	145,5	576,1	0,368	4,502	1565,7	128,0
5	750,1	2280	822,1	187,4	912,4	0,329	4,003	2773,3	227,9
1	841,4	1535	1095,0	294,2	768,5	0,548	2,860	1402,1	268,7
3	880,2	2451	841,3	310,5	1046,2	0,359	2,834	2913,6	369,1
итого	**788,8**	**2207**	**886,6**	**230,8**	**889,6**	**0,357**	**3,417**	**2489,1**	**260,3**

Сформулируем выводы по показателям эффективности (см. таблицу 2.27):

а) по группе 7 регионов из 27 малых по производительности труда для 1-й - 3-й групп имеет место рост, но по 4 группе она оказалась минимальной; по группе 8 регионов из 27 средних во второй группе выше, чем в первой, но в 4 меньше, чем во второй; по группе 10 регионов и 26 крупных производительность труда в третьей группе ниже, чем во второй;

б) по фондоотдаче нет связи в её изменении с ростом ВРП;

в) по показателю инвестиционноотдача по группе 7-ми из малых и 8-ми из средних имеет место рост при одном исключении; по группе 10 из крупных наблюдается обратная связь показателя инвестиционноотдача от ВРП.

Из двух показателей уровня технического развития более существенное влияние на ВРП и на показатели эффективности оказывает фондовооружённость труда. В каждой из трёх группировок третьего уровня, приведённых в таблице 2.27 для 7-ми, 8-ми и 10-ти регионов в одной из четырёх групп фондовооружённость меньше, чем в предыдущей группе.

Но в целом для всех групп величины фондовооруженности соответствуют величинам ВРП и производительности труда.

По показателю инвестиционновооруженности труда:

а) по первой группировке (7 из 27) не видно наличие ее влияния на ВРП и на показатели эффективности;

б) по второй группировке по двум группам такое влияние имеет место;

в) судя по данным по третьей группировке (10-ти регионов из 26 крупных) видно прямое влияние инвестиционновооруженности труда на ВРП и показатели эффективности.

Таким образом, проведенные нами различными методами традиционной экономики, в первую очередь трехуровневой группировки, анализ с использованием вычислительной техники позволили выявить и оценить на предварительном уровне наличие взаимосвязи (зависимости) между различными группами экономических регионов России: абсолютных, эффективности и уровня технического развития.

Группировка – достаточно глубоко разработанная и широко применявшаяся в условиях ручных технологий совокупность методов обработки информации, роль и значение которой в условиях компьютерных технологий может возрасти. Для этого требуется создать соответствующий модельно-компьютерный инструментарий, позволяющий перевести на компьютерную основу всю работу, связанную с формированием информационного обеспечения, т.е. совокупности информационных документов (таблиц, диаграмм, графиков и др.).

Таблицы с встроенными формулами представляют собой таблицы-шаблоны, позволяющие автоматизировать расчёты и процедуры обработки информации и формирующие аналитические документы. В совокупности они образуют компьютерную модель.

Компоненты компьютерной модели и методику работы с ней иллюстрирует рис.1. База данных представляет собой совокупность таблиц в MS Excel, каждая из которых содержит социально-экономические показатели всех регионов России за различные периоды. Таблица 2.1 – таблица, формируемая аналитиком на основе базы данных для разбиения на группы. Таблица 2.2 – таблица после разбиения регионов на группы (составляется на основе таблицы 1).

Электронный вариант таблицы 2.2 созданной нами для анализа методом статистических группировок 27-ми средних регионов с величиной ВРП от 145,4 млрд. руб. (Астраханская область) до 352,3 млрд. руб. (Республика Коми), приведён на рис.2.2. Этот модуль содержит

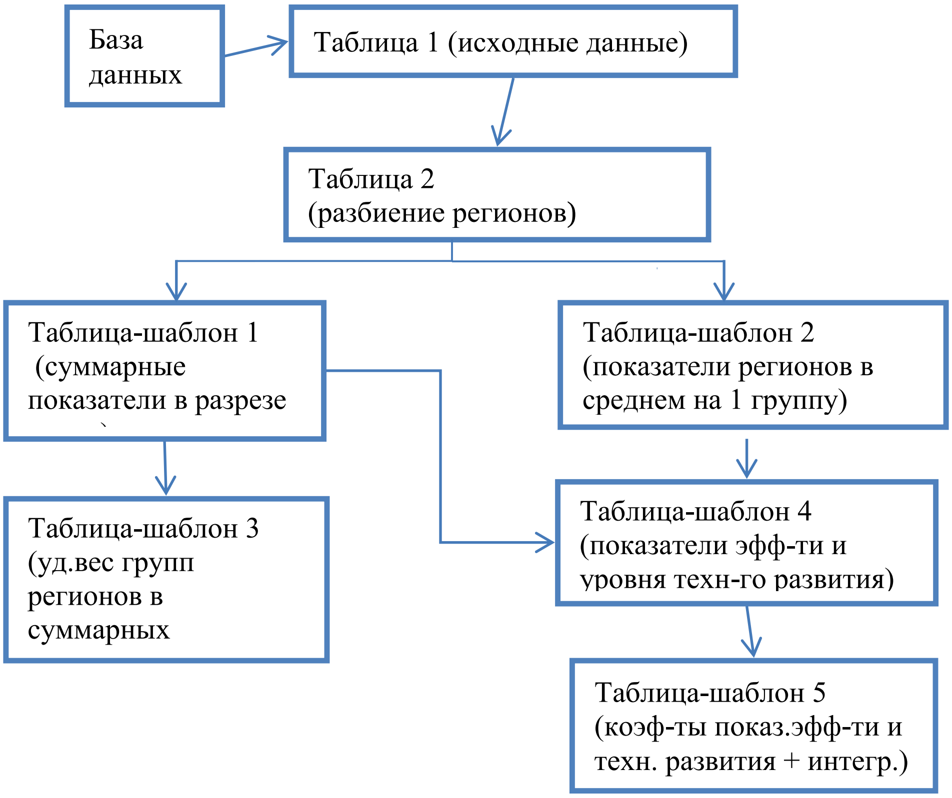
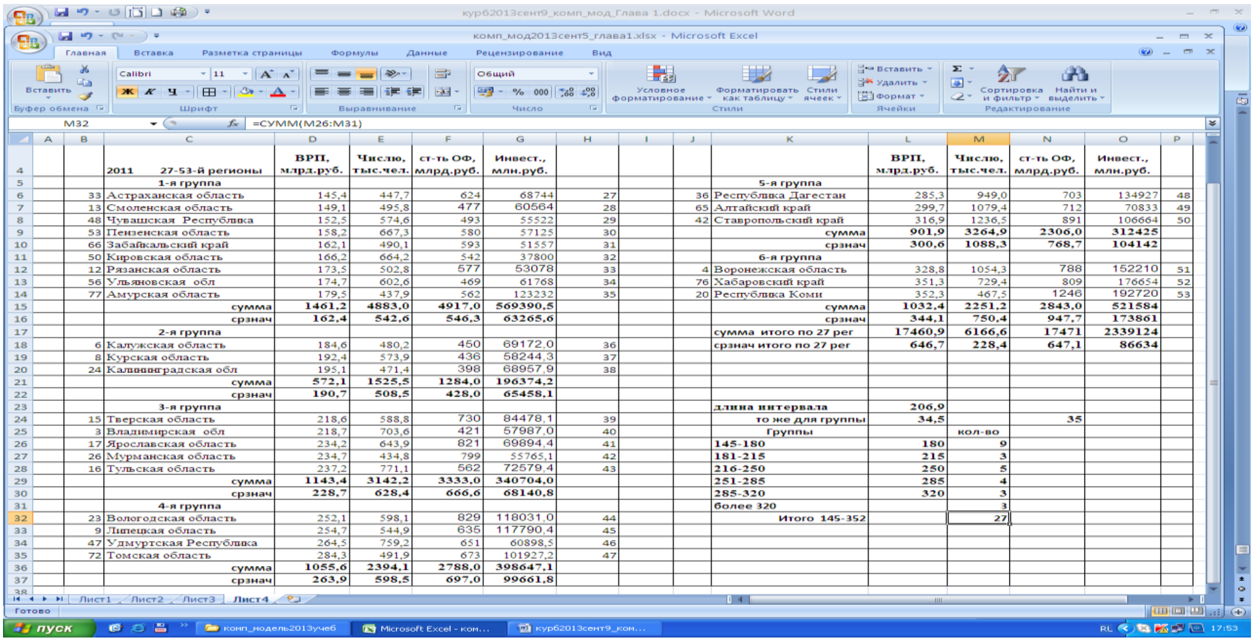


Рис.2.1. Схема, иллюстрирующая состав, структуру и методику работы компьютерной модели



B	C	D	E	F	G	H
	2011 27-53-й регионы	ВРП, млрд.руб.	Числю, тыс.чел.	ст-ть ОФ, млрд.руб.	Инвест., млн.руб.	
	1-я группа					
33	Астраханская область	145,4	447,7	624	68744	27
13	Смоленская область	149,1	495,8	477	60564	28
48	Чувашская Республика	152,5	574,6	493	55522	29
53	Пензенская область	158,2	667,3	580	57125	30
66	Забайкальский край	162,1	490,1	593	51557	31
50	Кировская область	166,2	664,2	542	37800	32
12	Рязанская область	173,5	502,8	577	53078	33
56	Ульяновская обл	174,7	602,6	469	61768	34
77	Амурская область	179,5	437,9	562	123232	35
	сумма	1461,2	4883,0	4917,0	569390,5	
	срзнач	162,4	542,6	546,3	63265,6	
	2-я группа					
6	Калужская область	184,6	480,2	450	69172,0	36
8	Курская область	192,4	573,9	436	58244,3	37
24	Калининградская обл	195,1	471,4	398	68957,9	38
	сумма	572,1	1525,5	1284,0	196374,2	
	срзнач	190,7	508,5	428,0	65458,1	
	3-я группа					
15	Тверская область	218,6	588,8	730	84478,1	39
3	Владимирская обл	218,7	703,6	421	57987,0	40
17	Ярославская область	234,2	643,9	821	69894,4	41
26	Мурманская область	234,7	434,8	799	55765,1	42
16	Тульская область	237,2	771,1	562	72579,4	43
	сумма	1143,4	3142,2	3333,0	340704,0	
	срзнач	228,7	628,4	666,6	68140,8	
	4-я группа					
23	Вологодская область	252,1	598,1	829	118031,0	44
9	Липецкая область	254,7	544,9	635	117790,4	45
47	Удмуртская Республика	264,5	759,2	651	60898,5	46
72	Томская область	284,3	491,9	673	101927,2	47
	сумма	1055,6	2394,1	2788,0	398647,1	
	срзнач	263,9	598,5	697,0	99661,8	

J	K	L	M	N	O	P
		ВРП, млрд.руб.	Числю, тыс.чел.	ст-ть ОФ, млрд.руб.	Инвест., млн.руб.	
	5-я группа					
36	Республика Дагестан	285,3	949,0	703	134927	48
65	Алтайский край	299,7	1079,4	712	70833	49
42	Ставропольский край	316,9	1236,5	891	106664	50
	сумма	901,9	3264,9	2306,0	312425	
	срзнач	300,6	1088,3	768,7	104142	
	6-я группа					
4	Воронежская область	328,8	1054,3	788	152210	51
76	Хабаровский край	351,3	729,4	809	176654	52
20	Республика Коми	352,3	467,5	1246	192720	53
	сумма	1032,4	2251,2	2843,0	521584	
	срзнач	344,1	750,4	947,7	173861	
	сумма итого по 27 рег	17460,9	6166,6	17471	2339124	
	срзнач итого по 27 рег	646,7	228,4	647,1	86634	
	длина интервала	206,9				
	то же для группы	34,5		35		
	Группы		кол-во			
	145-180	180	9			
	181-215	215	3			
	216-250	250	5			
	251-285	285	4			
	285-320	320	3			
	более 320		3			
	Итого 145-352		27			

Рис.2.2. Модуль компьютерной модели в MS Excel для разбиения регионов на группы и расчета их суммарных и средних показателей

наименования регионов и их показатели, формулы, встроенные в строки сумма и ср.знач., формулы для расчёта длины всего интервала (206,9 млрд. руб.) и межгруппового интервала (206,9/7), также диапазоны интервалов по ВРП для каждой группы и количество регионов, оказавшиеся в каждой группе.

Сущность остальных таблиц, входящих в компьютерную модель описаны выше (см.таблицы 2.3-2.7).

Если методом статистических группировок проводить анализ по данным совокупности экономических объектов за один период времени, то можно выявить связи и зависимости между показателями. Однако, если методом статистических группировок провести анализ связей и зависимостей не за один, а за два и более временных периода, то можно выявить и оценить еще и тенденции изменения этих связей и зависимостей.

Методика работы с компьютерной моделью состоит в следующем:

- из БД в рабочее окно MS Excel копируются все 80 регионов с их исследуемыми показателями за какой-либо временной период (например, за 2015 г.);

- регионы располагаем в порядке возрастания ВРП (или другого показателя, выбранного в качестве группового признака);

- выбираем совокупность регионов (например, малые, средние, крупные), которую предполагается исследовать методом статистических группировок (в качестве такой совокупности нами выбрано 27 средних регионов России, занимающие по величине ВРП с 28-го по 54-е места) и формируем исходную таблицу 2.1;

- в таблицу 2.1 добавляются две расчётные строки для суммарных и средних значений исследуемых показателей;

- определяются длина интервала и её диапазоны для каждой группы;

- разбиваем регионы (из таблицы 2.1) в соответствии с величинами рассчитанных для каждой группы диапазонов и создаём таблицу, которая отличается тем, что после каждой группы добавлены по две строки «сумма» и «ср. знач.» (см. таблицу 2.3);

- в ячейки 1-го столбца строк «сумма» и «ср.знач.» вводятся соответствующие формулы и копируются в ячейки остальных столбцов;

- таблица 3 копируется в Word и на её основе создаются две таблицы в разрезе групп: первая для суммарных показателей, вторая - для среднеарифметических значений (таблицы 2.4 и 2.5). Эти таблицы копируются обратно в MS Excel;

- таблицы 2.6, 2.7 и 2.8 формируются автоматически, поскольку они представляют собой таблицы-шаблоны с встроенными во все ячейки формулами, связывающими их с таблицами 2.4, 2.5 и между собой.

Глава 3. Математические и компьютерные модели для разработки ассортиментного плана предприятия

3.1. Математические и компьютерные модели для разработки ассортиментного плана предприятия методом прямых расчетов

На предприятиях различных отраслей экономики решается множество задач учетно-отчётного, аналитического и планово-прогнозного характера. Центральной задачей, вокруг которой формируется весь комплекс остальных задач, является разработка производственной программы.

Под производственной программой предприятия понимается ассортиментный план производства продукции, совокупность экономических показателей, связанных с ассортиментным планом и зависящих от него.

Производственные программы прошедших периодов называются фактическими за соответствующий период, разрабатываемые на будущие периоды - плановыми и прогнозными. Фактическая производственная программа является документом учётно-отчётного характера, а планово-прогнозная – предназначена для принятия управленческих решений.

Естественно для анализа представляют интерес фактические производственные программы за предшествующие периоды. Во-первых, фактические производственные программы за различные периоды можно сравнивать между собой; во-вторых, они являются основой для разработки производственных программ на планово-прогнозные периоды.

Ядром производственной программы является ассортиментный план.

Ассортиментный план предполагает определение объемов производства каждого вида продукции в натуральном выражении, потребности в сырье и материалах на производство каждого вида продукции и всей продукции, материальных затрат в денежном выражении на производство каждого вида продукции и всей продукции, а также объем продукции в стоимостном выражении (товарная продукция). Различные виды продукции могут вырабатываться из одного или нескольких видов сырья и материалов.

Ассортиментный план можно разрабатывать разными методами: путем выполнения прямых расчетов; путем составления оптимизационной модели.

Задача составления ассортиментного плана относится к классу так называемых типовых задач, методика решения которых едина для предприятий различных отраслей экономики. Кроме того составление ассортиментного плана – задача многократно повторяющаяся (ежемесячно, ежеквартально, ежегодно). Т. е. возникает необходимость в автоматизации расчетов, связанных с его составлением.

При первом методе ассортиментный план разрабатывается на основе анализа состава, структуры и объема производства ассортимента продукции за один, два и более предыдущих периода, а также анализа ожидаемого по оценкам специалистов спроса потребителей на различные виды продукции предприятия. Этот метод является классическим методом, основывающимся на опыте и интуиции специалистов.

В этом случае объем каждого вида продукции определяется в натуральном и стоимостном выражении, а также определяется структура ассортимента продукции. При этом определяются и проектные цены (см.таблицу 3.1).

Таблица 3.1

План производства различных видов продукции, разработанный на основе опыта и интуиции

	$П_1$	$П_2$	…	$П_n$	Итого
Объём в натур.выраж., шт.	V_1	V_2	…	$П_n$	×
Ст-ть продукции, тыс.руб.	$ТП_1$	$ТП_2$	…	$ТП_n$	$ТП$
Ст-ра пр-ва, %	$SТП_1$	$SТП_2$	…	$SТП_n$	100,0
Цена, руб.	$Ц_1$	$Ц_2$	…	$Ц_n$	×
Ст-стьОФ, тыс. руб.					F

В соответствии с таблицей 3.1 одни показатели задаются, другие рассчитываются. При этом возможны следующие случаи:

а) объём продукции в натуральном выражении (Vj) и цены (Цj) заданы, остальные показатели рассчитываются по формулам:

$$(1)\text{ТП}_j = V_j * \text{Ц}_j/1000;(2)\text{ТП} = \text{ТП}_1 + \text{ТП}_2 + \cdots + \text{ТП}_n;$$

$$(3)S\text{ТП}_j = \text{ТП}_j * 100/\text{ТП};$$

б) стоимость продукции (ТП_j) и цены (Цj) заданы, остальные показатели рассчитываются по формулам:

$$(4)\quad V_j = \text{ТП}_j * 1000/\text{Ц}_j;\ \text{ТП} = \text{ТП}_1 + \text{ТП}_2 + \cdots + \text{ТП}_n;$$

$$S\text{ТП}_j = \text{ТП}_j * 100/\text{ТП};$$

в) объём товарной продукции (ТП), структура продукции по их видам ($S\text{ТП}_j$) и цены (Цj) заданы, остальные показатели рассчитываются по формулам:

$$(5)\quad \text{ТП}_j = S\text{ТП}_j * \text{ТП}/100; \qquad V_j = \text{ТП}_j * 1000/\text{Ц}_j.$$

Разработка ассортиментного плана предполагает не только определение показателей таблицы 1.1, но и расчёт потребности в сырье и материалах на производство каждого вида и всей продукции, а также определение производственных затрат.

Задача разработки ассортимента продукции при первом методе можно разбить на три части:

а) определение потребности в сырье и материалах;

б) определение затрат на производство разных видов продукции;

в) определение аналитических показателей и формирование аналитических таблиц и диаграмм.

Как известно, решение любой задачи начинается с ее формулировки, которая включает в себя:

- выбор объекта (в нашем случае предприятия);
- определение перечня показателей, которые должны быть заданы (исходные показатели) и которые должны рассчитываться (промежуточные и аналитические показатели);
- определение (математическая запись) алгоритмов расчётов;
- информационное обеспечение модели и определение форм представления исходных, промежуточных и аналитических данных;
- анализ результатов и их использование.

Задача по разработки ассортиментного плана продукции формулируется следующим образом.

На предприятии из различных видов сырья производятся различные виды продукции. Заданы нормы расхода каждого вида сырья на производство каждой продукции, цены на различные виды сырья и продукции, объем продукции каждого вида в натуральных или денежных измерителях, нормативы заработной платы, норма амортизации, среднегодовая стоимость основных фондов, норматив прочих затрат и др.

Требуется разработать математические и компьютерные модели, позволяющие автоматизировать все расчёты и сформировать комплекс электронных материалов (таблиц, графиков и др.), проанализировать результаты и разработать обоснованный ассортиментный план производства продукции для практической реализации. При этом математическая модель должна включать алгоритмы выполнения следующих расчетов, связанных с определением:

а) потребности в сырье и материалах каждого вида на производство как отдельных видов, так и всех видов продукции;

б) затрат в денежном выражении каждого вида сырья, потребляемого на производство единицы каждого вида и всего ассортимента продукции;

в) суммарных затрат в денежном выражении сырья и материалов всех видов на производство продукции каждого вида;

г) величин суммарных затрат на производство каждого вида и всей продукции;

д) величин затрат на оплату труда (суммарной заработной платы) на производство продукции каждого вида;

е) величин амортизационных затрат на производство продукции каждого вида;

ж) величин прочих суммарных затрат на производство продукции каждого вида;

з) величин суммарной прибыли на продукцию каждого вида и на всю продукцию;

и) рентабельности каждого вида и всей продукции.

Методику решения задачи покажем на примере производства восьми видов продукции из семи видов сырья.

В таблице 3.2 приведены необходимые для решения задачи исходные данные: нормы расхода сырья и материалов, объемы продукции каждого вида в натуральном или стоимостном выражении, цены на сырье и продукцию, стоимость основных фондов, нормативы заработной платы и прочих затрат (в % к себестоимости продукции) и норма амортизации (в % от стоимости основных фондов).

Таблица 3.2

Исходные данные
(нормы расхода сырья, объем продукции в натуре, цены на сырье и продукцию, стоимость основных фондов, нормативы зарплаты, амортизации и прочих затрат в себестоимости)

	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7	п8	Цена сырья, руб.
с1	2,5	2,0		1,7	2,1		2,3	1,5	120
с2	3,2		3,6		3,0	2,4	3,1	2,7	150
с3		1,5	2,1	1,2		1,7	2,5		90
с4	0,9		1,3	0,2	1,4	1,5	1,8	0,7	170
с5	1,4	0,9		0,7	1,7			1,5	210
с6		1,6	2,5	1,4		1,3	2,8	1,7	75
с7	0,7	0,3	1,2		0,9	1,9	1,5		135
Объем продукции, шт.	3550	2140	1760	2740	1030	1550	2580	3790	
Цена единицы прод., руб.	2600	1400	2700	900	2400	2600	3600	1900	
Ст-тьОФ, тыс.руб.									24200
NЗП,%	25	28	30	17	15	32	27	20	
NA,%									8
NПЗ,%	5	4	5	4	5	6	6	5	

Примечание. n_1, n_2, n_3,…, n_8 –виды продукции; c_1,c_2,…, c_7 – виды сырья и материалов

Для решения сформулированной задачи следует составить алгоритм выполнения расчетов или математическую модель задачи.

Для математической записи алгоритмов расчетов введены следующие обозначения для исходных и расчетных показателей.

Обозначения для исходных показателей:

NC_{ij} – нормы расхода i-го вида сырья и материалов на единицуj-ой продукции (в таблице 2 нормы расхода заданы в кг/шт.);

V_j – объем продукции j-го вида в натуральном выражении;

$ЦC_i$ – цена единицы i-го вида сырья, руб./кг;

$Ц_j$ - цена единицы j-го вида продукции, руб./шт.;

$NЗП_j$ – норматив заработной платы в себестоимости j-го вида продукции, %;

F – среднегодовая стоимость основных фондов, тыс.руб.;

NA - норма амортизации, %;

$NПЗ_j$ - норматив прочих затрат в себестоимостиj-й продукции, %;

i – индексы видов сырья, i=$\overline{1,m}$;

j - индексы видов продукции, j=$\overline{1,n}$.

Обозначения для расчетных показателей:

$ПС_{ij}$ – потребность в сырье i-го вида на производство продукции j-го вида в натуральных измерителях;

$ПС_i$ – потребность в сырье i-го вида на производство всех видов продукции;

$МЗЕ_{ij}$ – величины затрат сырья и материалов i-го вида на производство единицы j-й продукции, руб.;

$МЗЕ_j$ – затраты на сырьё и материалы на единицу j-го вида продукции, руб.;

$МЗ_{ij}$ – суммарные затраты на сырьё и материалы i-го вида на производство продукции j-го вида, тыс. руб.;

$МЗ_i$ – суммарные затраты на сырьё i-го вида на производство всей продукции, тыс. руб.;

$МЗ_j$ - суммарные затраты на сырьё и материалы на производство продукции j-го вида, тыс. руб.;

$ЗП_j, A_j, ПЗ_j, СС_j, П_j, ТП_j$ – суммарные величины затрат на оплату труда (суммарная заработная плата), амортизационных отчислений, прочих затрат, себестоимости, прибыли и стоимости на производство всей продукции j-го вида, тыс.руб.;

P_j – рентабельность j-го вида продукции, %,

$ЗПЕ_j, АЕ_j, ПЗЕ_j, ССЕ_j, ПЕ_j, ЦП_j$ - зарплата, амортизация, прочие затраты, себестоимость, прибыль, цена на единицу j-й продукции, руб.;

$ЗП, А, ПЗ, СС, П, ТП$ – то же на производство всей продукции предприятия, тыс. руб.;

Р – рентабельность всей продукции, %.

Используя принятые обозначения, можно описать математическую модель как совокупность формул на выполнение прямых расчетов, включающую 31 формулу, приведенные ниже:

$$(1)\ \ ПС_{ij} = NC_{ij} * V_j;\ \ i = \overline{1,m};\ \ j = \overline{1,n};$$

$$(2)\ \ ПС_i = \sum_{j=1}^{n} ПС_{ij};\ \ i = \overline{1,m};$$

$$(3)\ \ МЗЕ_{ij} = NC_{ij} * ЦС_i;\ \ i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n};$$

$$(4)\ \ МЗЕ_j = \sum_{i=1}^{m} МЗЕ_{ij};\ \ \ j = \overline{1,n};$$

(5) $МЗ_{ij} = ME_{ij} * V_j;\ i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n};$

$$(6)\ МЗ_i = \sum_{j=1}^{n} МЗ_{ij}, \quad i = \overline{1,m};$$

$$(7)\ МЗ_j = \sum_{i=1}^{m} МЗ_{ij}, \quad j = \overline{1,n};$$

(8) $ТП_j = V_j * Ц_j/1000,\quad j = \overline{1,n};$

(9) $A_j = (F * NA * ТП_j)/(100 * \sum ТП_j);\ j = \overline{1,n};$

(10) $CC_j = МЗ_j + CC_j * NЗП_j/100 + A_j + CC_j * NЗП_j/100.$

Откуда $CC_j = (МЗ_j + A_j)/(1 - NЗП_j/100 - NПЗ_j/100);\ j = \overline{1,n};$

(11) $ЗП_j = CC_j * NЗП_j/100;\ j = \overline{1,n};$

(12) $ПЗ_j = CC_j * NЗП_j/100;\ j = \overline{1,n};$

(13) $П_j = ТП_j - CC_j;$ (14) $P_j = П_j * 100/\,CC_j;$

(15) $ЗПE_j = ЗП_j/V_j;\ j = \overline{1,n};$ (16) $ПЗE_j = ПЗ_j/\,V_j;\ j = \overline{1,n};$

(17)$AE_j = \frac{A_j}{V_j},\ j = \overline{1,n};$ (18) $CCE_j = МЗE_j + ЗПE_j + AE_j + ПЗE_j;$

(19) $ПE_j = П_j/\,V_j;\ j = \overline{1,n};$ (20) $ЦП_j = CCE_j + ПE_j;\ j = \overline{1,n};$

(21) $\text{МЗ} = \sum \text{МЗ}_i;$ (22) $ЗП = \sum ЗП_j;$ (23) $A = \sum A_j;$ (24) $ПЗ = \sum ПЗ_j;$

(25) $CC = \sum CC_j;$ (26) $ТП = \sum ТП_j;$ (27) $П = \sum П_j;$

(28) $P = П * 100/CC.$

При всей важности рассматриваемых выше показателей ассортиментного плана предприятия их следует дополнить весьма необходимыми для анализа и принятия ассортиментного плана к реализации показателями, к которым относятся следующие структурные показатели:

$SПC_{ij}$ – удельный вес i-го вида сырья используемого на производство j-й продукции, в %;

$SМЗ1_{ij}$- удельный вес затрат на i-й вид сырья в материальных затратах на производство j-й продукции, в %;

$SМЗ2_{ij}$- удельный вес материальных затрат на производство j-й продукции в суммарных затратах на i-й вид сырья.

Указанные три показателя рассчитываются по следующим формулам:

(29) $SПC_{ij} = ПC_{ij} * 100/\,ПC_i,\ i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n};$

(30) $SМЗ1_{ij} = МЗ_{ij} * 100/\,МЗ_j,\ i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n};$

(31) $SМЗ2_{ij} = МЗ_{ij} * 100/\,МЗ_i,\ i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n}.$

Важной составляющей экономико-математических моделей является их информационное обеспечение, которое предполагает представление исходной, промежуточной и аналитической информации в виде таблиц, графиков и диаграмм. Формы представления информации в виде таблиц, графиков и диаграмм могут быть разными.

При разработке ассортиментного плана путем выполнения прямых расчётов (по первому методу) по вышеописанной математической модели целесообразно создать десять таблиц с информацией различного характера и назначения:

- исходную информацию целесообразно организовать в виде уже рассмотренной таблицы 3.2;
- информацию с расчётными показателями целесообразно представить в виде таблиц 3.3-3.11, которые приведены ниже.

Таблица 3.3

Потребность в сырье и материалах на производство ассортимента продукции

	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7	п8	Итого $ПС_i$
с1	8875	4280	0	4658	2163	0	5934	5685	31595
с2	11360	0	6336	0	3090	3720	7998	10233	42737
с3	0	3210	3696	3288	0	2635	6450	0	19279
с4	3195	0	2288	548	1442	2325	4644	2653	17095
с5	4970	1926	0	1918	1751	0	0	5685	16250
с6	0	3424	4400	3836	0	2015	7224	6443	27342
с7	2485	642	2112	0	927	2945	3870	0	12981

Таблица 3.4

Затраты на сырье и материалы на производство единицы продукции каждого вида

	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7	п8
с1	300	240	0	204	252	0	276	180
с2	480	0	540	0	450	360	465	405
с3	0	135	189	108	0	153	225	0
с4	153	0	221	34	238	255	306	119
с5	294	189	0	147	357	0	0	315
с6	0	120	187,5	105	0	97,5	210	127,5
с7	94,5	40,5	162	0	121,5	256,5	202,5	0
Итого	1322	725	1300	598	1419	1122	1685	1147

Таблица 3.5

Суммарные затраты на сырье и материалы на производство продукции каждого вида

	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7	п8	Итого $МЗ_i$
с1	1065,0	513,6	0,0	559,0	259,6	0,0	712,1	682,2	3791,4
с2	1704,0	0,0	950,4	0,0	463,5	558,0	1199,7	1535,0	6410,6
с3	0,0	288,9	332,6	295,9	0,0	237,2	580,5	0,0	1735,1
с4	543,2	0,0	389,0	93,2	245,1	395,3	789,5	451,0	2906,2
с5	1043,7	404,5	0,0	402,8	367,7	0,0	0,0	1193,9	3412,5

с6	0,0	256,8	330,0	287,7	0,0	151,1	541,8	483,2	2050,7
с7	335,5	86,7	285,1	0,0	125,1	397,6	522,5	0,0	1752,4
$МЗ_j$	4691,3	1550,4	2287,1	1638,5	1461,1	1739,1	4346,0	4345,2	22058,8

Таблица 3.6

Величины сводных показателей производства и затрат по видам продукции и по суммарному объему продукции

	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7	п8	Итого $СП_i$
МЗ, тыс.руб.	4691,3	1550,4	2287,1	1638,5	1461,1	1739,1	4346,0	4345,2	22058,8
А, тыс.руб.	421,1	136,7	216,8	112,5	112,8	183,9	423,7	328,5	1936,0
ЗП, тыс.руб.	2307,5	838,9	1425,6	419,2	370,8	1289,6	2507,8	1440,2	10599,6
ПЗ, тыс.руб.	461,5	119,8	237,6	98,6	123,6	241,8	557,3	360,1	2200,3
СС, тыс.руб.	7881,4	2645,8	4167,1	2268,9	2068,2	3454,4	7834,8	6474,0	36794,7
ТП, тыс.руб.	9230,0	2996,0	4752,0	2466,0	2472,0	4030,0	9288,0	7201,0	42435,0
ТП, %	21,8	7,1	11,2	5,8	5,8	9,5	21,9	17,0	100,0
П, тыс.руб.	1348,6	350,2	584,9	197,1	403,8	575,6	1453,2	727,0	5640,3
Р,%	17,1	13,2	14,0	8,7	19,5	16,7	18,5	11,2	15,3

Таблица 3.7

Структура затрат на сырье и материалы по видам продукции, %

	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7	п8	Итого
с1	28,1	13,5	0,0	14,7	6,8	0,0	18,8	18,0	100,0
с2	26,6	0,0	14,8	0,0	7,2	8,7	18,7	23,9	100,0
с3	0,0	16,7	19,2	17,1	0,0	13,7	33,5	0,0	100,0
с4	18,7	0,0	13,4	3,2	8,4	13,6	27,2	15,5	100,0
с5	30,6	11,9	0,0	11,8	10,8	0,0	0,0	35,0	100,0
с6	0,0	12,5	16,1	14,0	0,0	7,4	26,4	23,6	100,0
с7	19,1	4,9	16,3	0,0	7,1	22,7	29,8	0,0	100,0
Итого	21,3	7,0	10,4	7,4	6,6	7,9	19,7	19,7	100,0

Таблица 3.8

Удельный вес каждого вида сырья в материальных затратах на производство каждого вида и всей продукции, %

	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7	п8	Итого
с1	22,7	33,1	0,0	34,1	17,8	0,0	16,4	15,7	17,2
с2	36,3	0,0	41,6	0,0	31,7	32,1	27,6	35,3	29,1
с3	0,0	18,6	14,5	18,1	0,0	13,6	13,4	0,0	7,9
с4	11,6	0,0	17,0	5,7	16,8	22,7	18,2	10,4	13,2
с5	22,2	26,1	0,0	24,6	25,2	0,0	0,0	27,5	15,5
с6	0,0	16,6	14,4	17,6	0,0	8,7	12,5	11,1	9,3
с7	7,2	5,6	12,5	0,0	8,6	22,9	12,0	0,0	7,9
Итого	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Таблица 3.9

Удельный вес сводных статей затрат и прибыли в стоимости каждого вида и всей продукции, %

	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7	п8	Итого
МЗ	50,8	51,8	48,1	66,4	59,1	43,2	46,8	60,3	52,0
А	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6	4,6
ЗП	25,0	28,0	30,0	17,0	15,0	32,0	27,0	20,0	25,0
ПЗ	5,0	4,0	5,0	4,0	5,0	6,0	6,0	5,0	5,2
СС	85,4	88,3	87,7	92,0	83,7	85,7	84,4	89,9	86,7
П	14,6	11,7	12,3	8,0	16,3	14,3	15,6	10,1	13,3
ТП	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Таблица 3.10

Удельный вес каждого вида продукции в сводных показателях производства и затрат, %

	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7	п8	Итого
МЗ.	21,3	7,0	10,4	7,4	6,6	7,9	19,7	19,7	100,0
А	21,8	7,1	11,2	5,8	5,8	9,5	21,9	17,0	100,0
ЗП	21,8	7,9	13,4	4,0	3,5	12,2	23,7	13,6	100,0
ПЗ	21,0	5,4	10,8	4,5	5,6	11,0	25,3	16,4	100,0
СС	21,4	7,2	11,3	6,2	5,6	9,4	21,3	17,6	100,0
П	23,9	6,2	10,4	3,5	7,2	10,2	25,8	12,9	100,0
ТП	21,8	7,1	11,2	5,8	5,8	9,5	21,9	17,0	100,0

Очевидно, что первоначально все десять таблиц представляют собой «пустые» шаблоны. Такие «пустые» таблицы описывать и выводить на печать нет никакой необходимости. Поэтому во всех десяти таблицах содержатся данные рассматриваемого нами примера.

Сущность и назначение информации таблиц 3.3-3.11 можно понять по названию этих таблиц.

Таблица 3.11

Величины сводных показателей производства и затрат на единицу каждого вида и всей продукции

	п1	п2	п3	п4	п5	п6	п7	п8
МЗ1	1321	724	1299	598	1419	1122	1684	1146
А1	119	64	123	41	110	119	164	87
ЗП1	650	392	810	153	360	832	972	380
ПЗ1	130	56	135	36	120	156	216	95
СС1	2220	1236	2368	828	2008	2229	3037	1708
П1	380	164	332	72	392	371	563	192
ТП1	2600	1400	2700	900	2400	2600	3600	1900
СС1/ТП1	0,85	0,88	0,88	0,92	0,84	0,86	0,84	0,90

По названиям таблиц не столь очевидна взаимосвязь между таблицами и последовательность их создания. Поэтому ниже на рис.3.1 приведена схема последовательности построения таблиц и взаимосвязей между ними.

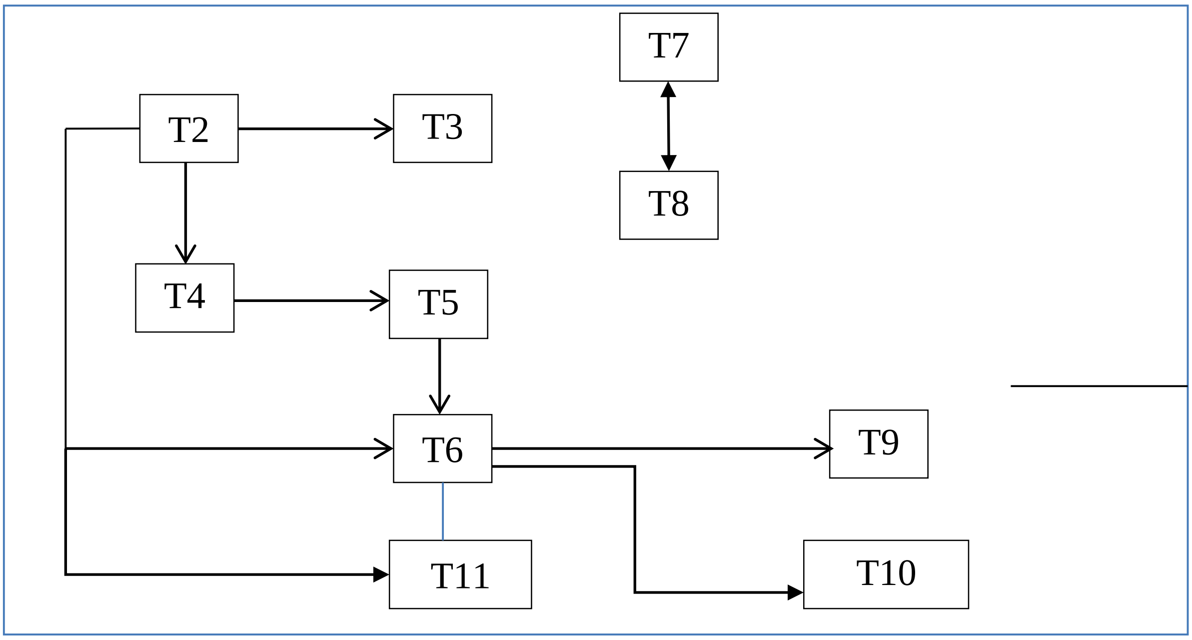


Рис.3.1. Схема последовательности создания таблиц и взаимодействий между ними

Примечание: Таблица Т2 предназначена для исходных показателей NC_{ij}и др., остальные показатели представляют собой расчетные показатели:

Т3 – для ПC_{ij},NC_i; Т8 – для $SM32_{ij}$,$SM32_i$;
Т4 – для МЗЕ$_{ij}$,МЗЕ$_i$; Т9 – для SСП1$_{ij}$,SСП1$_i$;
Т5 – для МЗ$_{ij}$,МЗ$_i$; Т10 – для SСП2$_{ij}$,SСП2$_i$;
Т6 – для СП$_{ij}$,СП$_i$; Т11 – для СПЕ$_{ij}$,СПЕ$_i$;
Т7 – для $SM31_{ij}$,$SM31_i$

Очень полезными для анализа являются графики и диаграммы. По данным отдельных из созданных таблиц можно и целесообразно строить круговые диаграммы, наглядно иллюстрирующие состав и структуру отдельных видов продукции, отдельных видов сырья, а также сводных показателей.

Таким образом, совокупность таблиц-шаблонов 3.2-3.11, встроенных в их ячейки формул 1-31, диаграммы-шаблоны на рис.3.2 представляет собой компьютерную модель для разработки ассортиментного плана и потребности в сырье и материалах методами традиционной экономики.

3.2. Математические и компьютерные модели для разработки ассортиментного плана предприятия методом оптимизации

При применении метода оптимизации задача в корне меняется. В этом случае составляется экономико-математическая модель, известная как модель по оптимизации плана производства продукции в натуральных измерителях.

Основой такой модели является общая задача линейного программирования, имеющая следующую математическую запись:

Найти оптимальный план $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, позволяющий максимизировать или минимизировать целевую функцию

$F=\sum_{j=1}^{n} C_j X_j \rightarrow \max (\min)$

а) при заданных условиях производства

$\sum_{j=1}^{n} C_j X_j \leq B_i$, $i = \overline{1,m}$;

б) не отрицательности переменных

$X_j \geq 0$, , $j = \overline{1,n}$.

Возможны два разных подхода к оптимизации ассортимента продукции и соответственно два варианта моделей оптимизации на основе общей задачи линейного программирования.

При первом подходе заданы объёмы каждого вида сырья и материалов, требуется рассчитать оптимальный план производства продукции в натуральном выражении, а при втором подходе заданы планируемые объёмы каждого вида продукции, требуется определить оптимальную потребность в сырье и материалах, позволяющую предприятию максимизировать (или минимизировать) суммарную величину экономического показателя, принятого за критерий оптимальности.

В рассматриваемой задаче в качестве критерия оптимальности выбран максимум товарной продукции (может быть выбран также максимум суммарной прибыли), при втором подходе – минимум суммарных затрат на сырье (может быть выбран также минимум суммарных затрат).

Первый вариант модели оптимизации ассортимента продукции формулируется следующим образом: требуется составить оптимальный ассортиментный план $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8\}$, позволяющий максимизировать объём продукции в стоимостном выражении

$F = 2600x_1 + 1400x_2 + 2700x_3 + 900x_4 + 2400x_5 + 2600x_6 + 3600x_7 + 1900x_8 \rightarrow \max$

при соблюдении ограничений:

а) по использованию сырья

1. $2{,}3x_1 + 2{,}0x_2 + 0x_3 + 1{,}7x_4 + 2{,}1x_5 + 0x_6 + 2{,}3x_7 + 1{,}5x_8 \leq 31595$

2. $3{,}2x_1 + 0x_2 + 3{,}6x_3 + 0x_4 + 3{,}0x_5 + 2{,}4x_6 + 3{,}1x_7 + 2{,}7x_8 \leq 42737$

……………………………………………………………………………..

7. $0{,}7x_1 + 0{,}3x_2 + 1{,}2x_3 + 0x_4 + 0{,}9x_5 + 1{,}9x_6 + 1{,}5x_7 + 0x_8 \leq 12981$

б) на объём производства каждого вида продукции в натуральном выражении, учитывающие сложившийся спрос

$$x_j \begin{cases} \leq \\ = V_j, \\ \geq \end{cases}$$ где V_j- спрос на j-й вид продукции;

в) не отрицательности переменных

$x_1 \geq 0$; $x_2 \geq 0$; ….. ;$x_8 \geq 0$.

Математическая модель оптимизации ассортимента при втором варианте задачи существенно отличается от первого варианта.

В этом случае требуется определить оптимальную потребность в сырье и материалах $\{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7\}$ на производство заданного ассортимента и объёмов продукции, позволяющую минимизировать затраты на сырье и материалы

$$Z = 120u_1 + 150u_2 + 90u_3 + 170u_4 + 170u_4 + 210u_5 + 75u_6 + 135u_7 \rightarrow \min$$

при условиях соблюдения:

а) балансовых соотношений по определению потребности в сырье и материалах

1. $2{,}3x_1 + 2{,}0x_2 + 0x_3 + 1{,}7x_4 + 2{,}1x_5 + 0x_6 + 2{,}3x_7 + 1{,}5x_8 - u_1 = 0$;

2. $3{,}2x_1 + 0x_2 + 3{,}6x_3 + 0x_4 + 3{,}0x_5 + 2{,}4x_6 + 3{,}1x_7 + 2{,}7x_8 - u_2 = 0$;

………………………………………………………………………………

7. $0{,}7x_1 + 0{,}3x_2 + 1{,}2x_3 + 0x_4 + 0{,}9x_5 + 1{,}9x_6 + 1{,}5x_7 + 0x_8 - u_7 = 0$.

б) ограничений на объём производства каждого вида продукции в натуральном выражении, учитывающие спрос на продукцию

$$x_j \begin{cases} \leq \\ = V_j, \\ \geq \end{cases}$$ где V_j- спрос на j-й вид продукции;

в) не отрицательности переменных

$x_1 \geq 0$; $x_2 \geq 0$; ….. ; $x_8 \geq 0$;

$u_1 \geq 0$; $u_2 \geq 0$; ….. ; $u_7 \geq 0$.

Для выполнения расчётов на ПЭВМ в MS Excel, модель оптимизации ассортимента записывается в виде таблицы, которая называется рабочей матрицей или расширенной (численной) экономико-математической моделью.

Рабочие матрицы для выполнения расчётов по обоим вышеописанным вариантам приведены в таблицах 3.12 и 3.13.

Таблица 3.12

Рабочая матрица для расчёта оптимального ассортимента продукции (вариант 1)

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	Расчёт выражений	Величина огранич.
c1	2,5	2,0		1,7	2,1		2,3	1,5	31595	31595
c2	3,2		3,6		3,0	2,4	3,1	2,7	42737	42737
c3		1,5	2,1	1,2		1,7	2,5		18786	19279
c4	0,9		1,3	0,2	1,4	1,5	1,8	0,7	15910	17095
c5	1,4	0,9		0,7	1,7			1,5	16250	16250
c6		1,6	2,5	1,4		1,3	2,8	1,7	27342	27342
c7	0,7	0,3	1,2		0,9	1,9	1,5		12981	12981

x1	1								4262	**0**
x2		1							4229	**0**
x3			1						1568	**0**
x4				1					0	**0**
x5					1				0	**0**
x6						1			1543	**0**
x7							1		2610	**0**
x8								1	4318	**0**
F	2600	1400	2700	900	2400	2600	3600	1900	42849155	
Опт.реш	4262	4229	1568	0	0	1543	2610	4318		
неотриц.	0	0	0	0	0	0	0	0		

Таблица 3.13

Рабочая матрица для расчёта оптимального варианта обеспечения потребности в сырье и материалах на заданный ассортимент и объем продукции (вариант 2)

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8
c1	2,5	2,0		1,7	2,1		2,3	1,5
c2	3,2		3,6		3,0	2,4	3,1	2,7
c3		1,5	2,1	1,2		1,7	2,5	
c4	0,9		1,3	0,2	1,4	1,5	1,8	0,7
c5	1,4	0,9		0,7	1,7			1,5
c6		1,6	2,5	1,4		1,3	2,8	1,7
c7	0,7	0,3	1,2		0,9	1,9	1,5	
x1	1							
x2		1						
x3			1					
x4				1				
x5					1			
x6						1		
x7							1	
x8								1
ТП	2600	1400	2700	900	2400	2600	3600	1900
Z								
Опт.реш	3550	2140	1760	2740	1030	1550	2580	3790
не отриц.	0	0	0	0	0	0	0	0

Продолжение таблицы 3.13

u1	u2	u3	u4	u5	u6	u7		
-1							0	0
	-1						0	0
		-1					0	0
			-1				0	0
				-1			0	0
					-1		0	0
						-1	0	0
							3550	3550
							2140	2140
							1760	1760
							2740	2740
							1030	1030
							1550	1550
							2580	2580
							3790	3790
							0	0
120	150	90	170	210	75	135	22058795	
31595	42737	19279	17095	16250	27342	12981		
0	0	0	0	0	0	0		

Методика составления рабочей матрицы в MS Excel состоит из следующих шагов:

- создаётся пустая таблица, число столбцов которой равно числу переменных плюс два столбца для расчётных выражений и величин ограничений, а число строк – числу ограничений плюс три строки для величин критерия оптимальности, оптимального решения и условий не отрицательности переменных;
- в ячейки таблицы для столбцов-переменных и строк–ограничений вводятся ненулевые величины коэффициентов при переменных условий-ограничений;
- в ячейки строки для критерия оптимальности (F) вводятся величины показателя, принятого за критерий оптимальности на единицу каждой переменной;
- в ячейки строки «оптимальное решение» вводятся нулевые значения (исходное решение приравнивается нулю);
- в ячейки последнего столбца таблицы вводятся величины ограничений (числа в правых частях) для всех уравнений и неравенств;

- в ячейки столбца «расчётные формулы» вводятся выражения, содержащиеся в левых частях всех уравнений и неравенств, которые имеют вид «$\sum a_{ij}x_j$» и «x_j»,а в ячейку для критерия оптимальности – «$\sum c_jx_j$» (для этого можно использовать встроенную математическую функцию «СУММПРОИЗВ» из MS Excel, синтаксис которой имеет вид «СУММПРОИЗВ (массив 1, массив 2,..); где массив 1 – это любая строка таблицы, а массив 2 – строка «оптимальное решение»).

При втором варианте оптимизации в ячейки столбца «расчётные формулы» вместо «$\sum a_{ij}x_j$» вводится выражение «$\sum a_{ij}x_j$-u_i».

Особенностью оптимизационных задач является наличие для каждой из них множества вариантов допустимых решений при одних и тех же заданных условиях. Решать такие задачи вручную практически невозможно, хотя методы их решения известны и хорошо разработаны.

Для их решения на ПЭВМ разработаны универсальные и специальные программные продукты. Широко применяемым универсальным продуктом является, в частности, MS Excel, в котором имеется процедура «Поиск решения..», предназначенная для решения задач оптимизации.

Вид рабочей матрицы до и после выполнения расчётов с помощью процедуры «Поиск решения…» иллюстрирует рис.3.2 и 3.3.

Связав таблицы 3.12 и 3.13 с таблицами 3.2-3.11 можно создать ещё два варианта математических и компьютерных моделей для разработки ассортиментного плана предприятия. Для этого достаточно: а) создать две новые копии таблиц 3.2-3.11; б) связать ячейки строки «Оптимальное решение» рабочей матрицы с ячейками строки «объём продукции» таблицы 3.2 с помощью операторов присвоения.

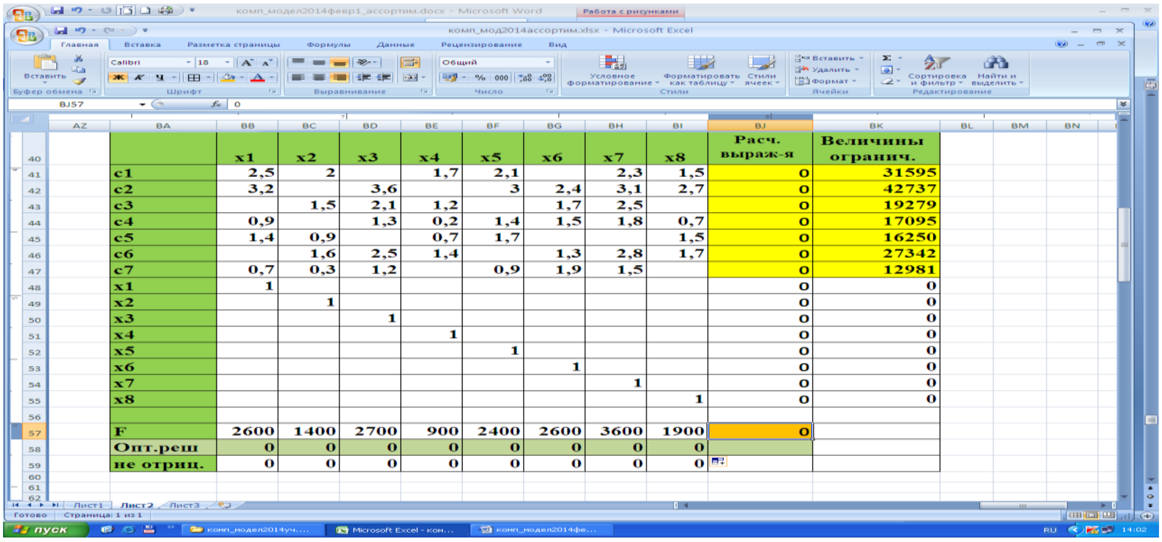
Разработка компьютерной модели предполагает перевод на компьютерную основу всех процессов и процедур, связанных с выполнением расчётов, обработкой информации и формированием аналитических таблиц, графиков и диаграмм.

В нашем случае компьютерная модель для разработки ассортиментного плана представляет собой совокупность взаимосвязанных между собой таблиц-шаблонов и таблиц-диаграмм, созданных на ПЭВМ в MS Excel, совокупность формул разработанной математической модели, функций и процедур MS Excel, встроенные в ячейки таблиц-шаблонов, а также совокупность исходных данных, введённых в таблицы 3.1 и 3.2.

Методика использования компьютерной модели для разработки ассортиментного плана предприятия методом прямых расчетов включает следующие шаги:

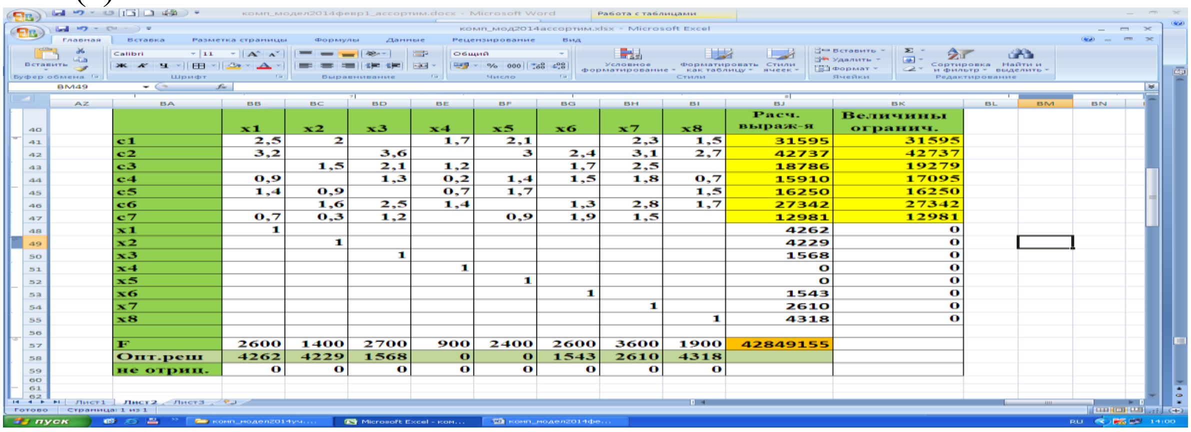
1) создание копии разработанной и описанной нами компьютерной модели;

2) определение количества видов сырья (m) и видов продукции (n) и преобразование таблицы 3.2 размерностью 7*8 в таблицу размерности m*n;



	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	Расч. выраж-я	Величины огранич.
c1	2,5	2		1,7	2,1		2,3	1,5	0	31595
c2	3,2		3,6		3	2,4	3,1	2,7	0	42737
c3		1,5	2,1	1,2		1,7	2,5		0	19279
c4	0,9		1,3	0,2	1,4	1,5	1,8	0,7	0	17095
c5	1,4	0,9		0,7	1,7			1,5	0	16250
c6		1,6	2,5	1,4		1,3	2,8	1,7	0	27342
c7	0,7	0,3	1,2		0,9	1,9	1,5		0	12981
x1	1								0	0
x2		1							0	0
x3			1						0	0
x4				1					0	0
x5					1				0	0
x6						1			0	0
x7							1		0	0
x8								1	0	0
F	2600	1400	2700	900	2400	2600	3600	1900	0	
Опт.реш	0	0	0	0	0	0	0	0		
не отриц.	0	0	0	0	0	0	0	0		

(а)



	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	Расч. выраж-я	Величины огранич.
c1	2,5	2		1,7	2,1		2,3	1,5	31595	31595
c2	3,2		3,6		3	2,4	3,1	2,7	42737	42737
c3		1,5	2,1	1,2		1,7	2,5		18786	19279
c4	0,9		1,3	0,2	1,4	1,5	1,8	0,7	15910	17095
c5	1,4	0,9		0,7	1,7			1,5	16250	16250
c6		1,6	2,5	1,4		1,3	2,8	1,7	27342	27342
c7	0,7	0,3	1,2		0,9	1,9	1,5		12981	12981
x1	1								4262	0
x2		1							4229	0
x3			1						1568	0
x4				1					0	0
x5					1				0	0
x6						1			1543	0
x7							1		2610	0
x8								1	4318	0
F	2600	1400	2700	900	2400	2600	3600	1900	42849155	
Опт.реш	4262	4229	1568	0	0	1543	2610	4318		
не отриц.	0	0	0	0	0	0	0	0		

(б)

Рис.3.2. Окно MS Excel, иллюстрирующее вид рабочей матрицы оптимизационной задачи до (а) и после (б) выполнения расчётов

3) приведение таблиц 3.3-3.11 в соответствие с таблицей 3.2 путем добавления (удаления) числа строк и столбцов и копирование формул, встроенных в ячейки этих таблиц в ячейки добавленных строк и столбцов;

4) ввод во все ячейки таблицы 3.2 величин исходных показателей (нормы расхода и т.д.).

Отличие методики использования компьютерной модели для разработки ассортиментного плана методом оптимизации состоит в том, что добавляются к вышеперечисленным шагам еще ряд шагов, предусматривающие:

5) преобразование рабочих матриц, приведенных в таблицах 3.12 и 3.13, которые предназначены для решения задач производства 8-ми видов продукции из 7-ми видов сырья, в рабочие матрицы дляnвидов продукции и mвидов сырья;

6) ввод в ее ячейки исходной информации;

7) копирование во все ячейки столбца «Расчетные формулы» выражений «$\sum a_{ij}x_j$», «x_j» ($\sum a_{ij}x_j - u_i$);

8) решение задач оптимизации с помощью процедуры «Поиск решения…»;

9) копирование операторов присвоения, содержащихся в строке «объем продукции» во все ячейки этой строки.

В результате выполнения всех указанных шагов автоматически сформируются все таблицы и диаграммы, предусмотренные компьютерной моделью.

Далее все необходимые таблицы и диаграммы следует скопировать в MS Word для последующего анализа.

Созданную компьютерную модель необходимо сохранить для ее последующего использования.

3.3. Методика работы с процедурой «Поиск решения…» в MS Excel при разработке компьютерных моделей

Табличный процессор MS Excel сам является одним из примеров компьютерной модели, вернее комплексом компьютерных моделей, позволяющим создавать таблицы и комплексы таблиц, выполнять на их основе множество различных видов вычислений и процессов обработки табличной информации.

Компоненты, содержащиеся в MS Excel, в свою очередь, представляют собой отдельные компьютерные модели или их группы для выполнения тех или иных задач на ПЭВМ.

Особое место среди компонентов MS Excel занимает «Поиск решения…», представляющий собой комплекс компьютерных моделей для решения различных задач в совокупности, называемых задачами линейного программирования. Напомним, что задачи, решаемые с помощью «Поиск решения…» вручную решить практически невозможно.

Методика применения инструментария «Поиск решения…» состоит из следующих шагов:

1) анализируется разработанная математическая модель оптимизацонной задачи;

2) в рабочем окне MS Excel создается таблица размерности $(m+1)*(n+1)$, где m, n - число ограничений (строк) и число переменных (столбцов); в строки 1-го столбца таблицы записываются наименования (номера) ограничений, а в столбцы 1-й строки (шапки таблицы) вводятся наименования (обозначения) переменных;

3) к созданной таблице добавляются три строки и два столбца; строки предназначены для ввода величин критерия оптимальности, размещения величин оптимального решения и ввода условий не отрицательности переменных, а столбцы – для расчетных формул и величин ограничений;

4) в созданную пустую таблицу, вводятся исходные данные рабочих матриц оптимизационной задачи.

В ходе выполнения шагов (1-3) создаются таблицы, приведенные на рис.3.3;

1) во все ячейки столбца «расчетные формулы» вводятся формулы для вычисления суммы произведений:

а) расчетных значений по каждому ограничению

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j, \quad i = \overline{1, m},$$

где a_{ij} - адреса ячеек, в которые размещены коэффициенты рабочей матрицы при переменных; x_j - адреса ячеек строки «оптимальное решение», в которые должны быть размещены величины оптимальных значений переменных;

б) расчетной величины критерия оптимальности, т.е.

$$\sum_{j=1}^{n} c_j\, x_j,$$

где c_j - адреса ячеек, в которые размещены величины критерия оптимальности при каждой переменной;

2) в ячейки строки «оптимальное решение» исходной таблицы для всех переменных вводятся нулевые значения (см.рис.3.3).

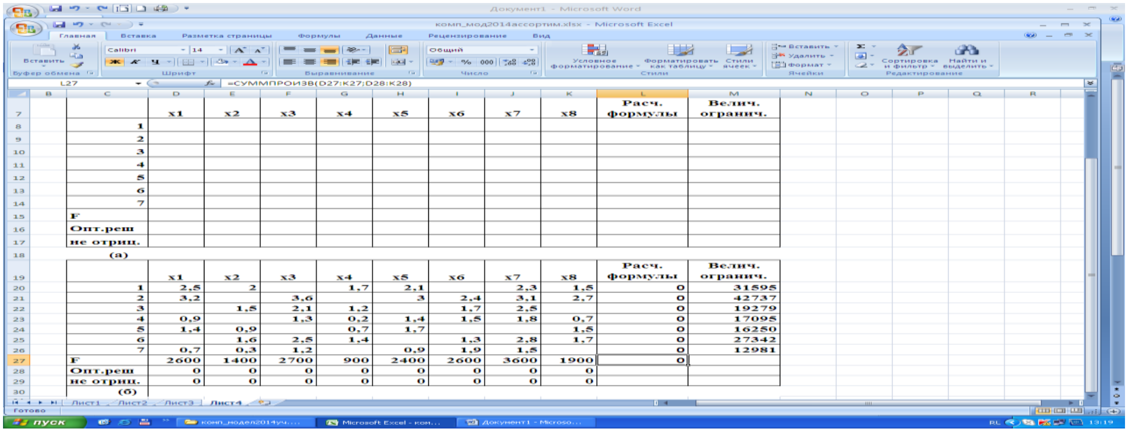


Рис.3.3. Окно MS Excel с пустой (а) и заполненной (б) таблицами рабочей матрицы

На рис.3.4 приведено окно, с помощью которого в каждую ячейку столбца «Расчетные формулы» таблицы с исходными данными вводятся суммы произведений массивов ($\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, x_j$ и $\sum_{j=1}^{n} c_j\, x_j$), а также таблица, полностью подготовленная для решения задачи с помощью «Поиск решения…».

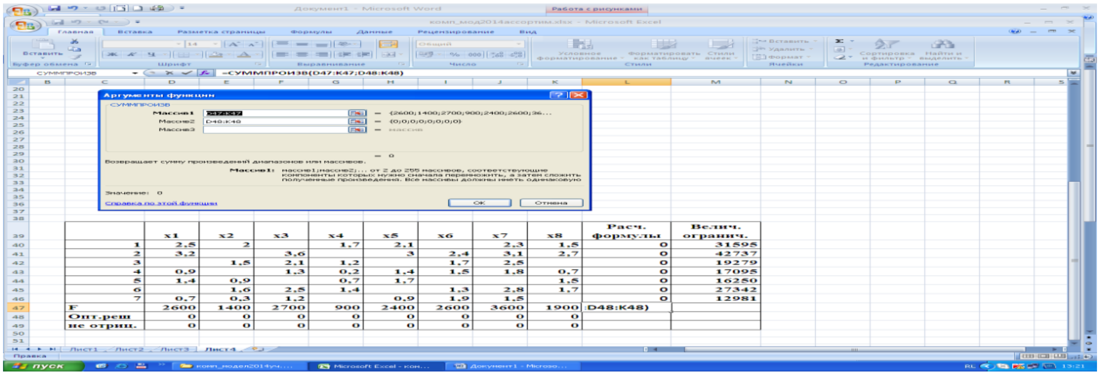


Рис.3.4. Окно MS Excel, иллюстрирующее методику ввода расчетных формул в столбец «Расч.формулы» рабочей матрицы

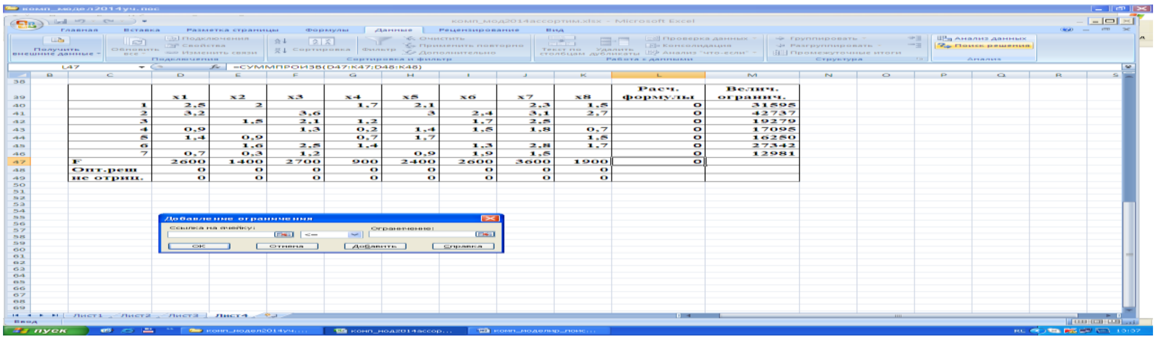
Далее запускается инструментарий «Поиск решения…» путем выбора в главном меню пункта «Данные», а в подменю «Поиск решения…». В результате на экране компьютера появляется окно «Поиск решения…», в которой следует выполнить следующие действия:

а) установить целевую ячейку, т.е. указать адрес ячейки, куда будет выведена суммарная величина показателя, принятого за критерий оптимальности;

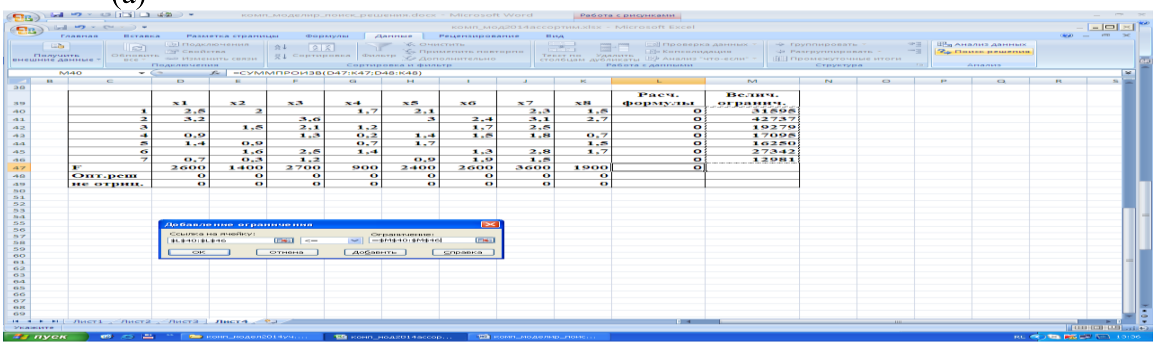
б) принять критерий оптимальности равной максимальному, минимальному значению или значению ноль;

в) в диапазон «изменяя ячейки», предназначенного для вывода результата решения указать ячейки строки «оптимальное решение»;

г) ввести ограничения с помощью клавиши «добавить»; величины ограничений можно вводить по одному, но если подряд идут ограничения одного и того же вида, то их можно вводить одновременно. Методику ввода ограничений иллюстрирует рис. 3.5.



(а)



(б)

Рис. 3.5. Окна MS Excel, иллюстрирующие методику ввода (добавления) ограничений в процедуру «Поиск решения…»: (а) – до начала добавления; (б) – после завершения добавления

Завершив ввод ограничений, задача запускается на решение путем нажатия клавиши «Выполнить». После завершения решения на экран выводится окно «Результаты поиска решения» (рис. 3.6).

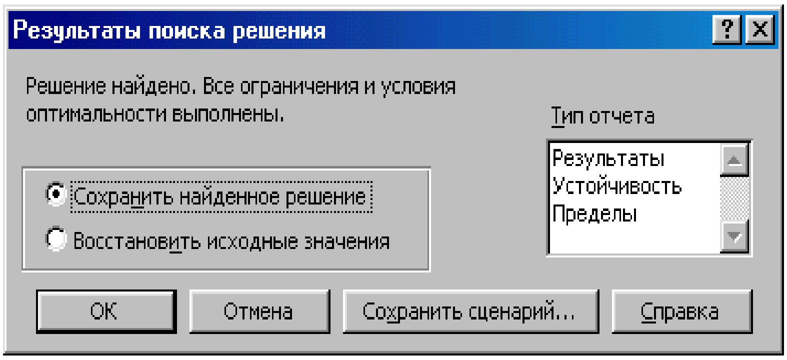
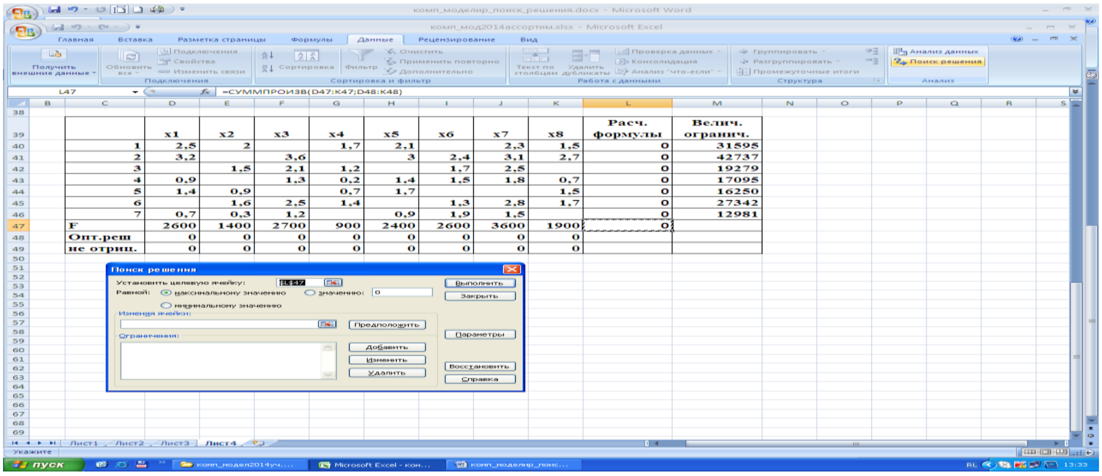
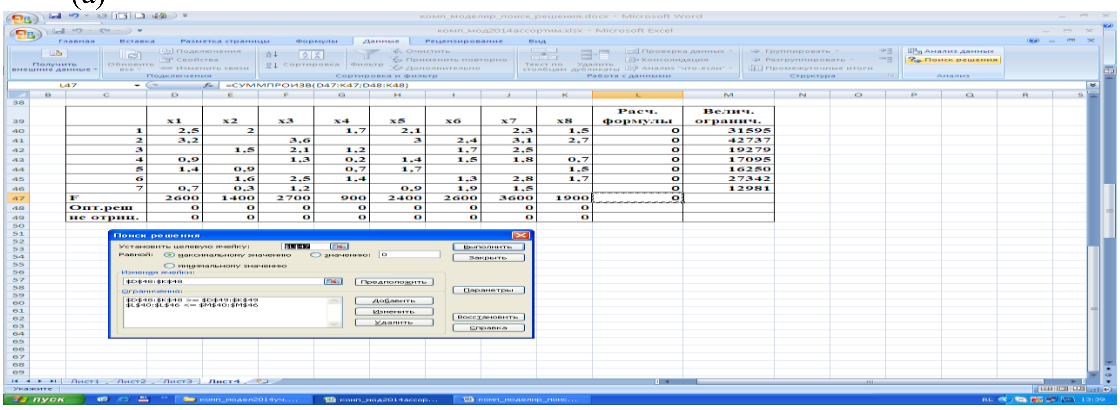


Рис. 3.6. Окно «Результаты поиска оптимального решения» MS Excel

На рис. 3.7 показан вид окна «Поиск решения…» до и после завершения действия в этом окне.



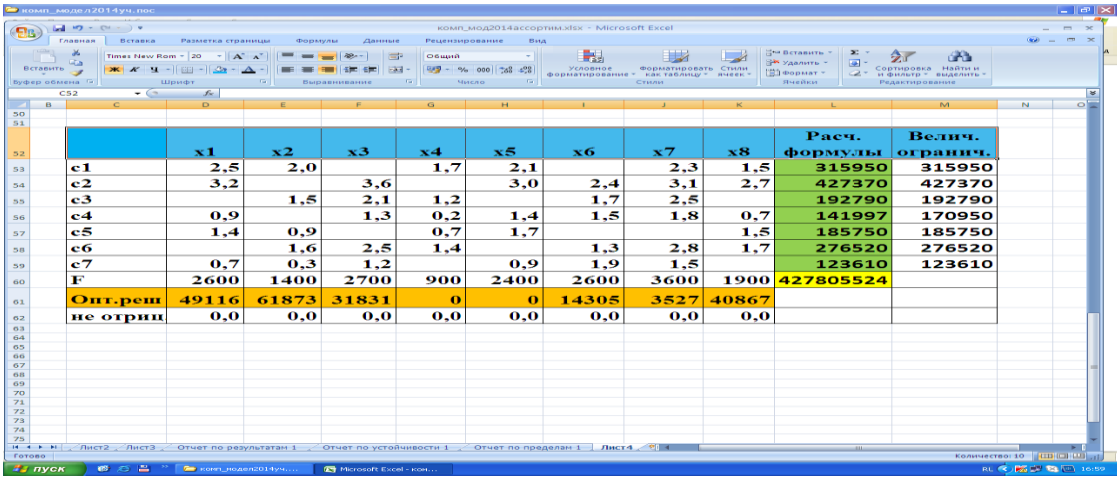
(а)



(б)

Рис.3.7.Окна MS Excel, иллюстрирующие методику работы с процедурой «Поиск решения…»: (а) – начало работы; (б) завершение работы

На рис. 3.8 приведено окно, содержащую рабочую матрицу задачи с оптимальным решением.

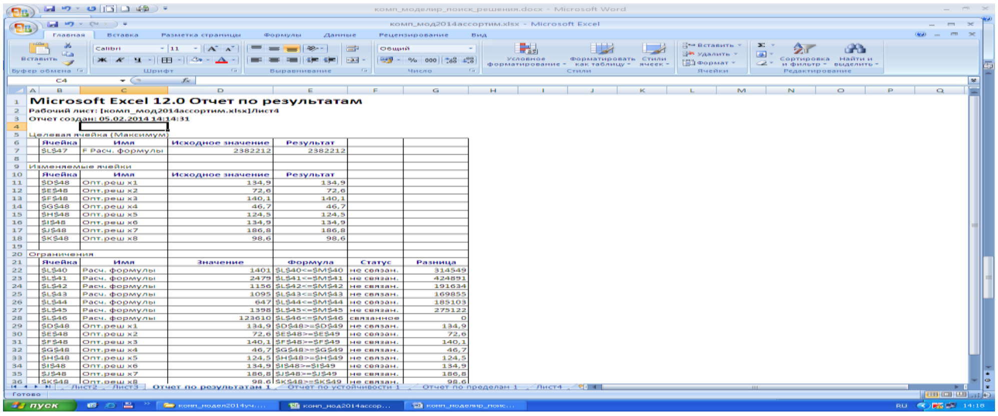


	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	Расч. формулы	Велич. огранич.
c1	2,5	2,0		1,7	2,1		2,3	1,5	315950	315950
c2	3,2		3,6		3,0	2,4	3,1	2,7	427370	427370
c3		1,5	2,1	1,2		1,7	2,5		192790	192790
c4	0,9		1,3	0,2	1,4	1,5	1,8	0,7	141997	170950
c5	1,4	0,9		0,7	1,7			1,5	185750	185750
c6		1,6	2,5	1,4		1,3	2,8	1,7	276520	276520
c7	0,7	0,3	1,2		0,9	1,9	1,5		123610	123610
F	2600	1400	2700	900	2400	2600	3600	1900	427805524	
Опт.реш	49116	61873	31831	0	0	14305	3527	40867		
не отриц	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0		

Рис.3.8.Окна MS Excel с рабочей матрицей оптимизационной задачи после ее решения с помощью процедуры «Поиск решения…»

Инструментарий «Поиск решения…» позволяет сформировать три типа отчета, называемые «Результаты», «Устойчивость» и «Пределы».

Вид отчетов и содержащиеся в них информации показаны на рис. 3.9.



Microsoft Excel 12.0 Отчет по результатам
Рабочий лист: [комп_мод2014ассортим.xlsx]Лист4
Отчет создан: 05.02.2014 14:14:31

Целевая ячейка (Максимум)

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
$L$47	F Расч. формулы	2382212	2382212

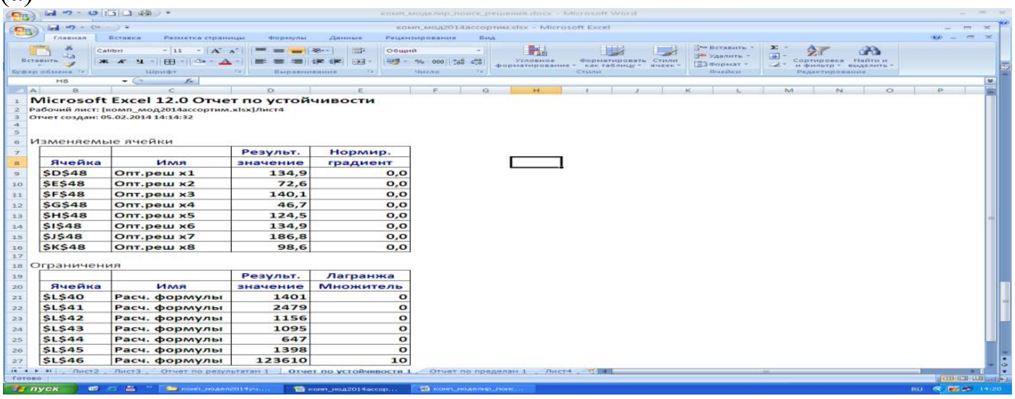
Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Исходное значение	Результат
$D$48	Опт.реш x1	134,9	134,9
$E$48	Опт.реш x2	72,6	72,6
$F$48	Опт.реш x3	140,1	140,1
$G$48	Опт.реш x4	46,7	46,7
$H$48	Опт.реш x5	124,5	124,5
$I$48	Опт.реш x6	134,9	134,9
$J$48	Опт.реш x7	186,8	186,8
$K$48	Опт.реш x8	98,6	98,6

Ограничения

Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
$L$40	Расч. формулы	1401	$L$40<=$M$40	не связан.	314549
$L$41	Расч. формулы	2479	$L$41<=$M$41	не связан.	424891
$L$42	Расч. формулы	1156	$L$42<=$M$42	не связан.	191634
$L$43	Расч. формулы	1095	$L$43<=$M$43	не связан.	169855
$L$44	Расч. формулы	647	$L$44<=$M$44	не связан.	185103
$L$45	Расч. формулы	1398	$L$45<=$M$45	не связан.	275122
$L$46	Расч. формулы	123610	$L$46<=$M$46	связанное	0
$D$48	Опт.реш x1	134,9	$D$48>=$D$49	не связан.	134,9
$E$48	Опт.реш x2	72,6	$E$48>=$E$49	не связан.	72,6
$F$48	Опт.реш x3	140,1	$F$48>=$F$49	не связан.	140,1
$G$48	Опт.реш x4	46,7	$G$48>=$G$49	не связан.	46,7
$H$48	Опт.реш x5	124,5	$H$48>=$H$49	не связан.	124,5
$I$48	Опт.реш x6	134,9	$I$48>=$I$49	не связан.	134,9
$J$48	Опт.реш x7	186,8	$J$48>=$J$49	не связан.	186,8
$K$48	Опт.реш x8	98,6	$K$48>=$K$49	не связан.	98,6

(а)



Microsoft Excel 12.0 Отчет по устойчивости
Рабочий лист: [комп_мод2014ассортим.xlsx]Лист4
Отчет создан: 05.02.2014 14:14:32

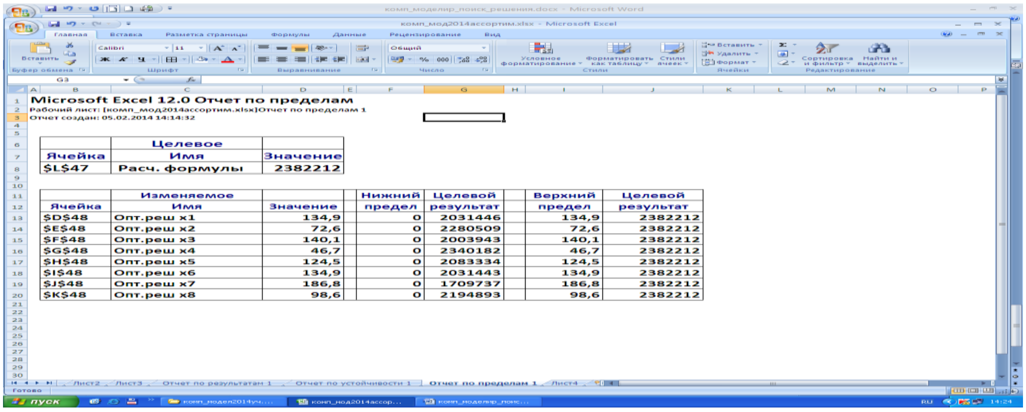
Изменяемые ячейки

Ячейка	Имя	Результ. значение	Нормир. градиент
$D$48	Опт.реш x1	134,9	0,0
$E$48	Опт.реш x2	72,6	0,0
$F$48	Опт.реш x3	140,1	0,0
$G$48	Опт.реш x4	46,7	0,0
$H$48	Опт.реш x5	124,5	0,0
$I$48	Опт.реш x6	134,9	0,0
$J$48	Опт.реш x7	186,8	0,0
$K$48	Опт.реш x8	98,6	0,0

Ограничения

Ячейка	Имя	Результ. значение	Лагранжа Множитель
$L$40	Расч. формулы	1401	0
$L$41	Расч. формулы	2479	0
$L$42	Расч. формулы	1156	0
$L$43	Расч. формулы	1095	0
$L$44	Расч. формулы	647	0
$L$45	Расч. формулы	1398	0
$L$46	Расч. формулы	123610	10

(б)



Microsoft Excel 12.0 Отчет по пределам
Рабочий лист: [комп_мод2014ассортим.xlsx]Отчет по пределам 1
Отчет создан: 05.02.2014 14:14:32

	Целевое	
Ячейка	Имя	Значение
$L$47	Расч. формулы	2382212

	Изменяемое		Нижний	Целевой	Верхний	Целевой
Ячейка	Имя	Значение	предел	результат	предел	результат
$D$48	Опт.реш x1	134,9	0	2031446	134,9	2382212
$E$48	Опт.реш x2	72,6	0	2280509	72,6	2382212
$F$48	Опт.реш x3	140,1	0	2003943	140,1	2382212
$G$48	Опт.реш x4	46,7	0	2340182	46,7	2382212
$H$48	Опт.реш x5	124,5	0	2083334	124,5	2382212
$I$48	Опт.реш x6	134,9	0	2031443	134,9	2382212
$J$48	Опт.реш x7	186,8	0	1709737	186,8	2382212
$K$48	Опт.реш x8	98,6	0	2194893	98,6	2382212

(в)

Рис.3.9.Окна MS Excel с тремя отчетами, формируемыми процедурой «Поиск решения…» после завершения решения оптимизационной задачи: (а) - отчет по результатам; (б) – отчет по устойчивости; (в) – отчет по пределам

«Отчет по результатам» представляет собой набор нескольких таблиц, состоящий из целевой ячейки (критерия оптимальности) и списка влияющих ячеек модели (оптимального решения), их исходных и конечных значений, а также формул ограничений и дополнительных сведений о наложенных ограничениях.

«Отчет по устойчивости» - это набор таблиц, содержащий сведения о чувствительности решения к малым изменениям в формуле модели, величины переменных и ограничений при оптимальном варианте решения, и двойственные оценки (нормированный градиент - для переменных и множитель Лагранжа - для ограничений).

«Отчет по пределам» включает адрес целевой ячейки (критерия оптимальности), величины критерия оптимальности при оптимальном варианте решения, списка влияющих ячеек модели (переменных), их значений, а также нижних и верхних границ. Нижним пределом является наименьшее значение, которое может содержать влияющая ячейка при условии фиксированности значений остальных ячеек и их удовлетворения наложенным ограничениям. Соответственно верхним пределом называется наибольшее значение.

Подведем итог: таблица, приведенная на рис.3.6 со всеми встроенными в ее ячейки формулами и элементами представляет собой компьютерную модель для решения задачи, взятого нами в качестве примера.

Напомним, что в этой таблице содержатся встроенные функции «СУММПРОИЗВ» (в ячейках столбца «Расч.формулы»), процедура «Поиск решения…» (размещена в ячейке для величины критерия оптимальности и активизируется путем установления курсора на эту ячейку), строка «Оптимальное решение» (куда выводятся величины переменных оптимального решения), а также листы с тремя отчетами «Результаты», «Устойчивость» и «Пределы».

Работа с созданной моделью имеет свои особенности. Во-первых, при изменении исходных данных без изменения количества переменных и ограничений оптимальный план не пересчитывается автоматически. Для этого требуется заново активизировать «Поиск решения…» и нажать на кнопку «Выполнить». При этом заново требуется сохранять все три формируемых отчета. Аналогично требуется действовать и при изменении численных величин ограничений.

Во-вторых, даже простое копирование созданной таблицы-модели с оптимальным решением из одной части рабочей таблицы MS Excel в другую ее часть для повторного решения требует настройки «Поиск решения…» на новые адреса ячеек для целевой функции, изменяемых ячеек для оптимального решения и ограничений задачи и нового решения этой задачи. Иными словами, созданная компьютерная модель лишь частично является моделью-шаблоном, поскольку при каждом решении оптимизационной задачи требуется практически заново выполнять все действия с процедурой «Поиск решения…».

Глава 4. Математические и компьютерные модели для расчета показателей межотраслевых балансов народного хозяйства

4.1.Модели для анализа и прогнозирования показателей статического межотраслевого баланса народного хозяйства

Одним из широко применяемых методов анализа, планирования и прогнозирования в экономической теории и во всех сферах экономической практики является балансовый метод.

Среди множества задач, решение которых предполагает применение балансового метода, особое место занимают задачи, связанные с производством и потреблением ресурсов и продукции. Их принято называть задачами «затраты-выпуск». К числу классических задач на «затраты-выпуск» относится макроэкономическая задача по разработке межотраслевого баланса народного хозяйства.

Все отрасли в совокупности образуют единый народнохозяйственный комплекс страны. Каждая отрасль в межотраслевом балансе выступает одновременно производителем и потребителем продукции. Продукция, производимая в каждой отрасли, потребляется во всех отраслях, в т. ч. в самой производящей отрасли.

Межотраслевые балансы разрабатываются в виде таблиц, а также в аналитическом виде. Развитие теории межотраслевых и других матричных балансов привело к созданию теории балансовых моделей (моделей «затраты-выпуска»). Наибольший вклад в эту теорию внес лауреат нобелевской премии В. Леонтьев.

Балансовый метод и создаваемые на его основе балансовые модели служат основным инструментом поддержания пропорций в народном хозяйстве. Балансовые модели строятся в виде числовых матриц - прямоугольных таблиц чисел. В связи с этим балансовые модели относятся к тому типу экономико-математических моделей, которые называются матричными.

Различают статические (как правило, на год) и динамические балансовые модели.

Статический межотраслевой баланс народного хозяйства приведен в таблице 4.1. Он состоит из четырех частей: 1) межотраслевых потоков материальных затрат (x_{ij}); объема конечной продукции произведенной в каждой отрасли (Y_i); 3) объема конечной продукции, потребленного в каждой отрасли в виде фонда оплаты труда (v_j) и чистого дохода (m_j); 4) объемов конечной продукции, потребленной в отраслях непроизводственной сферы ($v_{кон}$,$m_{кон}$).

В соответствии с таблицей 4.1:

Таблица 4.1

Статический межотраслевой баланс народного хозяйства в денежном выражении

Отрасли как потребители Отрасли как производите	Межотраслевые потоки материальных затрат				Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	…	n		
1	x_{11}	x_{12}	…	x_{1n}	Y_1	X_1
2	x_{21}	x_{22}	…	x_{2n}	Y_2	X_2
…	…	…	I …	…	II …	…
n	x_{n1}	x_{n2}	…	x_{nn}	Y_n	X_n
Фонд оплаты труда Чистый доход	v_1 m_1	v_2 m_2	…III …	v_n m_n	$v_{кон}$ $m_{кон}$IV	
Валовая продукция	X_1	X_2	…	X_n		$\sum X_i = \sum X_j$

- для каждой отрасли сумма материальных затрат, фонда оплаты труда ее работников и чистого дохода равна валовой продукции этой отрасли и записывается в виде формулы (1):

$$X_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + v_j + m_j; \text{j} = 1,2,\ldots,\text{n}. \qquad (1)$$

- для каждой производящей отрасли валовая продукция равна сумме материальных затрат потребляющих ее продукцию отраслей и конечной продукции данной отрасли и записывается в виде формулы (2):

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + Y_i; \text{i} = 1,2,\ldots,\text{n}. \qquad (2)$$

Все показатели, приведенные в таблице 4.1 и в формулах (1) и (2) за отчетный и предыдущий периоды, можно определить по фактическим данным отраслей экономики.

Данные таблицы 4.1 сами по себе не представляют ценности для анализа и тем более для планово–прогнозных целей. Однако эти данные являются чрезвычайно ценными как исходная информация для анализа и прогнозирования. По этим исходным данным можно рассчитать следующие аналитические показатели:

- коэффициенты прямых материальных затрат;
- суммарные материальные затраты, валовая и конечная продукция народного хозяйства, а также материалоемкость конечной и валовой продукции;
- структуру распределения валовой продукции каждой отрасли;
- суммарные материальные затраты, затраты на оплату труда и чистый доход;

- структуру потребления продукции всех отраслей экономики в каждой отрасли;
- величины фонда оплаты труда и чистого дохода на руб. валовой продукции по отраслям и народному хозяйству в целом;
- коэффициенты полных затрат.

Рассмотрим математическую и компьютерную модели для расчета перечисленных аналитических показателей.

Запишем математическую модель и введем необходимые для этого обозначения (часть этих обозначений приведена в таблице 4.1 и в формулах 1 и 2). Математическая модель представляет собой совокупность формул, приведенных в таблице 4.2.

Таблица 4.2

Математическая модель для анализа показателей межотраслевого баланса народного хозяйства

(3) $a_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$;	(15) $\text{МЗ}_j = \sum_{i=1}^{m} x_{ij}, j = \overline{1,m}$;
(4) $\text{МЗ}_i = \sum_{j=1}^{m} x_{ij}, i = \overline{1,m}$;	(16) $v = \sum v_j$;
(5) $\text{МЗ} = \sum_{i=1}^{m} \text{МЗ}_i$;	(17) $m = \sum m_j$;
(6) $X_i = M3_i + Y_i, i = \overline{1,m}$;	(18) $U2x_{ij} = x_{ij} * 100/X_j, j = \overline{1,m}$;
(7) $X = \sum_{i=1}^{m} X_i$;	(19) $Uv_j = v_j * 100/X, j = \overline{1,m}$;
(8) $Y = \sum_{i=1}^{m} Y_i$;	(20) $Um_j = m_j * 100/X, j = \overline{1,m}$;
(9) $\text{М}eY_i = \frac{\text{МЗ}_i}{Y_i}$;	(21а)$U\text{МЗ}2_{ij} = \text{МЗ}2_j * 100/x$;
(10) $\text{М}eY = \frac{\text{МЗ}}{y}$;	(21б) $Uv = v * 100/X$;
(11) $\text{М}eX_i = \frac{\text{МЗ}_i}{X_i}$;	(21в) $Um = m * 100/x$;
(12) $\text{М}eX = \frac{\text{МЗ}}{X}$;	(22а) $ve_j = v_j/X_j$;
(13а) $U1X_{ij} = x_{ij} * 100/X_j$;	(22б) $ve = v/X$;
(13б) $UX_i = Y_i * 100/X_j$;	(23а) $me_j = m_j/X_j$
(14а) $U\text{МЗ}1_{ij} = \text{МЗ}1_j * 100/X$;	(23б) $me = m/X$.
(14б) $UY = Y * 100/X$;	

В таблице 4.2 применены следующие обозначения:

x_{ij}–величина валовой продукции i-й отрасли потребленная в j-й отрасли в виде материальных затрат;

Y_i – производимая в i-й отрасли экономики конечная продукция;

X_i – произведенная в i-й отрасли валовая продукция;

v_j – фонд оплаты труда работников j-й отрасли;

m_j - чистый доход, потребляемый в j-й отрасли;

X_j - валовая продукция, потреблённая в j-й отрасли;

a_{ij} – коэффициенты прямых материальных затрат продукции, произведенной в i-й отрасли на единицу продукции потребленной в j-й отрасли;

b_{ij} – коэффициенты полных (прямых и косвенных) материальных затрат продукции, произведенной в i-й отрасли на единицу продукции j-й отрасли;

$МЗ_i$ – валовая продукция i-й отрасли, потребляемая во всех отраслях экономики в виде материальных затрат;

$МЗ_j$ - суммарная величина валовой продукции всех отраслей, потребляемая в j-й отрасли в виде материальных затрат;

МЗ - суммарная величина всех материальных затрат народного хозяйства;

$МeY_i$, $МeX_i$ – материалоемкость конечной и валовой продукции i-й отрасли – производителя;

$МeY, МeX$ - то же для народного хозяйства в целом;

$UМЗ1_{ij}$ - удельный вес материальных затрат i-й отрасли в валовой продукции j-й отрасли;

$UМЗ2_{ij}$ - удельный вес валовой продукции j-й отрасли, потребляемой в виде материальных затрат в i-й отрасли;

UY_i, UX_i – удельный вес конечной и валовой продукции i-й отрасли в валовой продукции народного хозяйства;

Uv_j, Um_j, UX_j – удельный вес фонда оплаты труда, чистого дохода и валовой продукции соответственно в j-й отрасли в валовой продукции народного хозяйства;

$UМЗ_i, UМЗ_j$ - удельный вес суммарных материальных затрат i-й отрасли – производителя и j-й отрасли–потребителя в валовой продукции народного хозяйства;

Y, v, m, X - конечная продукция, фонд оплаты труда, чистый доход и валовая продукция народного хозяйства;

UY, Uv, Um - удельный вес конечной продукции, фонда оплаты труда и чистого дохода народного хозяйства в объеме его валовой продукции;

Ye_i – величина конечной продукции i-й отрасли на единицу ее валовой продукции;

ve_j, me_j– величины заработной платы и чистого дохода на руб. валовой продукции j-й отрасли;

Ye, ve, me - величины конечной продукции, заработной платы и чистого дохода на руб. валовой продукции народного хозяйства.

Коэффициенты полных затрат нельзя рассчитать по формулам, аналогичным вышеприведенным (1-23). Их можно определить на основе коэффициентов прямых материальных затрат.

Из формулы (3) следует, что $x_{ij} = a_{ij}X_j$ (24). Используя равенство (24), формулу (2) можно преобразовать в следующий вид $X_i = \sum a_{ij}X_j + Y_i$(25).

Если в уравнении (25) величины a_{ij} считать заданными, величину конечной продукции для одной из отраслей считать равной единице, а для остальных отраслей равной нулям и решить полученную систему уравнений относительно переменных $X_i = X_j$, то полученное решение будет представлять собой величины b_{ij} для отрасли с величиной $Y_i = 1$.

Покажем методику расчета коэффициентов полных затрат на примере. Пусть народное хозяйство представлено двумя группами отраслей, величины коэффициентов прямых материальных затрат для каждой группы отраслей и конечная продукция приведены в таблице:

Группы отраслей	Коэффициенты прямых материальных затрат		Конечная продукция, млрд. руб.
	1	2	
1	0,3	0,2	500
2	0,1	0,2	300

Требуется рассчитать коэффициенты полных материальных затрат. Запишем формулу(25) для случая, когда народное хозяйство представлено двумя группами отраслей:

$$(26) \qquad \begin{cases} X_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + Y_1; \\ X_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + Y_2. \end{cases}$$

Согласно определения коэффициентов полных затрат, если в этой модели Y_1 принять равным единице (1 руб.), а Y_2 – за ноль, то X_1 и X_2 будут означать коэффициенты полных затрат для 1-ой группы отраслей, т.е. $X_1 = b_{11}$, $X_2 = b_{21}$. Аналогично, если принять $Y_1 = 0$; $Y_2 = 1$, то в модели (25)X_1и X_2 будут означать коэффициенты полных затрат для 2-ой группы отраслей, т.е. $X_1 = b_{12}$; $X_2 = b_{22}$.

Выполним указанные расчеты для нашего примера. Для первой группы отраслей систему (26) можно записать следующим образом:

$$\begin{cases} X_1 = 0,3X_1 + 0,2X_2 + 1; \\ X_2 = 0,1X_1 + 0,2X_2 + 0. \end{cases}$$

Упростив эту систему, получим

$$\begin{cases} X_1 - 0,3X_1 - 0,2X_2 = 1; \\ X_2 - 0,1X_1 - 0,2X_2 = 0. \end{cases}$$

Решением этой системы будет:$X_1 = 1,48$; $X_2=0,18$.

Откуда$X_1 = b_{11} = 1,48$руб.;$X_2 = b_{21} = 0,18$ руб.

Аналогично можно рассчитать b_{ij} для 2-ой группы отраслей:

$$\begin{cases} X_1 = 0,3X_1 + 0,2X_2 + 0; \\ X_2 = 0,1X_1 + 0,2X_2 + 1. \end{cases}$$

После упрощения получим

$$\begin{cases} X_1 - 0{,}286\,X_2 = 0; \\ -X_1 + 8{,}000\,X_2 = 10. \end{cases}$$

Откуда $X_1 = 0{,}37$, $X_2 = 1{,}29$.

Следовательно, $X_1 = b_{12} = 0{,}37$ руб.; $X_2 = b_{22} = 1{,}29$ руб.

Таким образом, получены следующие величины для коэффициентов полных материальных затрат:

Группы отраслей	Коэффициенты полных материальных затрат	
	1	2
1	1,48	0,37
2	0,18	1,29

Перейдем к рассмотрению сущности и методики составления компьютерной моделей статического межотраслевого баланса.

Возможны два варианта моделей соответственно для анализа и прогнозирования. Анализ проводится на основе фактических данных за отчетный и предыдущий периоды. В этом случае задача формулируется следующим образом. Пусть народное хозяйство представлено пятью отраслями. Межотраслевые потоки материальных затрат, конечная продукция, произведенная в отчетном году, фонд оплаты труда и величины чистого дохода по отраслям характеризуются данными таблицы-шаблона 4.3.

Таблица-шаблон 4.3

Статический межотраслевой баланс народного хозяйства с фактическими данными для анализа, млрд. руб.

	Межотраслевые потоки материальных затрат					Матер. затр.	Конеч. прод.	Вал. Прод.	Материалоемкость, руб.	
									конеч. прод.	вал. прод.
	1	2	3	4	5	$МЗ_i$	Y_i	X_i	MeY_i	MeX_i
1	**18**	**40**	**30**	**60**	**27**	175	**120**	295	1,46	0,59
2	**36**	**60**	**50**	**25**	**44**	215	**200**	415	1,08	0,52
3	**54**	**140**	**90**	**75**	**30**	389	**300**	689	1,30	0,56
4	**33**	**20**	**17**	**42**	**28**	140	**140**	280	1,00	0,50
5	**29**	**36**	**45**	**18**	**42**	170	**190**	360	0,89	0,47
$\mathbf{v_j}$	**70**	**130**	**110**	**90**	**60**	460				
$\mathbf{m_j}$	**50**	**70**	**190**	**50**	**130**	490				
$МЗ_j$	170	296	232	220	171	1089		2039	1,15	0,53
Y_j	120	200	300	140	190	950	950			
X_j	290	496	532	360	361	2039	1318			
MeY_j	1,42	1,48	0,77	1,57	0,90	1,15	1,15			
MeX_j	0,59	0,60	0,44	0,61	0,47	0,53	0,53			
$ЗП_j$	0,241	0,262	0,207	0,250	0,166	0,241				
D_j	0,172	0,141	0,357	0,139	0,360	0,172				

Примечание. Жирным шрифтом выделены заданные показатели, не жирным – расчетные

Требуется составить компьютерную модель для расчета и анализа показателей годового статического межотраслевого баланса, а также оценить сравнительную эффективность отраслей.

В соответствии с составленной и описанной выше моделью для решения поставленной задачи требуется создать компоненты компьютерной модели, т. е. таблицы-шаблоны. Таблица-шаблон 4.3 представляет собой таблицу с исходными данными, к которой добавлены четыре столбца и шесть строк.

Добавленные столбцы в таблицу-шаблон 4.3 предназначены для расчета суммарных материальных затрат ($МЗ_i$), двух показателей эффективности – материалоемкости конечной и валовой продукции, произведенных в каждой отрасли экономики (MeY_i; MeX_i) и итоговых показателей отраслей как производителей (Y_i, X_i).

Из шести добавленных строк три предназначены для расчета суммарных величин материальных затрат, конечной и валовой продукции потребленных в каждой отрасли ($МЗ_j, Y_j, X_j$), две строки - для показателей материалоемкости конечной и валовой продукции, потребленных в каждой отрасли (MeY_j; MeX_j), и еще две строки - для заработной платы и чистого дохода на 1 руб. продукции ($ЗП_j, D_j$).

Таблицы-шаблоны 4.4 и 4.5 предназначены для анализа структуры распределения валовой продукции произведенной в каждой отрасли и структуры валовой продукции, потребляемой в каждой отрасли. Все величины, содержащиеся в этих таблицах, являются расчетными.

Таблица-шаблон 4.4

Структура распределения валовой продукции отраслей экономики, %

	1	2	3	4	5	UМЗ$_i$	UY$_i$	UX$_i$
	UX$_{ij}$							
1	6,1	13,6	10,2	20,3	9,2	59,3	40,7	100,0
2	8,7	14,5	12,0	6,0	10,6	51,8	48,2	100,0
3	7,8	20,3	13,1	10,9	4,4	56,5	43,5	100,0
4	11,8	7,1	6,1	15,0	10,0	50,0	50,0	100,0
5	8,1	10,0	12,5	5,0	11,7	47,2	52,8	100,0

Таблица-шаблон 4.5

Структура потребления в отраслях экономики, %

	$Ux2_{ij}$				
	1	2	3	4	5
1	6,2	8,1	5,6	16,7	7,5
2	12,4	12,1	9,4	6,9	12,2
3	18,6	28,2	16,9	20,8	8,3
4	11,4	4,0	3,2	11,7	7,8
5	10,0	7,3	8,5	5,0	11,6
Uv_j	24,1	26,2	20,7	25,0	16,6
Um_j	17,2	14,1	35,7	13,9	36,0
$UМЗ_j$	58,6	59,7	43,6	61,1	47,4
UY_j	41,4	40,3	56,4	38,9	52,6
UX_j	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Важнейшей среди таблиц-шаблонов статического межотраслевого баланса является таблица-шаблон 4.6, предназначенная для расчета и размещения величин коэффициентов прямых материальных затрат (a_{ij}).Эти коэффициенты показывают сколько валовой продукции, произведенной в i-й отрасли потребляется в j-й отрасли в виде материальных затрат на единицу валовой продукции j-й отрасли.

Таблица-шаблон 4.6

Величины коэффициентов прямых материальных затрат по отраслям экономики

a_{ij}					
	1	2	3	4	5
1	0,061	0,096	0,044	0,214	0,075
2	0,122	0,145	0,073	0,089	0,122
3	0,183	0,337	0,131	0,268	0,083
4	0,112	0,048	0,025	0,150	0,078
5	0,098	0,087	0,065	0,064	0,117
$ЗП_j$	0,241	0,262	0,207	0,250	0,166
D_j	0,172	0,141	0,357	0,139	0,360

В таблице-шаблоне 4.6 приведены также заработная плата и чистый доход на 1 руб. продукции ($ЗП_j, D_j$).

Наряду с коэффициентами прямых материальных затрат важными аналитическими показателями статических межотраслевых балансов являются коэффициенты полных материальных затрат(b_{ij}).

Как показано выше, методика расчета коэффициентов полных затрат существенно отличается от всех остальных расчетов в межотраслевых балансах. Отличие состоит в том, что в этом случае требуется использовать математический инструментарий для решения систем уравнений. Решение систем с тремя и более числом переменных и уравнений вручную является достаточно трудоемкой задачей. Добавим к этому, что систему надо составить и решить многократно, т. е. столько раз, сколько отраслей включено в межотраслевой баланс. Следовательно, возникает необходимость в автоматизации таких расчетов. Для автоматизации расчетов, связанных с решение систем уравнений в MS Excel имеется инструментарий «Поиск решения…». Этот инструментарий предназначен для решения задач оптимизации, описываемых системой уравнений и целевой функцией, в которых требуется максимизировать или минимизировать величину показателя, описанного целевой функцией.

В «Поиске решений…» предусмотрены три возможности для целевой функции, обеспечивающие ее максимизацию, минимизацию или равенство нулю. Если целевую функцию принять равной нулю, то «Поиск решения…» сводит оптимизацию к задаче на решение системы уравнений.

Методика использования инструментария «Поиск решения…» рассмотрена в главе 3. Поэтому здесь ограничимся рассмотрением особенностей решения систем уравнений.

Во-первых, отличие состоит в формировании исходной системы уравнений. Покажем это отличие системы уравнений для определения коэффициентов полных затрат для 1-й отрасли.

Она будет иметь вид:

$X_1 = 0{,}061X_1 + 0{,}096X_2 + 0{,}044X_3 + 0{,}214X_4 + 0{,}075X_5 + 1;$
$X_2 = 0{,}122X_1 + 0{,}145X_2 + 0{,}073X_3 + 0{,}089X_4 + 0{,}122X_5 + 0;$
$X_3 = 0{,}183X_1 + 0{,}337X_2 + 0{,}131X_3 + 0{,}268X_4 + 0{,}083X_5 + 0;$
$X_4 = 0{,}112X_1 + 0{,}048X_2 + 0{,}025X_3 + 0{,}150X_4 + 0{,}078X_5 + 0;$
$X_5 = 0{,}098X_1 + 0{,}087X_2 + 0{,}065X_3 + 0{,}064X_4 + 0{,}117X_5 + 0.$

После преобразования система примет вид:

$0{,}939X_1 - 0{,}096X_2 - 0{,}044X_3 - 0{,}214X_4 - 0{,}075X_5 = 1;$
$-0{,}122X_1 + 0{,}855X_2 - 0{,}073X_3 - 0{,}089X_4 - 0{,}122X_5 = 0;$
$-0{,}183X_1 - 0{,}337X_2 + 0{,}869X_3 - 0{,}268X_4 - 0{,}083X_5 = 0;$
$-0{,}112X_1 - 0{,}048X_2 - 0{,}025X_3 + 0{,}850X_4 - 0{,}078X_5 = 0;$
$-0{,}098X_1 - 0{,}087X_2 - 0{,}065X_3 - 0{,}064X_4 + 0{,}883X_5 = 0.$

Если решить эту систему, то можно определить коэффициенты полных затрат для первой отрасли (b_{ij}): $b_{11} = x_1$; $b_{21} = x_2$; $b_{31} = x_3$; $b_{41} = x_4$; $b_{51} = x_5$

Чтобы найти коэффициенты b_{ij} для остальных отраслей экономики, надо решить последнюю систему еще 4 раза, принимая величину правой части для каждой отрасли поочередно равной 1, а для остальных отраслей равными нулю.

Таким образом, для расчета коэффициентов b_{ij} в MS Excel следует создать таблицу-шаблон 4.7.

Таблица-шаблон 4.7

Компьютерная модель для определения коэффициентов полных материальных затрат статического межотраслевого баланса с помощью процедуры «Поиск решения…» в MS Excel

						решение1	
	1	2	3	4	5	расч1	огран1
1	0,939	-0,096	-0,044	-0,214	-0,075	1	1
2	-0,122	0,855	-0,073	-0,089	-0,122	0	0
3	-0,183	-0,337	0,869	-0,268	-0,083	0	0
4	-0,112	-0,048	-0,025	0,850	-0,078	0	0
5	-0,098	-0,087	-0,065	-0,064	0,883	0	0
F	0	0	0	0	0	0	
Решение1	1,172	0,253	0,426	0,199	0,201		
Решение2	0,209	1,294	0,608	0,137	0,205		
Решение3	0,099	0,146	1,261	0,069	0,124		
Решение4	0,362	0,264	0,591	1,275	0,203		
Решение5	0,170	0,238	0,291	0,155	1,207		
не отриц.	0	0	0	0	0		

Продолжение таблицы-шаблона 4.7

	решение2		решение3		решение4		решение5	
	расч2	огран2	расч3	огран3	расч4	огран4	расч5	огран5
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1	0	0	0	0
4	0	0	0	0	1	1	0	0
5	0	0	0	0	0	0	1	1
F	0		0		0		0	

При этом строка «решение1» и столбцы «расч1» и «огран1» предназначены для определения коэффициентов b_{i1}. Для расчета коэффициентов b_{i2} используется строка «решение2» и столбцы «расч.2» и «огран2» и т. д.

Для величин коэффициентов полных затрат целесообразно создать отдельную таблицу-шаблон 4.8, в ячейки которых введены операторы присвоения со ссылками на ячейки таблицы-шаблона 4.7.

Таблица-шаблон 4.8

Величины коэффициентов полных затрат для отраслей экономики

	b_{ij}				
	1	2	3	4	5
1	1,172	0,209	0,099	0,362	0,170
2	0,253	1,294	0,146	0,264	0,238
3	0,426	0,608	1,261	0,591	0,291
4	0,199	0,137	0,069	1,275	0,155
5	0,201	0,205	0,124	0,203	1,207

Перейдем к рассмотрению моделей составления статического межотраслевого баланса на прогнозный период. Особенность ее обусловлена тем, что нельзя выполнить планово-прогнозные расчеты по основным соотношениям межотраслевого баланса, выраженным формулами (1) и (2), поскольку в этом случае все показатели этих формул являются неизвестными величинами.

Для этого можно использовать вышеприведенную формулу (25) $X_i = \sum a_{ij} \cdot X_j + Y_i$, называемую формулой В. Леонтьева или ее модификацию, имеющая вид $X_i = \sum b_{ij} \cdot Y_j$ (26).

В этих системах уравнений величиныa_{ij} и b_{ij} принимаются заданными величинами. Однако и в этом случае системы уравнений (25) и (26) имеют множество решений. Чтобы свести эти системы к системам с единственным решением применяется известный математический прием – допущение.

Для систем уравнений (25, 26) возможны следующие три варианта допущений:

а) y_j заданы x_j требуется рассчитать;

б) x_j заданы y_j требуется рассчитать;

в) заданы $X_1, X_2, \dots, X_p$ и $Y_{p+1}, Y_{p+2}, \dots, Y_n$, а $Y_1, Y_2, \dots, Y_p$; $X_{p+1}, X_{p+2}, \dots, X_n$ требуется рассчитать.

Допущения во всех трех вариантах позволяют сводить системы n уравнений с $2n$ переменными к системе n-уравнений с n переменными. Такие системы при их непротиворечивости, как правило, имеют единственное решение. Таким образом, прогнозная задача по разработке статического межотраслевого баланса сводится к следующей формулировке. Заданы коэффициенты прямых материальных затрат (a_{ij}) и объем конечной продукции каждой отрасли (Y_i) на прогнозируемый период. Требуется определить объем валовой продукции каждой отрасли (X_j) и объемы материальных затрат (x_{ij}). При необходимости можно определить и ряд других показателя, методика расчета которых описана выше.

Если заданы коэффициенты прямых материальных затрат (a_{ij}), то коэффициенты полных затрат (b_{ij}) всегда можно рассчитать (такая методика описана выше).

Естественно, предположить, что алгоритм решения этой задачи, ее математическая и соответственно компьютерная модели заметно видоизменятся.

Задача по составлению статического межотраслевого баланса на прогнозируемый год формулируется следующим образом. Заданы коэффициенты прямых материальных затрат (a_{ij}), объем конечной продукции, произведенной в каждой отрасли экономики за отчетный год и прогнозируемый ее рост (Y_i(отчет), ΔY_i(прогноз)), а также прогнозируемые величины заработной платы и чистого дохода на руб. валовой продукции ($ЗП_j, D_j$).

Требуется составить математическую и компьютерную модели, позволяющие автоматизировать все расчеты и процессы обработки информации, связанные с составлением межотраслевого баланса на прогнозируемый год. Величины исходных показателей необходимых для составления статического межотраслевого баланса на прогнозируемый период приведены в таблице-шаблоне 4.9.

Таблица-шаблон 4.9

Величины исходных показателей для разработки межотраслевого баланса на прогнозируемый год

	1	2	3	4	5
Y_j (отчет)	120	200	300	140	190
ΔY_j (прогноз)	5	10	15	10	20
Y_j (прогноз)	125	210	315	150	210
a_{ij}					
1	0,061	0,096	0,044	0,214	0,075
2	0,122	0,145	0,073	0,089	0,122
3	0,183	0,337	0,131	0,268	0,083
4	0,112	0,048	0,025	0,150	0,078
5	0,098	0,087	0,065	0,064	0,117
$ЗП_j$	0,241	0,262	0,207	0,250	0,166
D_j	0,172	0,141	0,357	0,139	0,360

На основе исходных данных составим таблицу–шаблон 4.9 и формулы (25) составим систему уравнений:

$$X_1 = 0{,}061X_1 + 0{,}096X_2 + 0{,}044X_3 + 0{,}214X_4 + 0{,}075X_5 + 125;$$
$$X_2 = 0{,}122X_1 + \cdots + 0{,}122X_5 + 210;$$
$$X_3 = 0{,}183X_1 + \cdots + 0{,}083X_5 + 315;$$
$$X_4 = 0{,}112X_1 + \cdots + 0{,}078X_5 + 150;$$
$$X_5 = 0{,}098X_1 + \cdots + 0{,}117X_5 + 210.$$

Преобразуем уравнения системы к виду:

$$0{,}939X_1 - 0{,}096X_2 - 0{,}044X_3 - 0{,}214X_4 - 0{,}075X_5 = 125;$$
$$-0{,}122X_1 + 0{,}855X_2 - 0{,}073X_3 - 0{,}089X_4 - 0{,}122X_5 = 210;$$
$$-0{,}183X_1 - 0{,}337X_2 + 0{,}869X_3 - 0{,}268X_4 - 0{,}083X_5 = 315;$$
$$-0{,}112X_1 - 0{,}048X_2 - 0{,}025X_3 + 0{,}850X_4 - 0{,}078X_5 = 150;$$
$$-0{,}098X_1 - 0{,}087X_2 - 0{,}065X_3 - 0{,}064X_4 + 0{,}883X_5 = 210.$$

Задача сводится к решению системы пяти уравнений с пятью переменными с помощью процедуры «Поиск решения…».

Таблица-шаблон 4.10 и рис. 4.1 иллюстрируют методику расчета валовой продукции по отраслям экономики (X_i) на прогнозируемый период с помощью процедуры «Поиск решения…».

Таблица-шаблон 4.10

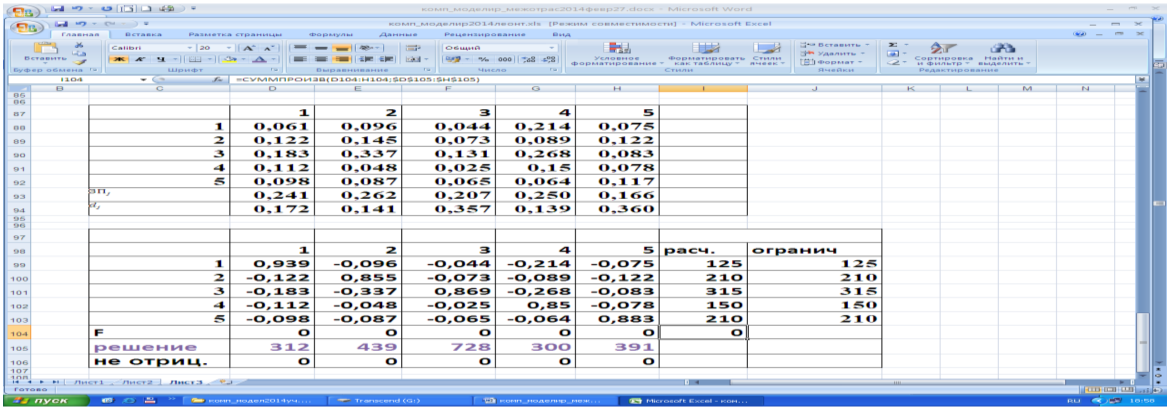
Расчет объемов валовой продукции отраслей экономики на прогнозный год с помощью процедуры «Поиск решения…» в MS Excel

	1	2	3	4	5	расч.	огранич.
1	0,939	-0,096	-0,044	-0,214	-0,075	125	125
2	-0,122	0,855	-0,073	-0,089	-0,122	210	210
3	-0,183	-0,337	0,869	-0,268	-0,083	315	315
4	-0,112	-0,048	-0,025	0,85	-0,078	150	150
5	-0,098	-0,087	-0,065	-0,064	0,883	210	210
F	0	0	0	0	0	0	
решение	312	439	728	300	391		
не отриц.	0	0	0	0	0		

Второе отличие математической модели для решаемой задачи состоит в определении межотраслевых потоков материальных затрат (x_{ij}). Их прогнозные значения рассчитываются по формуле

$$x_{ij} = a_{ij}X_j.$$

Остальные расчеты для межотраслевого баланса на прогнозный год можно выполнить по тем же формулам, которые были использованы для аналитического межотраслевого баланса.



		1	2	3	4	5		
	1	0,061	0,096	0,044	0,214	0,075		
	2	0,122	0,145	0,073	0,089	0,122		
	3	0,183	0,337	0,131	0,268	0,083		
	4	0,112	0,048	0,025	0,15	0,078		
	5	0,098	0,087	0,065	0,064	0,117		
зп$_j$		0,241	0,262	0,207	0,250	0,166		
d_j		0,172	0,141	0,357	0,139	0,360		

		1	2	3	4	5	расч.	огранич
	1	0,939	-0,096	-0,044	-0,214	-0,075	125	125
	2	-0,122	0,855	-0,073	-0,089	-0,122	210	210
	3	-0,183	-0,337	0,869	-0,268	-0,083	315	315
	4	-0,112	-0,048	-0,025	0,85	-0,078	150	150
	5	-0,098	-0,087	-0,065	-0,064	0,883	210	210
F		0	0	0	0	0	0	
решение		312	439	728	300	391		
не отриц.		0	0	0	0	0		

Рис.4.1. Окно MS Excel с фрагментом компьютерной модели для прогнозирования объема валовой продукции отраслей экономики

В таблицах-шаблонах 4.11, 4.12 и 4.13 приведены величины сводных показателей и коэффициентов полных затрат статического межотраслевого баланса на прогнозный год.

Таблица-шаблон 4.11

Величины сводных показателей статического межотраслевого баланса на прогнозный год

	X_{ij}									
	1	2	3	4	5	МЗ$_i$	Y_i	X_i	MeY_i	MeX_i
1	19	42	32	64	29	187	120	307	1,556	0,609
2	38	64	53	27	48	229	200	429	1,146	0,534
3	57	148	95	80	32	413	300	713	1,377	0,579
4	35	21	18	45	30	150	140	290	1,069	0,517
5	31	38	47	19	46	181	190	371	0,953	0,488
v_j	75	115	151	75	65	481				
m_j	54	62	260	42	141	558				
МЗ$_j$	180	313	246	235	186	1160		2110	1,116	0,550
Y_j	129	177	411	117	206	1039	1039			
X_j	308	490	657	352	392	2199	1456			
MeY_j	1,392	1,768	0,599	2,019	0,903	1,116	1,116			
MeX_j	0,582	0,639	0,375	0,669	0,474	0,527	0,550			

Таблица-шаблон 4.12

Величины коэффициентов полных затрат статического межотраслевого баланса на прогнозный год

						решен1	
						расч1	огран1
1	0,938	-0,086	-0,049	-0,182	-0,075	1	1
2	-0,123	0,87	-0,081	-0,076	-0,122	0	0
3	-0,185	-0,302	0,855	-0,228	-0,083	0	0
4	-0,113	-0,043	-0,028	0,872	-0,078	0	0
5	-0,099	-0,078	-0,072	-0,055	0,883	0	0

F	0	0	0	0	0	0	
решение1	1,164	0,247	0,410	0,194	0,198		
решение2	0,181	1,261	0,534	0,119	0,183		
решение3	0,107	0,160	1,282	0,075	0,135		
решение4	0,297	0,218	0,485	1,227	0,168		
решение5	0,160	0,229	0,272	0,148	1,202		

Таблица-шаблон 4.13

Величины коэффициентов полных затрат для отраслей экономики

	b_{ij}				
	1	2	3	4	5
1	1,164	0,247	0,410	0,194	0,198
2	0,181	1,261	0,534	0,119	0,183
3	0,107	0,160	1,282	0,075	0,135
4	0,297	0,218	0,485	1,227	0,168
5	0,160	0,229	0,272	0,148	1,202

По данным таблицы-шаблона можно рассчитать структурные показатели распределения валовой продукции отраслей экономики (таблица-шаблон 4.14) и потребления продукции по отраслям экономики (таблица-шаблон 4.15)

Таблица-шаблон 4.14

Структура распределения валовой продукции отраслей экономики в статическом межотраслевом балансе на прогнозируемый год, %

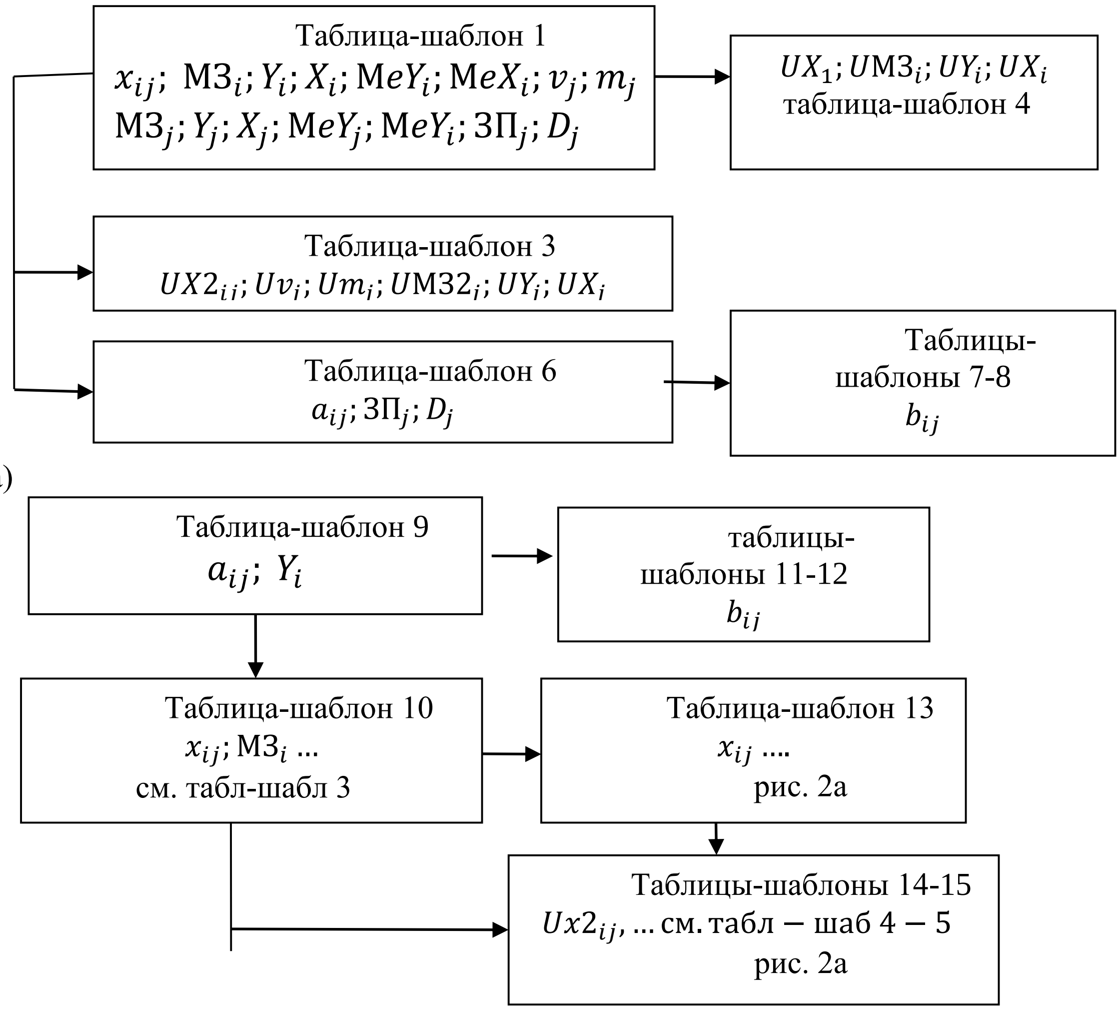
	xij							
	1	2	3	4	5	Мзi	Yi	Xi
1	6,2	13,7	10,4	20,8	9,4	60,9	39,1	100,0
2	8,9	14,9	12,4	6,3	11,2	53,4	46,6	100,0
3	7,9	20,8	13,3	11,2	4,6	57,9	42,1	100,0
4	12,1	7,2	6,2	15,5	10,3	51,7	48,3	100,0
5	8,4	10,2	12,7	5,1	12,4	48,8	51,2	100,0

Таблица-шаблон 4.15

Структура потребления по отраслям экономики в статическом межотраслевом балансе на прогнозируемый год, %

	xij				
	1	2	3	4	5
1	6,2	8,6	4,9	18,2	7,4
2	12,3	13,1	8,1	7,7	12,2
3	18,2	30,2	14,5	22,7	8,4
4	11,4	4,3	2,7	12,8	7,7
5	10,1	7,8	7,2	5,4	11,7
vj	24,4	23,5	23,1	21,3	16,6
mj	17,5	12,7	39,6	11,9	36,0
МЗj	58,4	63,9	37,4	66,8	47,4
Yj	41,9	36,1	62,6	33,2	52,6
Xj	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Взаимосвязь между таблицами-шаблонами компьютерной модели для расчета показателей статического межотраслевого баланса на прогнозируемый год иллюстрирует схема, приведенная на рис.4.2.



а) б)

Рис.4.2. Схема взаимосвязей таблиц-шаблонов компьютерной модели для статистического межотраслевого баланса для анализа (а) и прогнозирования (б)

Совокупность таблиц-шаблонов (3-8) и встроенных в их ячейки формул представляет собой модуль 1 компьютерной модели, позволяющую автоматизировать все расчеты, связанные с анализом показателей статического баланса, а совокупность таблиц-шаблонов (9-15) и встроенных в их ячейки формул – модуль 2 компьютерной модели, предназначенный для составления статического межотраслевого баланса на прогнозный год.

4.2. Полудинамический межотраслевой баланс народного хозяйства и модели для анализа и прогнозирования его показателей

Динамические балансовые модели – это модели, в которых учитывается фактор времени, а также связи и зависимости показателей последующих лет от показателей предыдущих лет. Различают полудинамические и полностью динамические балансы. Ниже рассматривается полудинамический баланс (таблица 4.16).

Таблица 4.16

Полудинамический межотраслевой баланс народного хозяйства в денежном выражении

	Материальные затраты				Капитальных затрат				Конечное потреб-ление	Валовая про-дукция
	1	2	…	n	1	2	…	n		
1	x_{11}	x_{12}	…	x_{1n}	$\Delta ф_{11}$	$\Delta ф_{12}$	…	$\Delta ф_{n}$	Z_1	X_1
2	x_{21}	x_{22}	…	x_{2n}	$\Delta ф_{21}$	$\Delta ф_{22}$	…	$\Delta ф_{2n}$	Z_2	X_2
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
n	x_{n1}	x_{n2}	…	x_{nn}	$\Delta ф_{n1}$	$\Delta ф_{n2}$	…	$\Delta ф_{nn}$	Z_n	X_n

Примечание. В таблице 16 приняты следующие обозначения:

x_{ij} – объем валовой продукции произведенной в –й отрасли, предназначенный для потребления в j– й отрасли,в виде прямых материальных затрат;

$\Delta ф_{ij}$ – объем валовой продукции произведенный в –й отрасли, предназначенной для потребления в j– й отрасли в виды капитальных затрат на прирост основных фондов;

Z_{ij} – объем валовой продукции произведенной в –й отрасли, предназначенный для конечногопотребеления;

X_i – объем валовой продукции произведенный в –й отрасли.

По данным таблицы 4.16 можно составить следующие основное соотношение полудинамического межотраслевого баланса

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + \sum_{j=1}^{n} \Delta \phi_{ij} + Z_i, i = 1,2,\ldots,n. \qquad (27)$$

Равенство (27) представляет из себя систему n-уравнений с ($2n+2n^2$) – переменными (X_i, Z_i, x_{ij}, $\Delta ф_{ij}$).

Коэффициенты капитальных вложений (приростной фондоемкости) аналогичны коэффициентам прямых материальных затрат. Они представляют собой капитальные вложения в j-ую отрасль в прирост ее основных фондов за счет продукции i-ой отрасли на единицу прироста валовой продукции в j-ой отрасли.

Коэффициенты капитальных вложений (приростной фондоемкости) рассчитываются по формуле:

$$к_{ij} = \frac{\Delta ф_{ij}}{\Delta X_j}. \quad (28)$$

Введем фактор времени t (t – период времени, как правило, год).

Тогда $\Delta X_j^t = X_j^t - X_j^{t-1}$, (29)

т.е. прирост продукции в j–ой отрасли в t–ом периоде (году) равен разности валовой продукции в t–ом и t-1–ом периодах (t-1 – предыдущий период).

С учетом $x_{ij} = a_{ij} X_j$ и формул (28) и (29) и, вводя фактор времени t, систему (27) можно преобразовать к виду

$$X_i^t = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j^t + \sum_{j=1}^{n} \kappa_{ij} (X_j^t - X_j^{t-1}) + Z_i^t, \mathrm{i} = 1,2,\ldots,\mathrm{n}. \quad (30)$$

Формула (30) представляет собой систему n-уравнений с 2n-переменными (X_i^t, Z_i^t). Применение ее основывается на допущениях и аналогично применению статической балансовой модели.

Возможны два варианта моделей для разработки полудинамического межотраслевого баланса (как и статического): а) для анализа его показателей за отчетный и предыдущий годы по их фактическим данным;б) для обоснования его показателей на прогнозируемый период.

Первый вариант разрабатывается по фактическим данным и предназначен для анализа и для обоснования коэффициентов прямых материальных затрат, коэффициентов капитальных вложений и других показателей, необходимых для формирования исходных данных при разработке прогнозов.

Задача в этом случае формируется следующим образом: заданы межотраслевые потоки материальных и капитальных затрат, а также объемы валовой продукции каждой отрасли, идущие в конечное потребление.

Требуется рассчитать коэффициенты прямых материальных затрат, коэффициенты капитальных вложений, а также различные показатели, необходимые для анализа.

Исходные данные для аналитической модели организуются в виде таблицы-шаблона 4.17 и измеряются в одних и тех же денежных измерителях (млрд. руб.).

Таблица-шаблон 4.17

Фактические данные полудинамического межотраслевого баланса, млрд. руб.

	Межотраслевые потоки материальных затрат (x^t_{ij})					Межотраслевые потоки капитальных затрат ($\Delta ф^t_{ij}$)					Z_i^t	X_i^t
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5		
1	9	21	16	29	18	6	9	5	3	7	90	415
2	19	32	27	12	28	11	8	15	10	6	150	615
3	28	73	48	36	19	21	17	14	13	15	220	989
4	17	10	9	20	18	5	10	5	3	7	110	420
5	15	19	24	9	27	18	15	20	7	10	120	550
ΔX_j^t	25	40	60	35	40							

Перечень и обозначения показателей для модели полудинамического межотраслевого баланса приведены ниже:

а) исходные показатели:

x_{ij} – валовая продукция i-й отрасли, предназначенная для использования в j-й отрасли в виде материальных затрат;

$\Delta\phi_{ij}$ – валовая продукция i-й отрасли, предназначенная для прироста основных фондов в j-й отрасли за счет из капитальных затрат;

X_i^t, X_i^{t-1} – валовая продукция i-й отрасли, произведенная в t-м (отчетном) и (t-1)-м годах;

Z_i^t– валовая продукция i-й отрасли, идущая конечное потребление.

б) расчетные показатели

a_{ij} – коэффициенты прямых материальных затрат продукции i-й отрасли на единицу продукции j-й отрасли;

k_{ij} – коэффициенты капитальных вложений продукции i-й отрасли на единицу прироста валовой продукции в j-й отрасли;

$МЗ_i, МЗ_j, МЗ, UМЗ1_{ij}, UМЗ2_{ij}, UМЗ$ – смысл и формулы расчета этих показателей такие же, как для статического межотраслевого баланса;

$\Delta\Phi_i^t, \Delta\Phi_j^t, \Delta\Phi^t$ – валовая продукция i-й отрасли, j-й отрасли и народного хозяйства в целом, направляемая на прирост основных фондов за счет капитальных затрат;

Z_i^t, Y_i^t – объем валовой продукции i-й отрасли, используемой на конечное потребление, и объем конечной продукции;

X_i^t – валовая продукция i-й отрасли, произведенная в t-м (отчетном) году;

$U\Delta\Phi1_{ij}$ – удельный вес j-й отрасли в объеме валовой продукции i-й отрасли, направляемой в прирост фондов;

$U\Delta\Phi2_{ij}$ – удельный вес i-й отрасли в приросте основных фондов j-й отрасли;

UZ_i^t, UY_i^t – удельный вес объемов конечного потребления и конечной продукции i-й отрасли в их объемах в народном хозяйстве;

UZ, UZ – удельный вес объемов конечного потребления и конечной продукции в валовой продукции народного хозяйства;

$UМЗ_i$ – удельный вес валовой продукции i-й отрасли, используемой в виде материальных затрат в валовой продукции этой отрасли;

$UМЗ$–удельный вес материальных затрат народного хозяйства в объеме валовой продукции;

MeY_i – материалоемкость конечной продукции i-й отрасли;

KeY_i – коэффициент приростной фондоемкости конечной продукции i-й отрасли;

MeX_i, KeX_i – материалоемкость и коэффициент приростной фондоемкости валовой продукции i-й отрасли;

MeY, MeX – материалоемкость конечной и валовой продукции народного хозяйства;

KeY, KeY – коэффициенты приростной фондоемкости конечной и валовой продукции народного хозяйства

Все расчетные данные можно свести в четыре аналитические таблицы-шаблона. Таблица-шаблон 4.18 предназначена для расчета и анализа ряда абсолютных показателей и показателей эффективности.

Таблица-шаблон 4.18

Сводные показатели и показатели эффективности полудинамического межотраслевого баланса, рассчитываемые на основе фактических данных

	Абсолютные показатели, млрд. руб.						Показатели эффективности, руб.		
	$МЗ_i$	$\Delta Ф_i$	Z_i^t	Y_i^t	X_i^t	ΔX_i^t	MeY_i^t	MeX_i^t	KeX_i^t
1	93	30	90	120	415	25	0,78	0,22	1,20
2	117	50	150	200	615	40	0,59	0,19	1,25
3	204	80	220	300	989	60	0,68	0,21	1,33
4	75	30	110	140	420	35	0,54	0,18	0,86
5	94	70	120	190	550	40	0,49	0,17	1,75
Итого	583	260	690	950	2989	200	0,61	0,20	1,30

Шесть абсолютных сводных показателей таблицы необходимы для расчета показателей эффективности, коэффициентов прямых материальных затрат, коэффициентов приростной фондоемкости, а также структурных показателей.

В таблице–шаблоне 4.18 представлены три показателя эффективности: материалоемкость конечной и валовой продукции и коэффициенты приростной фондоемкости для каждой отрасли.

Показатели таблицы-шаблона 4.18 рассчитываются по формулам:

$$(31)\quad МЗ_i^t = \sum_j X_{ij}^t\,;\ (32)\quad \Delta Ф_i^t = \sum_j \Delta\phi_{ij}^t\,;\ (33)\quad Y_i^t = \Delta Ф_i^t + Z_i^t\,;$$

Расчеты выполняются по формулам:

$$(34)\quad MeY_i^t = МЗ_i^t / Y_i^t\,;\ (35) MeX_i^t = МЗ_i^t / X_i^t\,;\ (36) X_i^t = \Delta Ф_i^t / \Delta X_i^t.$$

Наиболее важными из показателей, рассчитываемых по фактическим данным полудинамического межотраслевого баланса, являются коэффициенты прямых и полных материальных затрат, а также коэффициенты приростной фондоёмкости.

Эти коэффициенты прямых материальных затрат и приростной фондоемкости рассчитываются по формулам:

$$a_{ij}^t = m_{ij}^t / X_j^t\,; \qquad k_{ij}^t = \Delta\phi_{ij}^t / \Delta X_j^t.$$

При этом величины ΔX_j^t должны быть заданы (см. таблицу-шаблон 4.3). Их можно расчитать по формуле:

$$\Delta X_j^t = X_i^t - Y_i^{t-1}.$$

Коэффициенты полных материальных затрат в полудинамическом балансе рассчитываются также, как и в статическом балансе на основе коэффициентов полных затрат и с использованием процедуры «Поиск решений…» из MS Excel.

Эти коэффициенты являются своего рода нормативами, которые в отличие от абсолютных показателей условно постоянны.

Рассчитав их за несколько последних лет, можно определить величины этих коэффициентов на прогнозируемый период и использовать для выполнения прогнозных расчеты всех остальных показателей баланса.

Величины коэффициента a_{ij}^t, k_{ij}^t, b_{ij}^t, рассчитанные по данным таблицы-шаблона 4.17, приведены в таблице-шаблоне 4.19.

Таблица-шаблон 4.19

Коэффициенты прямых материальных затрат и приростной фондоемкости полудинамического межотраслевого баланса, рассчитанные на основе фактических данных

	a_{ij}					k_{ij}				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1	0,086	0,084	0,048	0,100	0,055	0,240	0,225	0,083	0,086	0,175
2	0,163	0,097	0,089	0,076	0,136	0,440	0,200	0,117	0,286	0,150
3	0,176	0,197	0,089	0,124	0,167	0,840	0,325	0,117	0,257	0,375
4	0,118	0,057	0,080	0,086	0,097	0,200	0,250	0,083	0,086	0,175
5	0,143	0,078	0,044	0,066	0,100	0,720	0,375	0,333	0,200	0,250

Для анализа полудинамических межотраслевых балансов по фактическим их данным важный практический интерес представляют структурные показатели: а) структура распределения валовой продукции по отраслям экономики и направлениям использования; б) удельный вес отраслей экономики в сводных показателях; в) соотношения показателей эффективности экономики по ее отраслям.

Структурные показатели рассчитываются по формулам:

$$(37)\ U1_{ij}^t = П_{ip}^t * 100/X_i^t; \quad (38)\ U2_{ip}^t = П_{ip}^t * 100/П_p^t;$$

$$(39)\ \ UЭ_{ip}^t = Э_{iq}^t * 100/Э_q,$$

где $П_{ip}^t$- p-й показатель i-й отрасли экономики;

$П_p^t$- p-й показатель по народному хозяйству в целом;

$Э_{iq}^t$- q-й показатель эффективности i-отрасли экономики;

$Э_q$- q-й показатель по народному хозяйству в целом.

Величины структурных показателей приведены в таблицах-шаблонах 4.20 и 4.21.

Совокупность взаимосвязанных таблиц-шаблонов (4.17-4.21) и встроенных в их ячейки формул представляет собой модуль 1 компьютерной модели для анализа полудинамических межотраслевых балансов.

Вариант задачи для прогнозирования показателей полудинамического межотраслевого баланса сформулируем следующим образом. Пусть народное хозяйство представлено теми же 5-ю отраслями (как и в статическом межотраслевом балансе).

Таблица-шаблон 4.20

Структура распределения валовой продукции по отраслям экономики в соответствии с данными полудинамического межотраслевого баланса, %

	Межотраслевые потоки материальных затрат (x_{ij})					Межотраслевые потоки капитальных затрат ($\Delta\phi_{ij}$)					Z_i^t	X_i^t
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5		
1	8,6	12,7	10,6	11,8	7,3	2,4	3,7	2,0	1,2	2,9	36,7	100,0
2	10,8	9,7	7,3	5,9	12,2	3,0	2,2	4,1	2,7	1,6	40,5	100,0
3	8,0	13,5	8,9	6,7	10,2	3,9	2,4	1,3	1,7	2,8	40,7	100,0
4	10,0	7,2	14,8	8,6	11,0	1,7	3,4	1,7	1,0	2,4	37,9	100,0
5	10,6	8,8	7,3	5,8	10,0	5,5	4,5	6,1	2,1	3,0	36,4	100,0

Таблица-шаблон 4.21

Удельный вес отраслей экономики в сводных показателях и соотношение показателей их эффективности в соответствии с данными полудинамического межотраслевого баланса, %

	$МЗ_i$	$\Delta Ф_i$	Z_i^t	Y_i^t	X_i^t	ΔX_i^t	MeY_i^t	MeX_i^t	KeX_i^t
1	16,0	11,5	13,0	12,6	13,9	12,0	127,9	110,0	96,6
2	20,1	19,2	21,7	21,1	20,6	29,2	96,7	95,0	66,3
3	35,0	30,8	31,9	31,6	33,1	21,0	111,5	105,0	147,2
4	12,9	11,5	15,9	14,7	14,1	17,2	88,5	90,0	67,4
5	16,1	26,9	17,4	20,0	18,4	20,6	80,3	85,0	131,5
Итого	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0

Заданы коэффициенты прямых материальных затрат, коэффициенты приростной фондоемкости (a_{ij}, k_{ij}), ожидаемый прирост валовой продукции каждой отрасли в прогнозируемом году (ΔX_i^t), а также объем производимой в каждой отрасли продукции для конечного потребления (Z_i^t).

Требуется рассчитать объем валовой продукции (X_i^t), межотраслевые потоки материальных и капитальных затрат ($x_{ij}^t, \Delta\phi_{ij}^t$), прирост фондов в каждой отрасли за счет капитальных затрат ($\Delta\phi_i^t$) и ряд показателей эффективности на прогнозируемый год.

Обозначения и алгоритмы расчетов большинства показателей для прогнозируемого варианта задачи приняты такими же, как для аналитического.

Отличия состоят в следующем:

- коэффициенты прямых затрат и приростной фондоемкости в первом варианте являются расчетными, а во втором – исходными;
- объемы валовой продукции отраслей экономики рассчитываются по формуле $X_i^t = \sum a_{ij} X_j^t + \sum k_{ij} \Delta X_j^t + Z_i^t$, с помощью «Поиск решения…» (MS Excel);
- межотраслевые потоки материальных и капитальных затрат в первом варианте являются заданными, во втором – рассчитываются по формулам $x_{ij}^t = a_{ij} * X_j^t$; $\Delta\phi_{ij} = k_{ij} * \Delta X_j^t$;
- остальные показатели в обоих вариантах задач рассчитываются по одним и тем же вышеописанным формулам.

В варианте прогнозных расчетов создаются следующие таблицы-шаблоны:

- с исходными данными – для расчета прогнозных значений X_i^t (таблица-шаблон 4.22);

Таблица-шаблон 4.22

Коэффициенты прямых материальных затрат, приростной фондоемкости, объемы конечного потребления и прироста валовой продукции (исходные данные)

	Коэффициенты прямых материальных затрат (a_{ij})				
	1	2	3	4	5
1	0,086	0,084	0,048	0,100	0,055
2	0,163	0,097	0,089	0,076	0,136
3	0,176	0,197	0,089	0,124	0,167
4	0,118	0,057	0,080	0,086	0,097
5	0,143	0,078	0,044	0,066	0,100

Продолжение таблицы-шаблона 4.22

	Коэффициенты приростной фондоемкости (k_{ij})					$\mathbf{Z}_i^t$	ΔX_i^t
	1	2	3	4	5		
1	0,171	0,106	0,082	0,060	0,117	90	35
2	0,314	0,094	0,246	0,200	0,100	150	85
3	0,600	0,153	0,115	0,180	0,250	220	61
4	0,143	0,118	0,082	0,060	0,117	110	50
5	0,514	0,176	0,328	0,140	0,167	120	60

- для расчета структуры валовой продукции каждой отрасли и народного хозяйства в целом (таблица-шаблон 4.23);

Таблица-шаблон 4.23

Объем валовой продукции каждой отрасли, рассчитываемый на прогнозируемый период с помощью процедуры «Поиск решения…» в MS Excel

	X1	X2	X3	X4	X5	Расчет.	Огранич.
1	0,914	-0,084	-0,048	-0,100	-0,055	120	120
2	-0,163	0,903	-0,089	-0,076	-0,136	200	200
3	-0,176	-0,197	0,911	-0,124	-0,167	285	285
4	-0,118	-0,057	-0,080	0,914	-0,097	140	140
5	-0,143	-0,078	-0,044	-0,066	0,900	190	190
F	0	0	0	0	0	0	
Решение	248	395	547	293	333		
не отриц.	0	0	0	0	0		

- для расчета межотраслевых потоков материальных и капитальных затрат за прогнозный год (таблица-шаблон 4.24);

Таблица-шаблон 4.24

Объемы межотраслевых потоков материальных и капитальных затрат, сводных абсолютных показателей

	Межотраслевые потоки материальных затрат (x_{ij})	Межотраслевые потоки капитальных затрат ($\Delta\phi_{ij}$)	Z_i^t

	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1	21	33	26	29	18	6	9	5	3	7	90
2	40	38	49	22	45	11	8	15	10	6	150
3	44	78	49	36	56	21	13	7	9	15	220
4	29	23	44	25	32	5	10	5	3	7	110
5	36	31	24	19	33	18	15	20	7	10	120

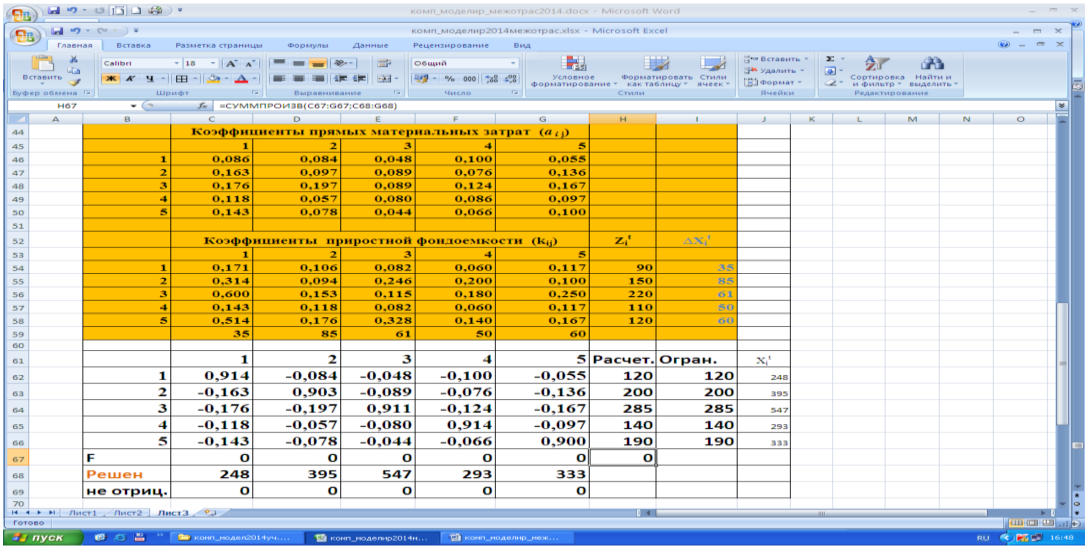
- для расчета показателей эффективности каждой отрасли и народного хозяйства в целом (таблица-шаблон4. 25).

Таблица-шаблон 4.25

Абсолютные и относительные величины сводных показателей и показателей эффективности по отраслям экономики и по народному хозяйству в целом

	Абсолютные показатели, млрд. руб.						Показатели эффективности, руб.		
	$МЗ_i^t$	Z_i^t	ΔX_i^t	$\Delta Ф_i^t$	Y_i^t	X_i^t	MeY_i^t	MeX_i^t	KeX_i^t
1	128	90	35	30	120	248	1,07	0,52	0,86
2	195	150	85	50	200	395	0,98	0,49	0,59
3	262	220	61	65	285	547	0,92	0,48	1,07
4	153	110	50	30	140	293	1,09	0,52	0,60
5	143	120	60	70	190	333	0,75	0,43	1,17
Итого	882	690	291	245	935	1817			0,84
	структура показателей, %						Относительные показатели отраслей ксредним по н/х-ву, %		
	$МЗ_i$	Z_i^t	ΔX_i^t	$\Delta Ф_i^t$	Y_i^t	X_i^t	MeY_i^t	MeX_i^t	KeX_i^t
1	128	90	35	30	120	248	1,07	0,52	0,86
2	195	150	85	50	200	395	0,98	0,49	0,59
3	262	220	61	65	285	547	0,92	0,48	1,07
4	153	110	50	30	140	293	1,09	0,52	0,60
5	143	120	60	70	190	333	0,75	0,43	1,17
Итого	100						100		

Центральное место в совокупности таблиц-шаблонов для прогнозирования показателей полудинамического межотраслевого баланса занимает таблица-шаблон 4.25, предназначенная для расчета прогнозных значений валовой продукции отраслей экономики на основе коэффициентов из таблицы-шаблона 6 с использованием процедуры «Поиск решения…». Эти две таблицы-шаблона после выполнения расчетов имеют вид, приведенный на рис.4.3.



	Коэффициенты прямых материальных затрат (a_{ij})				
	1	2	3	4	5
1	0,086	0,084	0,048	0,100	0,055
2	0,163	0,097	0,089	0,076	0,136
3	0,176	0,197	0,089	0,124	0,167
4	0,118	0,057	0,080	0,086	0,097
5	0,143	0,078	0,044	0,066	0,100

	Коэффициенты приростной фондоемкости (k_{ij})					Z_i^t	ΔX_i^t
	1	2	3	4	5		
1	0,171	0,106	0,082	0,060	0,117	90	35
2	0,314	0,094	0,246	0,200	0,100	150	85
3	0,600	0,153	0,115	0,180	0,250	220	61
4	0,143	0,118	0,082	0,060	0,117	110	50
5	0,514	0,176	0,328	0,140	0,167	120	60
	35	85	61	50	60		

	1	2	3	4	5	Расчет.	Огран.	X_i^t
1	0,914	-0,084	-0,048	-0,100	-0,055	120	120	248
2	-0,163	0,903	-0,089	-0,076	-0,136	200	200	395
3	-0,176	-0,197	0,911	-0,124	-0,167	285	285	547
4	-0,118	-0,057	-0,080	0,914	-0,097	140	140	293
5	-0,143	-0,078	-0,044	-0,066	0,900	190	190	333
F	0	0	0	0	0	0		
Решен	248	395	547	293	333			
не отриц.	0	0	0	0	0			

Рис. 4.3. Окно MS Excel с таблицами-шаблонами для коэффициентов прямых материальных и капитальных затрат и прогнозных значений валовой продукции по отраслям экономики

Логическим завершением прогнозируемого полудинамического межотраслевого баланса является формирование аналитической таблицы-шаблона 4.25 с абсолютными и относительными показателями по отраслям экономики и по экономике в целом.

Таким образом, совокупность таблиц-шаблонов (4.22-4.25) и введенные в их ячейки формулы для расчета прогнозных величин показателей полудинамического межотраслевого баланса образует модуль 2 компьютерной модели автоматизирующий расчеты, связанные с прогнозированием.

Содержание таблиц-шаблонов, последовательность их составления и связи между ними в случае полудинамических межотраслевых балансов иллюстрирует рис. 4.4.

Методика работы с компьютерными моделями для полудинамического межотраслевого баланса состоит в следующем:

- требуется определить количество отраслей экономики, включаемых в межотраслевую модель и довести число столбцов и строк таблицы-шаблона 4.22 с исходными данными до количества отраслей экономики;

- ввести величины показателей в ячейки таблиц-шаблонов 4.17 и 4.22 с исходными данными за анализируемый год;

- добавить строки и столбцы во все остальные таблицы-щаблоны и привести их в соответствие количеством отраслей;

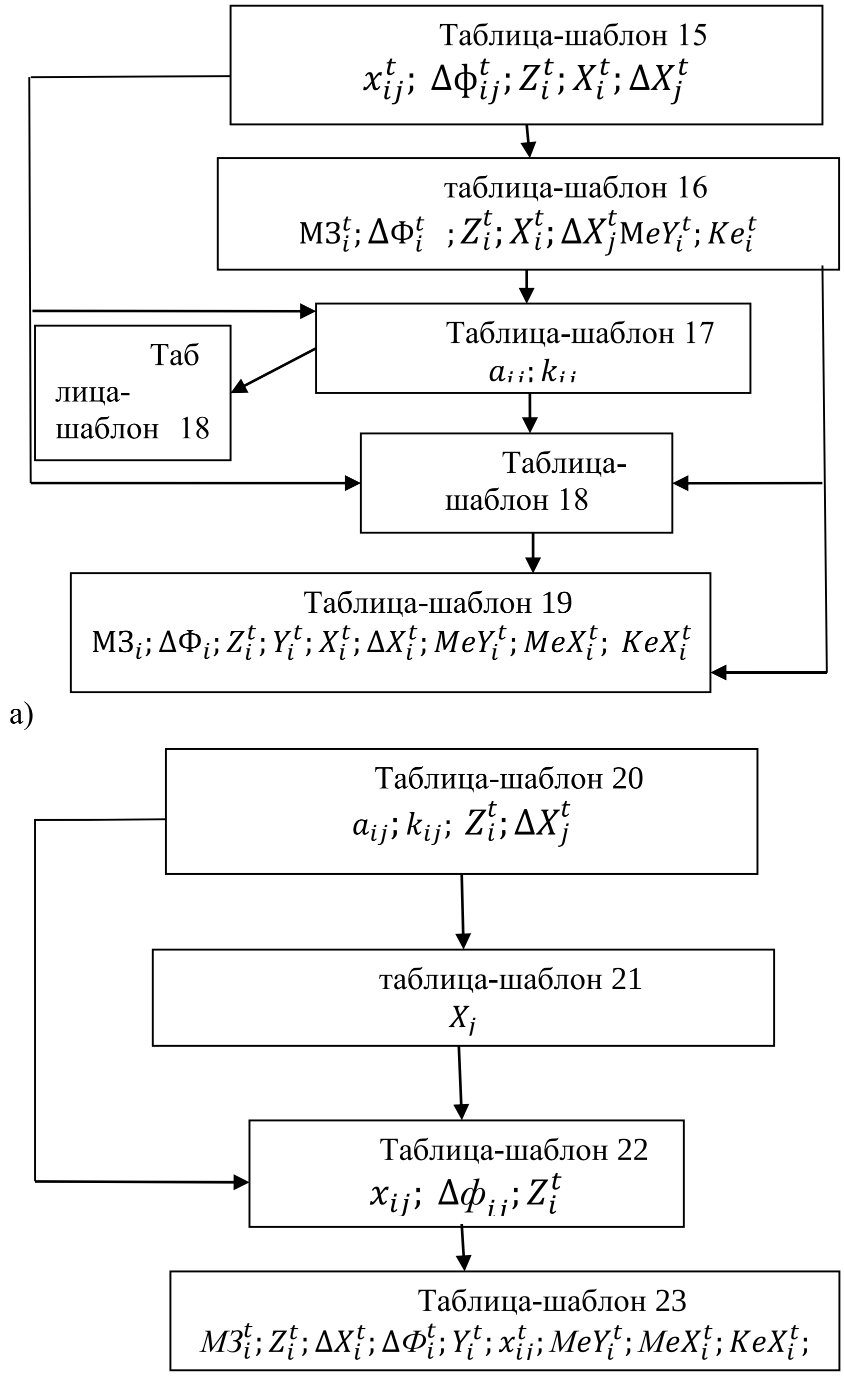


Рис. 4.4. Схема состава и структуры компьютерных моделей для построения полудинамических межотраслевых балансов для анализа (а) и прогнозирования (б)

- в ячейки всех добавленных строк и столбцов таблиц-шаблонов с формулами скопировать формулы, содержащиеся в других ячейках этих таблиц-шаблонов.

При этом показатели все остальных таблиц-шаблонов автоматически пересчитываются.

Глава 5. Компьютерные модели для выявления связей и зависимостей между социально-экономическими показателями с помощью уравнений регрессии

5.1. Компьютерная модель для оценки тесноты взаимосвязей между социально-экономическими показателями с помощью корреляционной матрицы

Совокупность социально-экономических показателей регионов является объектом системного анализа. Одной из целей такого анализа является выявление наличия связей и зависимостей между показателями, выполнение расчетов параметров и статистических характеристик (при наличии связей и зависимостей), построение моделей, выражающих эти связи и зависимости, оценка параметров, характеристик и видов моделей, а также их приемлемости для практической реализации.

Официально публикуемые ежегодно данные в разрезе федеральных округов и регионов включают 17 показателей. Наименования этих показателей, единицы измерения, принятые нами их обозначения приведены в таблице 5.1.

Исследование связей и зависимостей между этими показателями начинается с выбора из общего числа регионов (из генеральной совокупности) группы регионов однотипных по какому-либо признаку (выборочная совокупность). Такими признаками группировки могут быть административно-территориальный (т.е. группировка регионов по федеральным округам) или величины того или иного из рассматриваемых показателей (например, площадь территории, численность населения, численность занятых в экономике, размер заработной платы, объем ВРП, стоимость основных фондов и т.д.).

В выборочную совокупность может быть включено любое число регионов и любое число показателей из генеральной совокупности.

В нашем случае генеральная совокупность представлена величинами социально-экономических показателей регионов России за различные годы (2004-2017 гг.), которые организованы в виды базы данных (БД) на ПЭВМ.

Таблица 5.1

Показатели социально-экономического развития регионов России, по которым ежегодно публикуются статистические данные

Наименование показателя	Единица изме-рения	Обозна-чение показа-теля
Площадь территории (на начало года)	тыс.кв.км	Sтер
Численность населения (на конец года)	тыс.чел.	Чнас
Среднегодовая численностьзанятых в экономике	тыс.чел.	числ
Среднедушевые денежные доходы (в месяц)	руб.	дох
Среднедушевые денежные расходы (в месяц)	руб.	расх
Среднемесячная номинальная заработная плата работников	руб.	зарп
Валовой региональный продукт	млрд.руб.	врп
ОФ в экономике (по полной учетной стоимости; на конец года)	млрд.руб.	оф
Продукция промышленности	млн.руб.	пром
Продукция сельского хозяйства	млн.руб.	сельх
Ввод в действие общей площади жилых домов	тыс.кв.м	Sжил
Оборот розничной торговли	млрд.руб.	Оторг
Сальдированный финансовый результат (прибыль минус убыток)	млн.руб.	сфр
Индекс потребительских цен (декабрь к декабрю пред-гогода)	%	Ицен
Инвестиции в основной капитал	млн.руб.	инвес

Примечание. Объем промышленной продукции определен как сумма объемов трех показателей: добычи полезных ископаемых, обрабатывающих производств и производства и распределения электроэнергии, газа и воды

БД включает в себя совокупность таблиц, каждая из которых содержит величины показателей регионов за один год.

В таблице 5.2 показан фрагмент этой таблицы.

Связи (зависимости) между показателями (при их наличии) могут быть точными и однозначными или статистически значимыми. Первые связи принято называть функциональными, вторые – корреляционными. Математические записи функциональных связей называются функциональными моделями, корреляционных связей – регрессионными или эконометрическими моделями.

Таблица 5.2

Исходная таблица для построения корреляционной матрицы для оценки взаимосвязей между парами социально-экономических показателей регионов Россиипо данным за 2017 г. (фрагмент)

		Sтер тыс.км ^{2}	Чнас, тыс.чел.	…	Зарп., руб.	ВРП, млрд.руб.	…	Инвест., млн.руб.
1	Белгород.обл.	27,1	15449,9	…	29066	730,6		139,2
2	Брянская обл.	34,9	1211	…	24743	285,8		54,8
…	…	…	…	…	…	…	…	…
76	Чукотс.авт.обл.	721,5	49,4		91995	66,1		11,8

В настоящей главе рассматриваются компьютерные модели для выявления и оценки корреляционных связей и соответственно уравнений регрессии. Методы корреляционно-регрессионного анализа широко изучаются в высших учебных заведениях студентами экономических, математических и ИТ-специальностей.

Одним из ключевых проблем, возникающих при выявлении связей и зависимостей, является определение вида модели, с помощью которой наиболее адекватно можно описать эти связи и зависимости. Такие модели могут быть линейными и нелинейными. Вид модели, описывающий ту или иную корреляционную связь (зависимость), изначально неизвестен. Он определяется эмпирически путем проверки различных их видов как линейных, так и нелинейных.

Каждый из рассматриваемых показателей из таблицы5.1 может быть связан (зависим) с одним, двумя и более другими показателями. Очевидно, выявление связей целесообразно начать с парных связей. И не с любых парных, а с линейных.

Важнейшей особенностью линейных парных связей (это можно назвать и их преимуществом) является простота определения степени тесноты связи. Показатель, с помощью которого оценивается степень тесноты линейной связи между парами показателей, называется коэффициентом корреляции. Для линейного и нелинейного видов зависимостей коэффициенты корреляции рассчитываются по-разному.

В случае линейной зависимости коэффициент корреляции (r) можно рассчитать по формуле

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} * \bar{y}}{\sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} * \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}},$$

где черточки наверху означают, что величины являются средними арифметическими.

Линейный коэффициент корреляции отличается от нелинейных тем, что он может принимать значения от -1 до +1, а нелинейные – только от 0 до 1. При этом, если с увеличением независимого показателя x зависимый показатель y увеличивается, то r – положителен, если же с увеличением xy уменьшается, то r – отрицателен.

Преимущество линейной зависимости состоит и в том, что её проще реализовать на ПЭВМ, для нее разработан более широкий спектр средств компьютерной обработки. Таким образом, линейная корреляция занимает особое место в силу её простоты и возможности экономической интерпретации получаемых результатов. Поэтому при выявлении и оценки корреляционных связей между парами экономических показателей целесообразно начинать с линейных их видов.

Для расчета коэффициента корреляции (r) по вышеприведенной формуле требуется последовательно выполнить следующий перечень действий:

а) $\overline{xy} = \frac{\sum xy}{N}$; б) $\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$; в) $\bar{y} = \frac{\sum y}{N}$; г)$\bar{x} \cdot \bar{y}$; д) $\overline{xy}$-$\bar{x} \cdot \bar{y}$;

е) $\overline{x^2} = \frac{\sum x^2}{N}$; ж) $(\bar{x})^2$; з) $\overline{y^2} = \frac{\sum y^2}{N}$; и) $(\bar{y})^2$; к) $\overline{x^2} - (\bar{x})^2$;

л) $\sqrt{\overline{x^2} - \bar{x}^2}$; м) $\overline{y^2} - (\bar{y})^2$; н) $\sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}$;

о) результат действий (л) перемножить на результат действий (н);

п) результат действия (д) разделить на результат действий (о),

где N – число регионов, включенных в их выборочную совокупность.

Из перечня действий (а, б,...,н) следует, что для расчета коэффициента корреляции для одной пары экономических показателей (x, y) требуется создать таблицы 5.3 и 5.4.

Таблица 5.3

Фрагмент таблицы, иллюстрирующей методику расчета коэффициента корреляции между парой экономических показателей для совокупности объектов (регионов России)

№№	Наименование региона	x	y	xy	x^2	y^2
1	Регион 1					
2	Регион 2					
…	…					
N	Регион N					
	Итого	$\sum x$	$\sum y$	$\sum xy$	$\sum x^2$	$\sum y^2$
	Ср. значение	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\overline{xy}$	$\overline{x^2}$	$\overline{y^2}$

По таблице 5.3 можно выполнить расчеты по 13 формулам, в т.ч. по пяти формулам в строках «сумма» и «ср.значение» и по трем формулам в столбцах.

Остальные формулы расчетов приведены в таблице 5.4.

Таблица 5.4

Формулы и последовательность их выполнения при расчете коэффициента корреляции для пары экономических показателей регионов России

14	$\bar{x} \cdot \bar{y}$	19	$\sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}$
15	$\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}$	21	$\overline{y^2} - (\bar{y})^2$
16	$(\bar{x})^2$	21	$\sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}$
17	$(\bar{y})^2$	22	$\sqrt{\overline{x^2} - (\bar{x})^2} \cdot \sqrt{\overline{y^2} - (\bar{y})^2}$
18	$\overline{x^2} - (\bar{x})^2$	23	$r = \frac{\textit{формула } 15}{\textit{формула } 22}$

Таким образом, для выполнения всех арифметических действий, необходимых для определения коэффициента корреляция, требуется реализовать 23 формулы, в т.ч. 13 для выполнения расчетов, предусмотренных в таблице 5.3, и 10 для выполнения расчетов по таблице 5.4. При этом для расчетов по таблице 5.4 требуются результаты расчетов из таблицы 5.3.

Приведенные в таблице 5.1 15 социально-экономических показателей могут образовать 105 пар связей, для которых можно рассчитать коэффициенты корреляции. Следовательно, арифметические действия, приведенные в формулах таблиц 5.3 и 5.4, потребуется выполнить 105 раз по данным регионов за один год.

Но связи и зависимости могут меняться во времени, т.е. возникает необходимость исследования связи и зависимости ежегодно. Очевидно, вытекает вывод: расчеты, связанные с исследованием корреляционных связей, зависимостей и тенденций следует автоматизировать путем разработки соответствующей компьютерной модели.

Такая модель разработана нами для расчета коэффициентов корреляции для всех пар показателей из таблицы 1 и их оценки. При ее создании использованы встроенные средства MS Excel: математические и статистические функции из «Мастера функции», а также процедуру «Анализ данных».

Для определения величины коэффициента корреляции нет необходимости выполнять все вышеперечисленные расчёты на ПЭВМ путём ввода формул с клавиатуры. В MS Excel для этого имеются встроенные средства, которые позволяют рассчитывать коэффициенты корреляции как для каждой пары показателей (коэффициент парной корреляции), так и для всех пар показателей одновременно (корреляционная матрица). В MS Excel коэффициент корреляции для одной пары показателей можно рассчитать с помощью встроенной функции «КОРРЕЛ», а корреляционную матрицу – с помощью инструментария «Анализ данных».

Прежде чем описать компьютерную модель рассмотрим сущность корреляционной матрицы и методику ее построения и анализа.

Создаваемая в MS Excel с помощью инструментария «Анализ данных» корреляционная матрица имеет вид, приведенный в таблице 5.5.Как видно из таблицы 5.5, корреляционная матрица представляет собой квадратную таблицу, по строкам и столбцам которой записаны наименования каждого показателя. В этой таблице: во-первых, $r_{11}=1$, $r_{22}=1$, $r_{33}=1$, … , $r_{ij}=1$, … , $r_{nn}=1$; во-вторых, $r_{12}=r_{21}$, $r_{13}=r_{31}$, … , $r_{1n}=r_{n1}$, и т.д.

Таблица 5.5

Общий вид корреляционной матрицы

	$П_1$	$П_2$	$П_3$	…	$П_j$	…	$П_n$
$П_1$	1	r_{12}	r_{13}	…	r_{1j}	…	r_{1n}
$П_2$	r_{21}	1	r_{23}	…	r_{2j}	…	r_{2n}
$П_3$	r_{31}	r_{32}	1	…	r_{3j}	…	r_{3n}
…	…	…	…	…	…	…	…
$П_i$	r_{i1}	r_{i2}	r_{i3}	…	1	…	r_{in}
…	…	…	…	…	…	…	…
$П_n$	r_{n1}	r_{n2}	r_{n3}	…	r_{nj}	…	1

Иными словами, в таблице 5.5 значения коэффициентов корреляции приведены дважды, в чем нет необходимости. Поэтому в MS Excel формируется лишь одна нижняя часть корреляционной матрицы.

В таблице 5.6 приведена построенная нами корреляционная матрица по данным всех регионов России за 2017 г. (без городов Москва и Санкт-Петербург – по этим регионам отсутствует один из показателей, имеющийся по всем остальным регионам, – объем сельхозпродукции).

По корреляционной матрице можно:

- оценить степень тесноты связи (зависимости) каждого показателя от каждого из остальных (как известно, коэффициент линейной парной корреляции может принимать значения от -1 до 1, т.е. $-1<r_{ij}<1$. При этом, чем ближе значение r_{ij}к единице или минус единице, тем степень тесноты связи выше, при $r_{ij}=0$ – корреляция отсутствует, а при $r_{ij}=\pm 1$ - связь является полной или функциональной);

- выявить направление связи, которое может быть положительным или отрицательным (если $-1<r_{ij}<0$, то изменение показателей с номерами i и j разнонаправлено, т.е. с ростом значений одного из них значения другого уменьшаются; если же $0<r_{ij}<1$, то изменение показателей с номерами i и j однонаправлено, т.е. с ростом значений одного из них значения другого тоже растут).

Так, в соответствии с коэффициентами корреляции из таблицы 5.6 значимым является большинство пар связей.

Для среднедушевых денежных расходов, ВРП, стоимости основных фондов, объема промышленной продукции, сальдированного финансового результата и объема инвестиций значимых пар связей равно 13, для средне-душевых денежных доходов и оборота торговли – 12, для численности занятых в экономике, среднемесячной заработной платы и площади жилья – 11, для площади территории, численности населения и объема сельскохозяйственной продукции – 10 и только для индекса потребительских цен – значимых пар связей равно 4. Кроме того, согласно этой таблицы для 86 пар связи оказались положительными, для остальных 18 пар – отрицательными.

Методика построения корреляционной матрицы с помощью процедуры «Анализ данных» состоит в следующем:

- в рабочем окне MS Excel создаётся исходная таблица с наименованиями показателей, названиями регионов, включаемых в исследуемую группу регионов, и численными значениями показателей из базы данных (таблицу 5.2);

- в главном меню MS Excel выбирается пункт «Данные», в появившемся подменю – пункт «Анализ данных», а затем в окне «Анализ данных» выбирается функция «Корреляция» и нажимается клавише «ОК»;

- в окне «Корреляция» указывается входной интервал, т.е. выделяется матрица численных значений показателей исходной таблицы, а также начальная ячейка выходного интервала, т.е. таблицы, которая будет сформирована (см. таблицу 5.8); чтобы вывести строку и столбец матрицы со

Таблица 5.6

Корреляционная матрица для оценки взаимосвязей между социально-экономическими показателями регионов России, построенная по данным за 2017 г.

	Sтер	**Чнас**	**числ**	**дох**	**расх**	**зарп**	**врп**	**оф**	**пром**	**сельх**	**Sжил**	**Оторг**	**сфр**	**инвес**
Sтер	1													
Чнас	0,009	1												
числ	0,032	0,992	1											
дох	0,340	0,002	0,036	1										
расх	0,276	0,309	0,341	0,810	1									
зарп	0,486	-0,191	-0,152	0,887	0,602	1								
врп	0,251	0,900	0,927	0,199	0,490	0,069	1							
оф	0,193	0,828	0,854	0,244	0,536	0,129	0,946	1						
пром	0,195	0,780	0,817	0,163	0,387	0,082	0,915	0,856	1					
сельх	-0,128	0,775	0,764	-0,027	0,235	-0,255	0,647	0,549	0,477	1				
Sжил	-0,064	0,872	0,858	0,043	0,329	-0,167	0,800	0,744	0,646	0,804	1			
Оторг	0,023	0,965	0,962	0,126	0,458	-0,112	0,907	0,858	0,757	0,769	0,895	1		
сфр	0,267	0,445	0,468	0,191	0,285	0,137	0,587	0,546	0,608	0,298	0,402	0,457	1	
инвес	0,355	0,758	0,782	0,260	0,544	0,156	0,910	0,873	0,826	0,615	0,750	0,793	0,549	1

Примечание. Жирным шрифтом выделены значимые из коэффициентов корреляции своими обозначениями, в окне «Корреляция» против названия «Метки в первой строке» ставится знак галочка (√), иначе по умолчанию выводятся названия Столбец 1,Столбец2, … и т.д.

Таблица 5.6 не является таблицей-шаблоном, ее следует рассчитывать каждый раз с помощью процедуры «Анализ данных».Поэтому целесообразно на её основе создать таблицу-шаблон с целью автоматизации последующих процедур, связанных с анализом результатов корреляционной матрицы (см. таблицу-шаблон 5.7).

Создать таблицу-шаблон 5.7 можно путём выполнения следующих действий:

- создать копию таблицы 5.6 и удалить из неё величины всех коэффициентов корреляции (при этом единицы в диагональных ячейках таблицы сохраняются);
- в ячейку 2 1-го столбца, ячейку 3 2-го столбца, … , в ячейку 15 14-го столбца ввести формулы присвоения с ссылками на соответствующие ячейки таблицы 6, затем эти формулы копировать в остальные ячейки столбцов под диагональю с единицами;
- в ячейки верхней части таблицы-шаблона 5.7 вводим формулы присвоения, приведённые в пояснении к таблице 5.5 ($r_{21}=r_{12}$, $r_{31}=r_{13}$,…, $r_{141}=r_{1\,14}$,…).

Отличительной особенностью парной линейной корреляции является возможность определения направления связи по знакам коэффициентов корреляции. Выше уже отмечалось, что знак плюс (положительная связь) означает, что оба показателя, между которыми определяется связь, изменяются одно направленно, а знак минус (отрицательная связь) – что с увеличением одного показателя другой уменьшается или наоборот. Поэтому весьма важно для каждого показателя определить, какие из совокупности остальных показателей влияют на него положительно или отрицательно. Эта процедура существенно облегчается и упрощается, если создать таблицу-шаблон по определению количества показателей, оказывающих положительное и отрицательное влияние.

Такая таблица-шаблон представляет собой таблицу, аналогичную корреляционной матрице и создается на ее основе. Для этого достаточно: создать копию корреляционной матрицы (см. таблицу 5.6); ввести в первую ячейку копии встроенную математическую функцию «знак» из MS Excel, выбрав в качестве аргумента число первой ячейки корреляционной матрицы; затем функцию «знак» копировать во все ячейки созданной таблицы-копии. В результате получаем таблицу-шаблон 8, во всех ячейках которой будут выведены: единицы – если коэффициенты корреляционной матрицы положительны, нули – если коэффициенты равны нулям и минус единицы, если коэффициенты корреляции – отрицательны.

Таблица-шаблон 5.7

Корреляционная матрица для оценки взаимосвязей между парами социально-экономических показателей регионов России, построенная по данным за 2017 г.

	Sтер	**Чнас**	**числ**	**дох**	**расх**	**зарп**	**врп**	**оф**	**пром**	**сельх**	**Sжил**	**Оторг**	**сфр**	**инвес**
Sтер	1	0,009	0,032	0,340	0,276	0,486	0,251	0,193	0,195	-0,128	-0,064	0,023	0,267	0,355
Чнас	0,009	1	0,992	0,002	0,309	-0,191	0,900	0,828	0,780	0,775	0,872	0,965	0,445	0,758
числ	0,032	0,992	1	0,036	0,341	-0,152	0,927	0,854	0,817	0,764	0,858	0,962	0,468	0,782
дох	0,340	0,002	0,036	1	0,810	0,887	0,199	0,244	0,163	-0,027	0,043	0,126	0,191	0,260
расх	0,276	0,309	0,341	0,810	1	0,602	0,490	0,536	0,387	0,235	0,329	0,458	0,285	0,544
зарп	0,486	-0,191	-0,152	0,887	0,602	1	0,069	0,129	0,082	-0,255	-0,167	-0,112	0,137	0,156
врп	0,251	0,900	0,927	0,199	0,490	0,069	1	0,946	0,915	0,647	0,800	0,907	0,587	0,910
оф	0,193	0,828	0,854	0,244	0,536	0,129	0,946	1	0,856	0,549	0,744	0,858	0,546	0,873
пром	0,195	0,780	0,817	0,163	0,387	0,082	0,915	0,856	1	0,477	0,646	0,757	0,608	0,826
сельх	-0,128	0,775	0,764	-0,027	0,235	-0,255	0,647	0,549	0,477	1	0,804	0,769	0,298	0,615
Sжил	-0,064	0,872	0,858	0,043	0,329	-0,167	0,800	0,744	0,646	0,804	1	0,895	0,402	0,750
Оторг	0,023	0,965	0,962	0,126	0,458	-0,112	0,907	0,858	0,757	0,769	0,895	1	0,457	0,793
сфр	0,267	0,445	0,468	0,191	0,285	0,137	0,587	0,546	0,608	0,298	0,402	0,457	1	0,549
инвес	0,355	0,758	0,782	0,260	0,544	0,156	0,910	0,873	0,826	0,615	0,750	0,793	0,549	1

Синтаксис встроенной функции «ЗНАК» имеет вид: ЗНАК(число). Она выводит числа: 1- если число положительное; 0- если число равно нулю; -1 - если число отрицательное. Чтобы определить количество положительных и отрицательных коэффициентов в таблицу-шаблон 5.8 вводятся две строки соответственно. Ячейки этих строк заполняются с помощью встроенной математической функции «СУММЕСЛИ» MS Excel. При активизации этой функции (выбор в главном меню «Формулы» + «Математические» + «СУММЕСЛИ» + ОК) появляется окно для ввода аргументов этой функции.

Синтаксис функции «СУММЕСЛИ» имеет вид:

СУММЕСЛИ (диапазон; критерий; диапазон суммирования),

где «диапазон» - это диапазон проверяемых ячеек, т.е. массив-столбец или массив-строка, для которого рассчитывается функция «СУММЕСЛИ»;

критерий – это условие в форме числа, выражения или текста, определяющий суммируемые ячейки, которые вводятся с клавиатуры (в нашем случае числа +1 или -1);

диапазон суммирования – это фактические ячейки для суммирования. Если диапазон суммирования не указан, будут использоваться ячейки, задаваемые параметром «диапазон».

Чтобы определить количество положительных (отрицательных) коэффициентов корреляции для каждого из показателей, следует суммировать ячейки массива-строки и массива-столбца этого показателя. Для этого, установив курсор на ячейке строки положительных (отрицательных) коэффициентов корреляции для конкретного показателя, следует:

- активизировать функцию «СУММЕСЛИ» и определить число положительных (отрицательных) коэффициентов в массиве-строке;
- затем нажать клавишу F2 клавиатуры (т.е. войти в режим редактирования);
- ввести с клавиатуры знак (+), повторно активизировать функцию «СУММЕСЛИ» и определить число положительных (отрицательных) коэффициентов в массиве-столбце.

Одна из особенностей линейной корреляционной связи состоит в том, что коэффициент корреляции для пары y от x равен коэффициенту корреляции для пары x от y (в случае нелинейных связей $r_{yx} \neq r_{xy}$). Поэтому в таблице-шаблоне 5.7 рассматриваются все взаимосвязи между 105 парами показателей, число которых равно 210 (14*15).

Одной из целей построения и анализа корреляционной матрицы является выявление степени значимости линейных связей между парами показателей. Важным вопросом при этом является вопрос о градации тесноты связи. В литературе приводятся различные градации оценок тесноты связи, в частности, следующие четыре: до ±0,3 – отсутствует; от ±0,3 до ±0,5 – слабая; от ±0,5 до ±0,7 – умеренная; от ±0,7 до ±1,0 – сильная.

Таблица-шаблон 5.8

Количество положительных и отрицательных пар корреляционных связей между социально-экономическими показателями регионов России по данным за 2017 г.

	Sтер	Чнас	числ	дох	расх	зарп	врп	оф	пром	сельх	Sжил	Оторг	сфр	инвес
Sтер	**1**	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	1
Чнас	1	**1**	1	1	1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1
числ	1	1	**1**	1	1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1
дох	1	1	1	**1**	1	1	1	1	1	-1	1	1	1	1
расх	1	1	1	1	**1**	1	1	1	1	1	1	1	1	1
зарп	1	-1	-1	1	1	**1**	1	1	1	-1	-1	-1	1	1
врп	1	1	1	1	1	1	**1**	1	1	1	1	1	1	1
оф	1	1	1	1	1	1	1	**1**	1	1	1	1	1	1
пром	1	1	1	1	1	1	1	1	**1**	1	1	1	1	1
сельх	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	**1**	1	1	1	1
Sжил	-1	1	1	1	1	-1	1	1	1	1	**1**	1	1	1
Оторг	1	1	1	1	1	-1	1	1	1	1	1	**1**	1	1
сфр	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	**1**	1
инвес	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	**1**
Полож.	**11**	**12**	**12**	**12**	**13**	**8**	**13**	**13**	**13**	**10**	**11**	**12**	**13**	**13**
Отриц.	**2**	**1**	**1**	**1**	**0**	**3**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
Отриц.	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**2**	**0**	**0**	**0**	**3**	**2**	**1**	**0**	**0**

Более строгой является, на наш взгляд, предлагаемая нами градация из шести уровней: до ±0,17 – неудовлетворительная; от ±0,17 до ±0,34 – удовлетворительная; от ±0,34 до ±0,51 – нижесредняя; от ±0,51 до ±0,68 – средняя; от ±0,68 до ±0,85 – вышесредняя; ±0,85 и более – высокая. Почему именно на 0,17 отличаются уровни градации? Поскольку теснота линейного вида связи не зависит от знака коэффициента корреляции, а зависит только от его величины, то правомерно всю длину шкалы принять за единицу и разделить ее на число градаций (в нашем случае равной шести), т.е. 1:6≈0,17.

Если для линейной связи $-1<r<0$, то r также следует разбить на шесть уровней градации, но со знаком минус. Значимость коэффициентов корреляции для пар связей между рассматриваемыми показателями, рассчитанными по данным регионов за 2017 г. в соответствии с предлагаемой нами градацией, характеризуют данные, приведенные в таблице-шаблоне 5.9, в которой последние три строки являются расчетными.

Таблица 5.9

Значимость линейных корреляционных взаимосвязей между парами социально-экономических показателей России по данным за 2017 г.

	до 0,17	0,18-0,34	0,34-0,31	0,51-0,68	0,68-0,85	более 0,85	сумма значимых
Sтер	5	6	2				8
Чнас	2	2	1		4	4	11
числ	3	1		1	4	4	10
дох	6	5			1	1	7
расх		6	3	4			13
зарп	7	3	1	1	1		6
врп	1	2	1	2	1	6	12
оф	1	2		3	3	4	12
пром	2	1	2	2	4	2	11
сельх	2	3	1	3	4		11
Sжил	2	2	1	1	4	3	11
Оторг	3		2		3	5	10
сфр	1	4	4	4			12
инвес	1	1	1	3	5	2	12
Сумма	36	38	19	24	34	31	146
Пары связей	18	19	9,5	12	17	15,5	73
Удельный вес, %	19,8	20,9	10,4	13,2	18,7	17,0	80,2

В первом столбце таблицы-шаблона 5.9 указаны незначимые сточки зрения величины коэффициенты корреляции пары связей. Их число равно 23 (а удельный вес - 21,9% от общего числа). Наибольшее число значимых связей имеют величины коэффициентов корреляции от 0,34 до 0,51, т.е. являются по значимости нижесредними (27 пар связей или 25,7%). Еще 15,2% являются средними, 16,2% - высокими.

Особый интерес представляют пары связей пяти важнейших показателей: площади территории, численности населения, численности занятых в экономике и среднемесячной заработной платы, индекса цен.

Площадь территории и индекс цен оказались показателями с наименее значимыми коэффициентами корреляции. Площадь территории имеет уровни значения коэффициента корреляции от 0,17 до 0,34 с ВРП, стоимостью основных фондов, объемами промышленной продукции и инвестиций и нижесредние его значения (от 0,34 до 0,51) с среднедушевыми доходами и расходами, среднемесячной заработной платой и сальдированным финансовым результатом. С остальными показателями связь является неудовлетворенной.

Особое место по значимости тесноты связи со всеми рассматриваемыми экономическими показателями занимает индекс цен – важнейший социальный показатель. Во-первых, коэффициенты корреляции со всеми показателями оказались отрицательными, т.е. с увеличением цен каждый из остальных показателей уменьшается. Во-вторых, значимыми оказались лишь четыре коэффициента корреляции - выражающие связи с площадью территории, среднедушевыми доходами, расходами и среднемесячной заработной платой. При этом связь с первыми тремя показателями является нижесредней, а с четвертым – средней.

Нет необходимости объяснять роль в экономике таких показателей как численности населения, численности занятых в экономике и заработной платы. Как видно из таблицы 4.6 неудовлетворительной оказалась линейная корреляция численности населения с площадью территории, среднедушевыми доходами, среднемесячной заработной платой и индексом цен, удовлетворительной -с среднедушевыми расходами, высокой - с численностью занятых в экономике, площадью жилья и оборотом торговли. Со всеми остальными показателями корреляция является вышесредней.

Величины коэффициента корреляции численности занятых в экономике оказались следующими: неудовлетворительными с площадью территории, среднемесячной заработной платой и индексом цен; удовлетворительными со среднедушевыми доходами и расходами; средними со стоимостью основных фондов, сальдированным финансовым результатом и объемом инвестиций; высоким с оборотом торговли; вышесредней с остальными.

Корреляции среднемесячной заработной платы оказались следующими: высокой с доходами и расходами; средней с индексом цен (-0,524); ниже средней с площадью территории, ВРП, стоимостью основных фондов, СФР и инвестициями; удовлетворительной с объемом промышленной продукции.С такими важными показателями, как численность населения и численность занятых в экономике, объем сельскохозяйственной продукции, площадь жилья и оборот торговли корреляция среднемесячной заработной платы оказалась неудовлет-ворительной.

С помощью корреляционной матрицы можно провести и еще одну оценку – определить и сравнить средние арифметические значения значимых коэффициентов корреляции для каждого из показателей корреляционной таблицы.

Для этого следует создать копию таблицы-шаблона 5.7 и в ее ячейки вводится встроенная функция «ABS(число)», которая рассчитывает модуль (абсолютную величину числа) и преобразует данные таблицы-шаблона 5.7 в абсолютные их величины (т.е. формируется таблица-шаблон 5.10).

Далее таблицу-шаблон следует достроить, выполнив следующие действия:

- ввести семь строк с наименованиями, указанными в таблице-шаблоне 5.10;

- ввести в строки «вся сумма», «сумма незначим», «сумма значим» следующие формулы суммирования

$\sum R_j = (\sum_{i=1}^{15} R_{ij} - 1)$- для суммы всех пар связей;

$NR_j = \sum_{i=1}^{n1} NR_{ij}$- для суммы незначимых пар связей;

$ZR_j = \sum R_j - NR_j$- для суммы значимых пар связей,

где R_{ij} - коэффициенты корреляции между показателями с индексами i,j для всех пар связей; NR_{ij} - то же для незначимых пар связей;

- в ячейки строки «число значим» записать числа (nz), равные количеству значимых пар связей;

- удалить из таблицы-шаблона 5.10 коэффициенты корреляции, величины которых меньше или равны 0,17;

- в строки «ср.значение» (SRj) и «ср.знач (значим)» (SZRj) ввести формулы $SR_j = \sum R_j /14$; $SZR_j = ZR_j/nZ$.

- в ячейки строки «место» вводим числа, указывающие места, занимаемые парами связей по величине среднего коэффициента корреляции.

Методика построения корреляционной матрицы и расчета на ее основе аналитических показателей не зависит от числа регионов, включаемых в исследуемую группу. Следовательно, при необходимости многократного выполнения расчетов целесообразно построить компьютерную модель, включающую корреляционную матрицу, таблицы-шаблоны для выполнения всех необходимых расчётов и формирования аналитических документов (таблиц и рисунков), а также алгоритмы расчётов, встроенные в таблицы-шаблоны.

Перечислим компоненты компьютерной модели:

- база исходных данных, содержащая величины социально-экономических показателей регионов за 2004-2017 гг.;

- таблица с исходными данными за год для выборочной совокупности регионов (см. таблицу 5.2);

- таблица с величинами коэффициентов корреляции (корреляционная матрица), построенная с помощью функции «корреляция» из процедуры «Анализ данных» (см. таблицу 5.6);

- таблица-шаблон, представляющая собой копию корреляционной матрицы, в ячейки которой введены операторы присвоения «содержимое ячейки таблицы-шаблона равно содержимому соответствующей ячейки корреляционной матрицы» (см. таблицу-шаблон 5.7);

- таблица–шаблон для определения количества положительных и отрицательных коэффициентов корреляции (см. таблицу-шаблон 5.8);

- таблица-шаблон для анализа значимости линейных пар корреляционных связей (см. таблицу-шаблон 5.9);

- таблица-шаблон для расчёта и анализа средних значений коэффициентов корреляции для совокупности значимых пар связей (см. таблицу-шаблон 5.10);

- встроенные процедуры и функции MS Excel, необходимые для выполнения всех расчётов и анализа, а также операторы присвоения, введенные в ячейки таблиц-шаблонов.

Методика работы с компьютерной моделью состоит в следующем:

- в рабочем окне MS Excel создаётся копия вышеописанной модели со всеми её таблицами;

- исходные данные для регионов, имеющиеся в таблице 5.2, заменяются совокупностью данных регионов, исследуемых пользователем;

- используя функцию «корреляция» из процедуры «Анализ данных» в границах той же таблицы 5.6, строится новая (пользовательская) корреляционная матрица.

После создания корреляционной матрицы (таблицы 5.6) таблицы-шаблоны 5.7, 5.8 и 5.10 автоматически пересчитываются. Не пересчитываются при этом данные строк 1-15 таблицы-шаблона 5.8, характеризующая значимость линейных коэффициентов в корреляции. Эти строки пользователь заполняет с клавиатуры по данным таблицы-шаблона 5.7. Строки 16,17 и 18 этой таблицы пересчитываются автоматически.

Вручную заполняются и три строки таблицы-шаблона 5.10: «число значим», «сумма незнач» и «место».

В заключении отметим, что цель построения корреляционной матрицы не ограничивается рассмотренными в настоящем параграфе аналитическими возможностями. Данные корреляционной матрицы и результаты их анализа необходимы для построения одно- и многофакторных уравнений регрессии, выражающих зависимости одних социально-экономических показателей (называемых результативными) от других (называемых показателями-факторами). В частности, корреляционная матрица позволяет обосновать выбор показателей-факторов, включаемых в многофакторные уравнения регрессии, а также строить системы таких уравнений.

Таблица-шаблон 5.10

Таблица, иллюстрирующая методику расчета средних значений коэффициентов линейной корреляции для совокупности значимых пар связей и определения места каждого показателя по ее связям с остальными показателями

	Sтер	Чнас	числ	дох	расх	зарп	врп	оф	пром	сельх	Sжил	Оторг	сфр	инвес
Sтер	**1**	**0,01**	**0,03**	0,34	0,28	0,49	0,25	0,19	0,20	**0,13**	**0,06**	**0,02**	0,27	0,35
Чнас	**0,01**	**1**	0,99	**0,00**	0,31	0,19	0,90	0,83	0,78	0,78	0,87	0,97	0,45	0,76
числ	**0,03**	0,99	**1**	**0,04**	0,34	**0,15**	0,93	0,85	0,82	0,76	0,86	0,96	0,47	0,78
дох	0,34	**0,00**	**0,04**	**1**	0,81	0,89	0,20	0,24	**0,16**	**0,03**	**0,04**	**0,13**	0,19	0,26
расх	0,28	0,31	0,34	0,81	**1**	0,60	0,49	0,54	0,39	0,24	0,33	0,46	0,29	0,54
зарп	0,49	0,19	**0,15**	0,89	0,60	**1**	**0,07**	**0,13**	**0,08**	0,26	0,17	**0,11**	**0,14**	**0,16**
врп	0,25	0,90	0,93	0,20	0,49	**0,07**	**1**	0,95	0,92	0,65	0,80	0,91	0,59	0,91
оф	0,19	0,83	0,85	0,24	0,54	**0,13**	0,95	**1**	0,86	0,55	0,74	0,86	0,55	0,87
пром	0,20	0,78	0,82	**0,16**	0,39	**0,08**	0,92	0,86	**1**	0,48	0,65	0,76	0,61	0,83
сельх	**0,13**	0,78	0,76	**0,03**	0,24	0,26	0,65	0,55	0,48	**1**	0,80	0,77	0,30	0,61
Sжил	**0,06**	0,87	0,86	**0,04**	0,33	0,17	0,80	0,74	0,65	0,80	**1**	0,89	0,40	0,75
Оторг	**0,02**	0,97	0,96	**0,13**	0,46	**0,11**	0,91	0,86	0,76	0,77	0,89	**1**	0,46	0,79
сфр	0,27	0,45	0,47	0,19	0,29	**0,14**	0,59	0,55	0,61	0,30	0,40	0,46	**1**	0,55
инвес	0,35	0,76	0,78	0,26	0,54	**0,16**	0,91	0,87	0,83	0,61	0,75	0,79	0,55	**1**
Вся сумма	**2,619**	**7,827**	**7,984**	**3,327**	**5,602**	**3,272**	**7,902**	**8,156**	**7,509**	**6,342**	**7,372**	**8,082**	**4,631**	**8,172**
Сумма незнач	**0,255**	**0,011**	**0,220**	**0,397**		**0,685**	**0,069**	**0,129**	**0,245**	**0,155**	**0,106**	**0,261**	**0,137**	**0,156**
Сумма значим	**2,364**	**7,816**	**7,764**	**2,931**	**5,602**	**2,587**	**7,833**	**8,027**	**7,264**	**6,188**	**7,266**	**7,821**	**4,494**	**8,015**
Число значим.	**8**	**11**	**10**	**7**	**13**	**6**	**12**	**12**	**11**	**11**	**11**	**10**	**12**	**12**
Срзнач-всей ∑	**0,201**	**0,602**	**0,614**	**0,256**	**0,431**	**0,252**	**0,608**	**0,627**	**0,578**	**0,488**	**0,567**	**0,622**	**0,356**	**0,629**
Срзнач (значим)	**0,2955**	**0,7105**	**0,7764**	**0,4186**	**0,4309**	**0,4312**	**0,6527**	**0,6689**	**0,6604**	**0,5625**	**0,6605**	**0,7821**	**0,3745**	**0,6680**
Место	**14**	**3**	**2**	**12**	**11**	**10**	**8**	**4**	**7**	**9**	**6**	**1**	**13**	**5**

5.2. Компьютерные модели для расчета параметров и характеристик однофакторных уравнений регрессии и их оценки

Пары связей (зависимостей) можно описать разными видами уравнений регрессии. Более широко в экономике применяются уравнения линейного, гиперболического, показательного и степенного видов.

Соответствующие уравнения имеют вид

(1) $y = b + mx$ - линейное;

(2) $y = b * m^x$ – показательное;

(3) $y = b + m * \frac{1}{x}$– гиперболическое;

(4) $y = b * x^m$ – степенное.

Построить модели, выражающие связи (зависимости) между социально-экономическими показателями означает: во-первых, рассчитать параметры b и m для этих уравнений; во-вторых, рассчитать ряд статистических характеристик, на основе которых оценивается приемлемость полученных уравнений для практического применения; сформулировать выводы, предложения и рекомендации по их практическому применению.

Для всех четырех рассматриваемых уравнений параметры можно рассчитать методом наименьших квадратов (МНК). Сущность метода состоит в том, что составляется система двух нормальных уравнений с двумя неизвестными. В качестве неизвестных выступают параметры b и m.

Для рассматриваемых уравнений регрессии системы уравнений имеют вид:

а) для линейного уравнения

(5) $\begin{cases} N * b + m * \sum x = \sum y; \\ b * \sum x + m * \sum x^2 = \sum yx; \end{cases}$

б) для гиперболического уравнения

(6) $\begin{cases} N * b + m * \sum \frac{1}{x} = \sum y; \\ b * \sum \frac{1}{x} + m * \sum (\frac{1}{x})^2 = \sum \frac{y}{x}; \end{cases}$

в) для показательного уравнения

(7) $\begin{cases} N * lgb + lgm * \sum x = \sum lgy; \\ lgb * \sum x + lgm * \sum x^2 = \sum (lgy * x); \end{cases}$

г) для степенного уравнения

(8) $\begin{cases} Nlgb + m \sum lgx = \sum lgy; \\ lgb * \sum lgx + m \sum (lgx)^2 = \sum lgylgx. \end{cases}$

Решения этих систем уравнений можно выразить в виде следующих формул:

а) для линейного

(9а) $m = \frac{\overline{xy} - \bar{x} * \bar{y}}{\overline{x^2} \;\; -(\bar{x}^2)}$; (9б) $b = \bar{y} - |m|\bar{x}$

б) для гиперболического

(10а) $m = \frac{\overline{x/y} - \bar{y}/\bar{x}}{\overline{(\frac{1}{x})^2} - (\overline{\frac{1}{x}})^2}$; (10б) $b = \bar{y} - m(\overline{\frac{1}{x}})$

в) для показательного

(11а) $lgm = \frac{\overline{lgy/x} - \overline{lgy}/\bar{x}}{\overline{x^2} - (\bar{x})^2}$; (11б) lgb=$\overline{lgy}$ –lgm*$\bar{x}$

(11в) $m = 10^{lgm}$ (11г) $b = 10^{lgb}$

г) для степенного

(12а) $m = \frac{\overline{lgy * lgx} - \overline{lgy} * \overline{lgx}}{\overline{lgx^2} - (\overline{lgx})^2}$;

(12б) $\overline{lgb} = \overline{lgy} - m * \overline{lgx}$;

(12в) $b = 10^{lgb}$

Наиболее важными из статистических характеристик являются коэффициенты корреляции и детерминации, стандартная ошибка для показателя y, F–критерий Фишера и средняя ошибка аппроксимации.

Коэффициенты корреляции (r) и детерминации (I) позволяют оценить степень тесноты связи между экономическими показателями, принятыми в качестве зависимой (y) и независимой (x) переменных. Эти коэффициенты определяются по формулам:

(13) $r = \sqrt{1 - \frac{\sum(y - y_x)^2}{\sum(y - y_{cp})^2}}$ - для нелинейных уравнений регрессии (для линейного уравнения формула коэффициента корреляции приведена выше);

(14)$I = r^2 * 100$.

Стандартная ошибка для y (sey) используется для оценки приемлемости построенного уравнения и определения доверительных интервалов для показателя y. Стандартная ошибка (ее называют еще дисперсией) рассчитывается по формуле:

(15) $sey = \sqrt{\sum(y - y_x)^2 / N}$.

Доверительные интервалы показывают возможные отклонения фактических значений yот расчетных. Эти интервалы определяются следующими соотношениями:

(16) $y_x - sey \leq y_x \leq y_x + sey$ - с вероятностью 68%;

$y_x - 2sey \leq y_x \leq y_x + 2sey$ - с вероятностью 95%;

$y_x - 2{,}58sey \leq y_x \leq y_x + 2{,}58sey$ - с вероятностью 99%;

В экономике принято определять доверительные интервалы с вероятностью 95%. Коэффициент приsey зависит от принимаемой степени вероятности и определяется на основе таблиц, приводимых в учебниках по статистике и эконометрике.

Для оценки качества построенного уравнения применяется F–критерий Фишера, который рассчитывается по формуле:

(17) $F = \frac{r^2 * (N - m - 1)}{(1 - r^2) * m}$.

При этом уравнение считается приемлемым, если рассчитанное значение F-критерия выше табличного (табличные значения F-критерия тоже приводятся в учебниках по статистике и эконометрике).

Средняя ошибка аппроксимации (A) – это показатель, рассчитываемый как отношение стандартной ошибки (sey) к средней арифметической величине y (y_{cp}):

(18) $A = \frac{sey*100}{y_{cp}}$.

При этом, если средняя ошибка аппроксимации меньше 10%, то полученное уравнение считается «хорошим».

Таким образом, математическая модель для построения уравнений связей (зависимостей) между парой экономических показателей представляет собой совокупность формул (1), (2),…, (18).

Задача, решаемая с помощью вышеописанной математической модели, формулируется следующим образом: задана совокупность исследуемых экономических объектов и два показателя, между которыми требуется выявить связь или зависимость. Величины этих показателей собраны и представлены в виде таблицы фактические значения за фиксированный период времени (например, месяц, год). Требуется выявить наличие связи (зависимости) между массивами двух показателей, выполнить все расчеты по вышеописанной модели и организовать результаты в виде аналитических документов.

Для решения поставленной задачи требуется создать алгоритмы расчетов, предусмотренные формулами (1)-(18).

В качестве объектов для построения и апробации моделей выбраны регионы России, а в качестве показателей, между которыми должно быть выявлено наличие связи (зависимости) - валовой региональный продукт (обозначаем буквой Y) и стоимость основных фондов (обозначаем буквой X). Модельные расчеты выполнены по данным за 2017 г. При этом, по величине ВРП регионы разбиты на три группы – две группы включают по 27 регионов и одна группа 26 регионов. Данные по 1-й группе регионов, на примере которых построена компьютерная модель, приведены в таблице 5.11. Регионы в этой таблице расположены в порядке возрастания ВРП. В столбце 3 приведены сокращенные названия федеральных округов, к которым относятся регионы.

В таблицу 5.11 введены две расчетные строки «сумм» и «срзнач».

Задача по созданию компьютерной модели формулируется следующим образом: требуется создать компьютерную модель, позволяющую по исходным данным таблицы 5.11 автоматизировать все расчеты по формулам (1)-(18) вышеприведенной математической модели, создать массивы-шаблоны и таблицы-шаблоны, необходимые для выполнения расчетов и обработки информации и вывода результатов всех расчетов в виде аналитических документов.

Таблица 5.11

Таблица исходных данных для построения компьютерной модели, выражающей зависимость ВРП от стоимости основных фондов (1-я группа регионов России за 2017г.)

	Регион	Фед. округ	ВРП, млрд.руб.	ст-ть ОФ, млрд.руб.
			Y	X
1	2	3	4	5
1	Республика Ингушетия	СКФО	46,1	131,8
2	Республика Алтай	СФО	46,9	252,3
3	Республика Калмыкия	ЮФО	50,9	119,4
4	Еврейская авт. область	ДВФО	52,2	99,6
5	Республика Тыва	СФО	56,0	203,7
6	Карач.-Черк. Республика	СКФО	66,1	170,4
7	Республика Адыгея	ЮФО	73,2	210,6
8	Чукотский авт. округ	ДВФО	91,4	202,1
9	Магаданская область	ДВФО	125,5	271,1
10	Чеченская Республика	СКФО	132,7	272,1
11	Респ.Сев.Осетия - Алания	СКФО	144,4	387,3
12	Кабар.-Балк. Республика	СКФО	146,9	281,0
13	Республика Марий Эл	ПФО	160,5	418,5
14	Псковская область	СЗФО	160,7	436,5
15	Костромская область	ЦФО	166,7	538,6
16	Республика Хакасия	СФО	179,6	550,7
17	Ивановская область	ЦФО	182,4	438,2
18	Орловская область	ЦФО	193,9	726,0
19	Республика Мордовия	ПФО	198,1	540,8
20	Камчатский край	ДВФО	198,1	628,9
21	Республика Карелия	СЗФО	199,2	642,7
22	Курганская область	УФО	213,9	496,3
23	Новгородская область	СЗФО	233,4	700,7
24	Республика Бурятия	СФО	244,5	617,8
25	Смоленская область	ЦФО	261,6	790,3
26	Брянская область	ЦФО	262,3	857,8
27	Астраханская область	ЮФО	262,8	944,4
	Сумма		**4150,2**	**11929,6**
	Ср.знач		**153,7**	**441,8**

Созданная компьютерная модель включает следующие компоненты:

- таблица или таблицы всех исходных данных (база данных);

-таблица-шаблон (таблица 5.12) исходных данных одной группы регионов (по которой создаются и экспериментально проверяются на ПЭВМ все процедуры обработки информации).

Для построения компьютерной модели следует выбрать программное обеспечение, позволяющее создать электронные варианты всех компонентов. В качестве такого программного обеспечения выбрано MSOffice (MSExceli MSWord).

Таблица 5.12

Таблица-шаблон исходных данных для построения компьютерной модели, выражающей зависимость ВРП от стоимости основных фондов(1-я группа регионов)

№	Наименование региона		для линейного		для гипербол	для показат.	для степен.
			y	x	1/x	lgy	lgx
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Респ. Ингушетия	СКФО	50,9	119,4	0,0084	1,7066	2,0769
2	Респ. Алтай	СФО	46,1	131,8	0,0076	1,6640	2,1199
3	Респ. Калмыкия	ЮФО	56,0	203,7	0,0049	1,7485	2,3089
…	…	…	…	…	…	…	…
27	Забайкальский край	ЮФО	262,8	944,4	0,0011	2,4196	2,9752
	Сумма		**4150,2**	**11929,6**	**0,0895**	**57,3740**	**69,3854**
	Ср.знач		**153,7**	**441,8**	**0,0033**	**2,1250**	**2,5698**

Таблица 5.12 (продолжение)

	Для линейного		Для гиперболического		Для показательного	Для степенного	
№№	x*y	x^2	y/x	$(1/x)^2$	lgy/x	lgy*lgx	$(\lg x)^2$
	9	10	11	12	13	14	15
1	6074	14250	0,4262	0,0000702	0,0143	3,5444	4,3136
2	6079	17369	0,3500	0,0000576	0,0126	3,5274	4,4939
3	11414	41476	0,2752	0,0000241	0,0086	4,0372	5,3310
…	…	…	…	…	…	…	…
27	248199	891952	0,2783	0,0000011	0,0026	7,1988	8,8516
сумма	**2260349**	**6787958**	**9,9327**	**0,0004423**	**0,1762**	**149,1593**	**180,3075**
ср.знач	**83717**	**251406**	**0,3679**	**0,0000164**	**0,0065**	**5,5244**	**6,6781**

Построение компьютерной модели начинается с создания в рабочем окне MS Excel таблицы-шаблона с исходными данными (см. таблицу 5.12).

В таблице 5.12 данные столбцов 4 и 5 представляют собой величины ВРП (Y) и стоимости основных фондов (X) , которые скопированы из базы данных, величины в остальных столбцах являются расчетными. Для их расчета в ячейки 1-й строки столбцов 6, 7, 8 вводятся формулы «=1/X»; «=lgY»; «=lgX», со ссылками на столбцы 4 и 5 (соответственно Yи X).Затем эти формулы копируются в ячейки остальных строк.

В соответствии с формулами (9-13) для определения параметров требуется рассчитать следующие средние арифметические величины:

$\overline{YX}$; $\bar{X}$; $\bar{Y}$; $\overline{X^2}$ - для линейного уравнения;

$\overline{Y/X}$,$\overline{lgY/X}$- для показательного уравнения;

$\overline{Y/X}$, $(\overline{1/X})^2$- для уравнения гиперболы;

$\overline{lgY * lgX}$; $(\overline{lgX})^2$ - для степенного уравнения.

Для выполнения этих расчетов в таблицу-шаблон (см. таблица 5.2) добавляются:

а) столбцы (9)-(15);

б) строки «сумма» и «ср. знач».

В ячейки 1-й строки по столбцам 9-15 вводятсяформулы «=X*Y»; «=X^2»; «=Y/X»; «=$(1/X)^2$»; «=lgY/X»; «=lgY*lgX»; «=(lgX)^2».

Все введенные формулы (столбцы 9-15) копируются в остальные строки. В ячейки строк «сумма» и «ср.знач» также вводятся расчетные формулы.

Для этого можно использовать встроенные математические функции MSExcel(«сумм» и «ср.знач»), синтаксис которых имеет вид:

Сумм (массив 1; массив 2;…);

Ср.знач (число 1; число 2;…).

Подготовительная работа для расчета параметров bи mзавершена.

Для расчета непосредственных значений параметров bи m создается новая таблица-шаблон (таблица 5.13).

Таблица 5.13

Таблица-шаблон компьютерной модели для расчета параметров и статистических характеристик уравнений, выражающих зависимость ВРП от стоимости основных фондов (1-я группа регионов)

	линейн	гиперб	показ	степ
b	29,5	240,8	51,6	0,8240
m	0,2812	-26280,1	1,0022	0,8595
lgb			1,7128	-0,0838
lgm			0,00093	
r	0,8837	0,7406	0,7786	0,8708
I	0,7809	0,5485	0,6063	0,7583
sey	25,1	37,5	0,1230	0,0940
F	190,0	71,4	87,9	168,5
A	16,3	24,4	0,11	0,10

Для расчета параметров уравнений линейного и гиперболического видов в соответствующие ячейки таблицы-шаблона (см. таблицу 5.13) вводятся формулы: 9а, 9б – для линейного уравнения; 10а, 10б – для уравнения гиперболы11а, 11б, 11в, 11г – для показательного уравнения; 12а, 12б, 12в – для степенного уравнения.

В этой же таблице-шаблоне (таблица 5.13) выполняются расчеты статистических характеристик: коэффициентов корреляции (r),и детерминации (I), стандартная ошибка (sey), F-критерия (F) и средней ошибки аппроксимации по формулам (13), (14), (15), (17) и (18).

Для расчетов параметров уравнения показательного и степенного видов требуется сначала рассчитать lgm и lgb (для показательного уравнения) и lgm (для степенного уравнения). Поэтому в таблицу-шаблон 5.3 сначала в строки 3 и 4 вводятся формулы 11а, 11б и 12б:

$" = \frac{\overline{lgY/X} - \overline{lgY}/\bar{X}}{\overline{X^2} - (\bar{X}^2)} = "$; $" = \overline{lgY}$–lgm*$\bar{X} = "$; $" = \overline{lgY} - m * \overline{lgX} = "$.

Затем в 1-ую и 2-ую строки таблицы-шаблона 5.13 вводим формулы 11в, 11г и 12в:

$" = 10^{lgm}"; " = 10^{lgb}"$ - для показательного уравнения;

$" = 10^{lgb}"$ - для степенного уравнения.

В соответствии с этими формулами для расчета статистических характеристик требуется предварительно определить

$$Y_X; \ \sum(Y - Y_X)^2; \ \sum(Y - Y_{cp})^2,$$

где Y_X - значения у, рассчитываемые по построенным уравнениям, подставляя вместо независимой переменной хфактические значения стоимости основных фондов из таблицы 5.11 (или таблицы 5.12).

Y - фактические значения ВРП из таблицы 11 (или таблицы 5.12)

Y_{cp} – среднее арифметическое значение ВРП.

Расчетные значения y_x определяются для каждого из следующих 4-х уравнений, построенных по данным 1-й группы 27 регионов.

$Y_X = 18{,}811 + 0{,}2484 * X$ -линейного; (20)

$Y_X = 66{,}869 + 919{,}370/X$ - гиперболического; (21)

Y_X = 63,535+$1{,}00000055^X$ - показательного; (22)

Y_X = 1,3402*$X^{0{,}7455}$ - степенного. (23)

Для определения расчетных значений y_x, а также суммы квадратов отклонений фактических значений от расчетных $(\sum(Y - Y_X)^2)$ и фактических значений от средней арифметической $(\sum(Y - Y_{cp})^2)$ создается таблица шаблон 5.14, в которую включено 2 столбца (ст. 3 и 4) исходных данных из таблицы 5.11, четыре столбца (ст. 5, 6, 7 и 8) для расчетных значений Y_X по каждому из четырех уравнений, а также пяти столбцов (ст. 9-13) для значений сумм квадратов отклонений.

Для заполнения таблицы-шаблона выполняются следующие действия:

а) в столбцы 2 и 3 таблицы 5.14 из таблицы-шаблона 5.12 копируются фактические значения Yи X (в нашем случае 27 регионов 1-й группы);

б) в ячейки столбцов (4-7) 1-й строки вводим формулы:

$$" = 18{,}811 + 0{,}2484 * X"; " = 63{,}535 - 1{,}00000055^x";$$

$$" = 66{,}869 + 919{,}370/X"; \ " = 1{,}3402 * X^{0{,}7455}";$$

в) в ячейку 1-й строки столбца (8) вводим формулу $" = (Y - Y_{cp})^2"$, а в ячейки столбцов (9-12) – формулу $" = (Y - Y_X)^2"$ соответственно для каждого из 4-х уравнений;

г) в строки «сумм» и «ср.знач» 1-го столбца вводятся формулы “=сумм” и “=ср.знач”, которые затем копируются в строки остальных столбцов.

При расчете значений Y_X (столбцы 4-7) ссылки делаются на величину X (стоимости основных фондов) из столбца (3), при расчете $(Y - Y_{cp})^2$ делается абсолютная ссылка на строку «срзнач» столбца (2), а при расчете квадратов отклонений $(Y - Y_X)^2$ - ссылки делаются на столбец 2 (фактические значения Y) и на столбцы (4-7), в которых содержатся значения Y_X соответственно для линейного, гиперболического, показательного и степенного уравнений регрессии.

Таблица 5.14

Таблица-шаблон для определения расчетных значений ВРП (y_x) и суммы квадратов отклонений фактических значений ВРП от средней арифметической и фактических значений от расчетных по каждому из 4-х уравнений, выражающих зависимость ВРП от стоимости основных фондов (1-я группа регионов)

№№	Фактические значения		Значения Y_x, рассчитанные по уравнениям			
	Y	X	Линейн	Гиперб	Показ	Степ
1	2	3	4	5	6	7
1	50,9	119,4	63,0	-3136947,8	171,2	103,4
2	46,1	131,8	66,5	-3463241,7	183,7	114,1
3	56,0	203,7	86,7	-5351888,3	255,7	175,9
…	…	…	…	…	…	…
27	262,8	944,4	295,0535	-24819539,8	998,1	812,6
сумма	**4150,2**	**11929,6**	**4150,2**	**-313503668,1**	**13348,8**	**10275,7**
ср.знач	**153,7**	**441,8**	**153,7**	**-11611247,0**	**494,4**	**380,6**

Продолжение таблицы 5.14

	Суммы квадратов отклонений				
		линейн	гиперб	показ	степ
№№	(Y-Yср)^2	(Y-Yx)^2	(Y-Yx)^2	(Y-Yx)^2	(Y-Yx)^2
	8	9	10	11	12
1	10573,9	147,5	9,84076E+12	14487,2	2760,9
2	11574,3	415,9	1,19944E+13	18922,7	4620,0
3	9538,95	941,6	2,86433E+13	39865,6	14357,6
…	…	…	…	…	…
27	11900,5	1040,2	6,16023E+14	540629,3	302240,7
сумма	**135766,5**	**15789,0**	**4.688E+15**	**3938092,1**	**1912806,3**
ср.знач	**5028,4**	**584,8**	**1,736E+14**	**145855,3**	**70844,7**

Составление компьютерной модели завершается формулированием отчетных материалов для анализа (таблиц, графиков, диаграмм и др.).

Поскольку таблицы 5.11-5.14 являются компонентами компьютерной модели, которые должны быть использованы для выполнения всех предусмотренных расчетов и процедур обработки, то все таблицы и другие аналитические материалы целесообразно экспортировать в MS Word, провести их анализ и создать аналитическую справку (отчет, доклад, сообщение и т.д.).

Компьютерная модель сохраняется в MS Excel и используется для оценки связей и зависимостей для других групп регионов, а также для других пар связей и зависимостей.

Использование компьютерной модели сводится к выбору групп регионов, пары показателей, принимаемых за Y и X, (при необходимости можно вводить и с клавиатуры), численных значений Y и X в соответствующие столбцы таблиц-шаблонов 5.12, 5.13 и 5.14. Численные значения остальных столбцов автоматически пересчитываются.

В рассматриваемой задаче в качестве аналитических материалов выступают: формулировка задачи, таблицы 5.11, 5.12 и 5.13, а также математическая запись уравнений и доверительных интервалов.

Построение компьютерной модели завершено.

Остается рассмотреть вопрос о применении компьютерной модели. Целью разработки любой компьютерной модели являются многократное ее использование. В рассматриваемой задаче требовалось выявить, описать и оценить зависимость ВРП от стоимости основных фондов.

Однако такие зависимости можно выявлять и между другими парами социально-экономических показателей. При выявлении связей (зависимостей) регионы были разбиты на три группы по величине ВРП. Но их можно разбить и на другое количество групп: четыре, пять, шесть и т.д. Регионы можно разбивать на группы и по другим признакам: по численности занятых в экономике, стоимости основных фондов, по уровню доходов и др.

При построении и отладке модели использованы данные регионов за 2017 г. Но можно исследовать регионы и по данным за другие временные периоды. Иными словами целесообразность построения компьютерной модели очевидна.

Применение модели состоит в следующем:

- все аналитические материалы (таблицы, графики и др.), созданные в MSExcel копируются и экспортируются в MS Word; на их основе составляется научный доклад, статья, аналитический отчет или справка;

- в исходную таблицу-шаблон (таблица 5.11) и расчетно-аналитические таблицы-шаблоны (таблица 5.13 и 5.14) вместо данных 1-й группы регионов копируются данные другой группы.

При этом встроенные в таблицы-шаблоны алгоритмы расчетов автоматически пересчитывают все расчетные показатели и формируют все аналитические материалы. Эти материалы также экспортируются в MS Word и т.д.

5.3. Компьютерная модель для построения многофакторных уравнений регрессии, выражающих связи и зависимости между социально-экономическими показателями

Парные связи между показателями очень важны в экономике. Однако ограничиться только их изучением, выявлением и применением нельзя, поскольку каждый из экономических показателей связан не с одним, а двумя и более другими показателями и/или зависит от них.

Одним из эффективных инструментов выявления, описания и изучения связей и зависимостей одного экономического показателя от двух и более других показателей является уравнения множественной регрессии или многофакторные эконометрические уравнения.

В общем случае многофакторные связи и зависимости в экономике описываются одним уравнением, вида

$y = f(x_1, x_2, \dots, x_p)$,где

y – результативный или зависимый экономический показатель (зависимая переменная);

$x_1, x_2, \dots, x_p$ - независимые экономические показатели-факторы (независимые простые переменные).

Наиболее широко в экономике применяются уравнения множественной регрессии, которые математически могут быть записаны в виде

$y = a_0 + a_1 v_1 + a_2 v_2 + \cdots + a_p v_p,$ (1)

где $v_1, v_2, \dots, v_p$ - простые переменные или их функции,

$a_0, a_1, a_2 \dots, a_p$ - параметры уравнения (a_0 - свободный член, остальные коэффициенты регрессии).

К числу уравнений, которые могут быть сведены к виду (1) относятся уравнения:

линейное - $y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_p x_p;$ (2)

степенное - $y = a_0 x_1^{a_1} x_2^{a_2} \dots x_p^{a_p};$ (3)

показательное - $y = a_0 a_1^{x_1} a_2^{x_2} \dots a_p^{x_p};$ (4)

гиперболическое - $y = a_0 + \frac{a_1}{x_1} + \frac{a_2}{x_2} + \cdots + \frac{a_p}{x_p};$ (5)

параболическое –

$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots + a_p x_p + a_{p+1} x_1^2 + \cdots + a_{2p} x_p^2.$ (6)

Построить уравнение множественной регрессии означает, в первую очередь, рассчитать его параметры $(a_0, a_1, a_2 \dots, a_p)$. Существуют разные методы определения параметров, наиболее простым и широко применяемым из которых является метод наименьших квадратов (МНК).

Сущность метода наименьших квадратов (МНК) состоит в том, что требуется построить и решить систему уравнений, которая в общем случае (в случае уравнения (1)) имеет следующий вид:

$$(7)\quad \begin{cases} N \cdot a_0 + a_1 \sum V_1 + a_2 \sum V_2 + \cdots + a_p \sum V_p = \sum y; \\ a_0 \sum V_1 + a_1 \sum V_1 V_1 + a_2 \sum V_2 V_1 + \cdots + a_p \sum V_p V_1 = \sum V_1 y; \\ a_0 \sum V_2 + a_1 \sum V_1 V_2 + a_2 \sum V_2 V_2 + \cdots + a_p \sum V_p V_2 = \sum V_2 y; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_0 \sum V_p + a_1 \sum V_1 V_p + a_2 \sum V_2 V_p + \cdots + a_p \sum V_p V_p = \sum V_p y, \end{cases}$$

где N - число наблюдений или размер статистической выборки.

Особенность многофакторных уравнений состоит в том, что их можно строить только для группы или совокупности экономических объектов (например, для предприятий, административных районов, регионов). Такая совокупность называется статистической выборкой (или выборочной совокупностью).

Естественно, связи (или зависимости), выявленные и описанные с помощью уравнений множественной регрессии являются приближенными. Поэтому требуется доказать адекватность построенных уравнений и приемлемость их для практической реализации. Для этой цели принято рассчитывать так называемые дополнительные статистические характеристики. Наиболее значимые из статистических характеристик и формулы для их расчета приведены в таблице 5.15.

Таблица 5.15

Обозначения и формулы для расчета параметров и статистических характеристик уравнений множественной регрессии

№№ пп	Наименования показателей	Обозначения и расчетные формулы
1.	Свободный член уравнения b	Определяется путем решения системы уравнения (7) b=a_0
2.	Коэффициенты регрессии m_i	Определяется путем решения системы уравнения (7), $m_i = a_i, i = 1, 2, \ldots, p$
3.	Стандартная ошибка для b, seb	seb=$\sqrt{\frac{\sum(y-y_x)^2 * \sum x^2}{(N-2)*N*\sum(x-\bar{x})^2}}$
4.	Стандартная ошибка дляm_i, sem_i	sem_i=$\sqrt{\frac{\sum(y-y_x)^2}{(N-2)*\sum(x-\bar{x})^2}}$
5.	Стандартная ошибка для y, sey	sey =$\sqrt{\sum(y-y_x)^2/N}$
6.	Индекс множественной корреляции	$R_{yx_1x_2\ldots x_p} = \sqrt{1 - \frac{\sigma^2_{ост}}{\sigma^2_y}},$ $\sigma^2_y = \sum(y-\bar{y})^2/N$ $\sigma^2_{ост} = \sum(y-y_x)^2/N$ где $\sigma^2_y, \sigma^2_{ост}$ - общая и остаточная дисперсия результативного признака; y - фактические значения результативного показателя $y_{yx1x2\ldots xp}$ - значения результативного показателя, рассчитанные по уравнению регрессии
7.	Индекс множественной детерминации	$R^2_{yx_1x_2\ldots x_p} = 1 - \frac{\sum\left(y - y_{yx_1x_2\ldots x_p}\right)^2}{\sum(y-\bar{y})^2},$ $I = R^2_{yx_1x_2\ldots x_p} * 100$
8.	Число степеней свободы df	$df = N - m - 1$, где N- число наблюдений статистической выборки; m- число параметров при переменной x

9.	F-критерий Фишера	$F = \frac{D_{факт}}{D_{ост}} = \frac{R^2}{1-R^2} \frac{N-m-1}{m}$, где m - число параметров при переменных x; n - число наблюдений.
10.	Сумма квадратов отклонений фактических значений y от ее расчетных значений SSreg	$SSreg = \sum (y - y_x)^2$
11.	Сумма квадратов отклонений фактических значений y от среднейарифметической SSresid	$\mathrm{SSresid} = \sum (\mathrm{y} - \bar{\mathrm{y}})^2$
12.	t-критерий Стьюдента для коэффициетов регрессии m_i, tm_i	$tm_i = m_i / sem_i$
13.	Средняя ошибка аппроксимации, А	$A = \frac{1}{n} \sum \left\| \frac{y-y_x}{y} \right\| * 100$, где $\mathrm{y}, y_x, \bar{\mathrm{y}}$ -фактические, расчетные и средние арифметические значения y

Теснота зависимости результативного показателя от показателей-факторов в случае множественной регрессии оценивается с помощью индексов множественной корреляции и детерминации.

Индекс множественной корреляции принимает значения от 0 до 1,т.е. $0 < R_{yx_1x_2 \dots x_p} < 1$.

Методику построения и применения компьютерной модели для многофакторных уравнений регрессии покажем на примере двухфакторных уравнений.

Компьютерная модель для построения 2-х факторных уравнений регрессии состоит из следующих элементов:

а) базы данных социально-экономических показателей;

б) таблицы-шаблона с исходными данными, фрагмент которой приведен в таблице 5.16;

в) математического инструментария, состоящего из уравнений регрессии, системы нормальных уравнений для определения параметров, совокупности формул из вышеприведенной таблицы 5.15;

г) таблиц-шаблонов для выполнения промежуточных расчетов (суммарных и средних величин), необходимых для определения параметров и статистических характеристик двухфакторных уравнений регрессии.

Рассмотрим двухфакторные уравнения регрессии линейного, степенного, показательного и гиперболического видов, которые записываются следующим образом:

$y = b + m_1x_1 + m_2x_2$; (8) $\quad y = b \cdot x_1^{m_1} x_2^{m_2}$; (9)

$y = bm_1^{x_1} m_2^{x_2}$; (10) $\quad y = b + \frac{m_1}{x_1} + \frac{m_2}{x_2}$; (11)

Составим системы нормальных уравнений для расчета параметров двухфакторных уравнений регрессии линейного и степенного видов методом наименьших квадратов.

Таблица 5.16

Фрагмент таблицы-шаблона с исходными данными для 27-ми малым регионам России за 2017 г. для построения двухфакторных уравнений регрессии

			ВРП, млрд.руб.	**Числ, тыс.чел.**	**ОФ, млрд.руб.**
			У	**X_1**	**X_2**
1	Республика Алтай	СФО	46,1	83,4	131,8
2	Еврейская автономная область	ДФО	46,9	67,2	252,3
3	Республика Ингушетия	СКФО	50,9	179,4	119,4
…	…	…	…	…	…
27	Забайкальский край	СФО	262,8	467,3	944,4
	Сумма		4150,2	7308,2	11929,6
	Ср.значение		153,7	270,7	441,8

Для расчёта параметров линейного уравнения регрессии (8) на основе системы (7) введем обозначения$a_0=b$;$V_1=x_1$; $V_2=x_2$; $V_3=\ldots=V_p=0$.

Тогда система (7) примет вид:

$$(8)\quad \begin{cases} Nb_0 + m_1\sum x_1 + m_2\sum x_2 = \sum y; \\ b_0\sum x_1 + m_1\sum x_1^2 + m_2\sum x_1x_2 = \sum yx_1; \\ b_0\sum x_2 + m_1\sum x_1x_2 + m_2\sum x_2^2 = \sum yx_2. \end{cases}$$

Для расчета параметров и характеристик уравнение степенного вида (9) следует предварительно преобразовать в линейный вид путём логарифмирования, т.е. $lgy = \lg(bx_1^{m_1}x_2^{m_2})$.

Откуда $lgy = \lg b + m_1 lgx_1 + m_2 lgx_2$.

Введём обозначения: a_0=lgb; $V_1=lgx_1$; $V_2=lgx_2$. y=lgy

Тогда система нормальных уравнений (7) преобразуется в вид:

$$(9)\quad \begin{cases} Nlgb + m_1\sum lgx_1 + m_2\sum lgx_2 = \sum lgy; \\ lgb\sum lgx_1 + m_1\sum lg^2x_1 + m_2\sum lgx_1lgx_2 = \sum lgx_1lgy; \\ b\sum lgx_2 + m_1\sum lgx_1lgx_2 + m_2\sum lg^2x_2 = \sum lgylgx_2\,. \end{cases}$$

Аналогично можно составить и системы нормальных уравнений для расчета параметров уравнений регрессии показательного (10) и гиперболического (11) видов.

Создадим таблицы-шаблоны (их фрагменты приведены в таблице 5.17 (а, б, в, г)), содержащие исходные данные и результаты промежуточных расчетов, необходимые для определения параметров и статистических характеристик уравнений регрессии и их оценки.

Таблица 5.17

Фрагмент таблицы-шаблона для расчета суммарных, средних и других промежуточных величин, необходимых для расчета параметров и статистических характеристик двухфакторных уравнений регрессии

а) для линейного вида

	y	x_1	x_2	x_1^2	x_1x_2	x_1y	x_2^2	yx_2
1	46,1	83,4	131,8	6956	10991,4	3847,1	17368,9	6079,3
2	46,9	67,2	252,3	4516	16957,3	3149,8	63676,0	11827,8
3	50,9	179,4	119,4	32184	21415,9	9128,4	14250,4	6074,1
…	…		…	…	…	…	…	…
27	262,8	467,3	944,4	218369	441333,1	122807,3	891951,8	248198,5
Сумма	4150,2	7308,2	11929,6	2514670,0	3942141,6	1331454,7	6787958,0	2260348,8
Ср.знач.	153,7	270,7	441,8	93135,9	146005,2	49313,1	251405,9	83716,6

б) для степенного вида

	y	x_1	x_2	lgy	lgx_1	lgx_2	$(lgx_1)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
1	46,1	83,4	131,8	1,6640	1,9212	2,1199	3,6909
2	46,9	67,2	252,3	1,6709	1,8274	2,4020	3,3393
3	50,9	179,4	119,4	1,7066	2,2538	2,0769	5,0797
…	…		…	…	…	…	…
27	262,8	467,3	944,4	2,4196	2,6696	2,9752	7,1267
Сумма	4150,2	7308,2	11929,6	57,4	63,5	69,4	151,5
Ср.знач.	153,7	270,7	441,8	2,1	2,4	2,6	5,6

	lgx_1lgx_2	$lgylgx_1$	$(lgx_2)^2$	$lgylgx_2$
	9	10	11	12
1	4,0727	3,1968	4,4939	3,5274
2	4,3893	3,0534	5,7695	4,0135
3	4,6810	3,8463	4,3136	3,5444
…	…	…	…	…
27	7,9425	6,4594	8,8516	7,1988
Сумма	164,7	136,4	180,3	149,2
Ср.знач.	6,1	5,1	6,7	5,5

в) для показательного вида

	y	x_1	x_2	lgy	x_1^2	x_1x_2	x_1lgy	x_2^2	x_2lgy
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	46,1	83,4	131,8	1,6640	6955,6	10991,4	138,8	17368,9	219,3
2	46,9	67,2	252,3	1,6709	4515,8	16957,3	112,3	63676,0	421,6
3	50,9	179,4	119,4	1,7066	32184,4	21415,9	306,2	14250,4	203,7
…	…		…		…		…		…
27	262,8	467,3	944,4	2,4196	218369,3	441333,1	1130,7	891951,8	2285,2
Сумма	4150,2	7308,2	11929,6	57,4	2514670	3942142	16266,4	6787958	26765,1
Ср.знач.	153,7	270,7	441,8	2,1	93136	146005	602,5	251406	991,3

г) для гиперболического вида

	y	x_1	x_2	$1/x_1$	$1/x_2$	$(1/x_1)^2$
1	2	3	4	5	6	7
1	46,1	83,4	131,8	0,0120	0,0076	0,00014
2	46,9	67,2	252,3	0,0149	0,0040	0,00022
3	50,9	179,4	119,4	0,0056	0,0084	0,000031
…	…		…	…	…	…
27	262,8	467,3	944,4	0,0021	0,0011	0,0000046
Сумма	4150,2	7308,2	11929,6	0,1602	0,0895	0,0018
Ср.знач.	153,7	270,7	441,8	0,0059	0,0033	0,000068

	$(1/x_1)(1/x_2)$	$(1/x_1)y$	$(1/x_2)^2$	$(1/x_2)lgy$
	8	9	10	11
1	0,000091	0,5531	0,000058	0,0126
2	0,000059	0,6975	0,000016	0,0066
3	0,000047	0,2836	0,000070	0,0143
…	…	…	…	…
27	0,0000023	0,5624	0,0000011	0,0026
Сумма	0,00073	17,861	0,00044	0,1762
Ср.знач.	0,000027	0,6615	0,000016	0,0065

Параметры рассматриваемых двухфакторных уравнений регрессии можно рассчитать в MS Excel двумя способами:

а) с помощью процедуры «Поиск решений…»

б) с помощью встроенных специальных функций «ЛИНЕЙН» и «ЛГРФПРИБЛ».

Для расчёта параметров первым способом (использование процедуры «Поиск решений…») создается система нормальных уравнений (12) в виде таблицы 5.18 (для двухфакторного уравнения регрессии линейного вида).

Таблица 5.18

	b_0	m_1	m_2	Расчётное выражение	Величина ограничения
1.	n	$\sum x_1$	$\sum x_2$		$\sum y$
2.	$\sum x_1$	$\sum x_1^2$	$\sum x_1x_2$		$\sum x_1y$
3.	$\sum x_2$	$\sum x_1x_2$	$\sum x_2^2$		$\sum x_2y$
F	0	0	0		
Решение	0	0	0		

Примечание: В исходной таблице решение считается нулевым

Далее требуется выполнить последовательно следующие действия:

- создать исходную таблицу-шаблон (см.таблицу 5.17а);
- ввести в ячейки 1-й строки столбцов 3,4,5,6,7 формулы «$=x_1^2$», «$=x_1x_2$», «$=x_1y$», «$=x_2^2$», «$=x_2y$» и скопировать их в ячейки остальных строк;
- ввести в 1-ю ячейку строки «сумма» формулу суммирования данных всех ячеек 1-го столбца, а в 1-ю ячейку строки «ср.значение» - формулу для расчета среднего арифметического значения по данным 1-го столбца и скопировать обе формулы во все остальные ячейки строк «сумма» и «ср.значение»;

- создать таблицу-шаблон вида таблицы 5.18 с соответствующими числовыми данными из таблицы 5.17а (таблица 5.19);

- ввести в 1-ю ячейку столбца «Расчётное выражение» формулу «=массив 1-й строки* массив строки «решение», используя встроенную математическую функцию «СУММПРОИЗВ» и скопировать её в остальные ячейки столбца (ячейки строк 2,3 и строки «F»);

- установить курсор в ячейку строки «F» и столбца «Расчётное выражение» и активизировать процедуру «Поиск решения…»;

- в появившемся окне «Поиск решения…» ввести адреса ячеек всех необходимых аргументов из таблицы 5.19 (выбрать аргумент «равно 0» для целевой ячейки; указать аргумент ячейки строки «решение», в которое должны быть выведены рассчитанные величины параметров (b_0, m_1, m_2); ввести ограничения для каждой из трёх строк «Расчётное выражение=Величина ограничения»;

- нажать в окне «Поиск решения…» клавишу «Выполнить», а затем после выполнения расчётов и вывода сообщения о завершении решения нажать клавишу «ОК».

Таблица 5.19

Таблица-шаблон (числовая модель) для расчёта параметров двухфакторнойрегрессиилинейного вида с помощью процедуры «Поиск решения…»

	b0	m1	m2	Расчетное выражение	Величина ограничения
1	27,0	7308,2	11929,6		4150,2
2	7308,2	2514670,0	3942141,6		1331454,7
3	11929,6	3942141,6	6787958,0		2260348,8
F	0	0	0		
Решение	0	0	0		

После завершения решения числовые значения параметров (b_0, m_1, m_2) выводятся в строку «решение» и таблица с решением будет иметь вид таблицы 5.20.

На основе рассчитанных величин параметров из таблицы 5.20 можно определить расчетные значения для зависимого показателя (y_x), затем статистические характеристики, приведенные в таблице 5.15. Для этого создается таблица–шаблон, имеющая вид таблицы 5.21.

Таблица 5.20

Таблица-шаблон (числовая модель) с величинами 2-х факторного уравнения регрессии для зависимости ВРП от численности занятых в экономике и стоимости основных фондов по 27 малым регионам России за 2017 г., рассчитанными с помощью процедуры «Поиск решения…»

	b0	m1	m2	Расчетное выражение	Величина ограничения
1	27,0	7308,2	11929,6	4150,2	4150,2
2	7308,2	2514670,0	3942141,6	1331454,7	1331454,7
3	11929,6	3942141,6	6787958,0	2260348,8	2260348,8
F	0	0	0	0	

Решение	27,096	0,0375	0,2636		

С помощью данных таблицы 5.21 можно рассчитать три важные статистические характеристики: стандартную ошибку для результативного показателя (σ); индекс корреляции (r) и среднюю ошибку аппроксимации (A) по формулам:

Таблица 5.21

Фрагмент таблицы–шаблона с данными 27-ми малых регионов России за 2017 г. для расчета стандартной ошибки, индекса корреляции и средней ошибки аппроксимации

	y_x	$(y-y_x)^2$	$(y-\bar{y})^2$	$(y_x-\bar{y})^2$
1	65,0	354,8	11574,3	7876,4
2	96,1	2426,5	11414,8	3315,5
…	…	…	…	…
27	293,6	946,5	11900,6	19559,4
сумма	4150,2	15505,8	135766,5	120260,7
ср. значение	153,7	574,3	5028,4	4454,1

$$\sigma = \sqrt{\sum(Y-Yx)^2}/N; \qquad r = \sqrt{1-\frac{\sum(Y-Yx)^2}{\sum(y-Ycp)^2}}; A = \sigma * 100/Ycp .$$

Эти характеристики для уравнения регрессии 27-ми малых регионов России за 2017 г., выражающего зависимость ВРП от численности занятых в экономике и стоимости основных фондов оказались равными соответственно σ=13,0; r=0,9306; A=17.5 %.

Параметры двухфакторных уравнений регрессии можно рассчитатьв MSExcelи с помощью встроенных специальных функций «ЛИНЕЙН» и «ЛГРФПРИБЛ» (второй способ).

Для работы с функциями «ЛИНЕЙН» и «ЛГРФПРИБЛ» надо знать их синтаксис, который имеет вид:

ИМЯ (известные значения Y, известные значения X, конст, статистика).

Приведённые в скобках элементы синтаксиса называются аргументами, которые показывают, что означают аргументы и как ими оперировать. В нашем случае «известные значения Y» – это одномерный массив-столбец с величинами ВРП для 27 регионов (см.таблицу 5.4); «известные значения X» - это величины в столбцах X_1,X_2 (для линейного и показательного видов уравнений регрессии), lgX_1, lgX_2 (для степенного уравнения), $1/X_1$, $1/X_2$ (для уравнения гиперболического вида).

Аргумент «КОНСТ» принимает значения 1 или 0: в первом случае параметр b в уравнениях регрессии не равно 0 (в случае степенного вида не равно 1), во втором случае он приравнивается 0 (в случае степенного уравнения – единице).

Аргумент «СТАТИСТИКА» также может принять два значения 1 и 0: в первом случае в массив для результатов расчётов выводятся не только параметры уравнения, но и ряд статистических характеристик из приведённых в таблицах 5.1 и 5.2; при «статистика»=0 рассчитываются только параметры.

Функция «ЛИНЕЙН» предназначена для расчёта параметров и характеристик уравнений линейного вида, а «ЛГРФПРИБЛ» - для уравнений показательного вида. Методика работы с обеими функциями одинакова.

Функции «ЛИНЕЙН» и «ЛГРФПРИБЛ» для рассмотренных четырех уравнений выводят результаты расчётов в таблицы-шаблоны (см.таблицы 5.22 а, б).

Рассчитанные для четырех уравнений регрессии параметры и характеристики приведены в таблице 5.23.Для аналитических целей таблицу 5.23 целесообразно записать в виде таблицы 5.24.

Таблица 5.22

Таблицы-шаблоны для вывода результатов расчётов 2-х факторных уравнений регрессии с помощью специальных функций «ЛИНЕЙН» и «ЛГРФПРИБЛ»

а) для линейного, показательного и гиперболического видов			б) для степенного вида			
m2	m1	b	m2	m1	lgb	$=b^{lgb}$
se2	se1	seb	se2	se1	se(lgb)	
r2	sey		r2	sey		
F	df		F	df		
SSresid	SSreg		SSresid	SSreg		

Таблица 5.23

Таблица–шаблон для размещения величин параметров и характеристик двухфакторных уравнений регрессии с данными для оценки зависимости ВРП от численности занятых в экономике и стоимости основных фондов по 27-ми малым регионам России за 2017 г.

линейн				показат		
0,2636	0,0375	27,096		1,0018	1,00082	49,0
0,0337	0,0566	10,9		0,00037	0,00062	0,1197
0,8858	25,4	#Н/Д		0,7936	0,2781	#Н/Д
93,1	24	#Н/Д		46,1	24	#Н/Д
120260,7	15505,8	#Н/Д		7,1347	1,8556	#Н/Д
степен				гипер		
0,7316	0,1536	-0,1161	0,7654	-22876,2	-2506,2	244,4
0,0980	0,0894	0,1658		3579,25	1445,4	12,3
0,8850	0,0901	#Н/Д		0,7695	36,1	#Н/Д
92,3	24	#Н/Д		40,1	24	#Н/Д
1,5006	0,1950			104468,8	31297,7	#Н/Д

Таблица 5.24

Аналитическая таблица–шаблон для величин параметров и статистических характеристик двухфакторных уравнений регрессии с данными для оценки зависимости ВРП от численности занятых в экономике и стоимости основных фондов по 27-ми малым регионам России за 2017 г.

	линейн	степен	показ	гиперб
b	27,1	0,7652	49,0	244,4
m1	0,0383	0,1543	1,0010	-2506,2
m2	0,2642	0,7324	1,0020	-22876,2
seb	10,945	0,1665	0,1202	12,3
se1	0,0567	0,0894	0,00062	1445,4
se2	0,0337	0,0980	0,00037	3579,3
sey	25,4	0,0903	0,2782	36,1
r2	0,8858	0,8850	0,7936	0,7695
df	24	24	24	24
F	93,1	92,3	46,1	40,1
SSreg	15506,2	0,1950	1,8556	31298,3
SSresid	120261,3	1,5006	7,1347	104469,2

Совокупность исходных данных (базы данных социально–экономических показателей регионов России), таблиц с выборкой групп регионов и величинами зависимостей (Y) и независимых показателей-факторов (X_1, X_2), расчетными и аналитическими данными (таблицы 5.18, 5.21, 5.23, 5.24), а также совокупность функций и формул, встроенных в ячейки этих таблиц представляет собой компьютерную модель, с помощью которой можно строить двухфакторные уравнения регрессии и автоматизировать расчеты и процессы обработки информации, а также сформировать аналитические таблицы.

Компьютерная модель является универсальной. С ее помощью можно строить двухфакторные уравнения для любой группы регионов за любой год для любого зависимого показателя от двух независимых показателей-факторов.

Методика построения трех- и более факторных уравнений регрессии аналогична. Однако в каждом случае требуется строить соответствующую компьютерную модель.

Глава 6. Компьютерное моделирование тенденций изменения социально-экономических показателей и динамических связей между ними

6.1. Математический инструментарий для выявления динамических тенденций в экономике с помощью уравнений временных рядов
6.2. Компьютерная модель для построения уравнений временных рядов и рядов динамики с помощью статистических функций MS Excel
6.3. Математический инструментарий и компьютерная модель для оценки динамики связей и зависимостей между показателями экономических объектов

6.1. Математический инструментарий для выявления динамических тенденций в экономике с помощью уравнений временных рядов

В кратких статистических сборниках «Россия в цифрах» ежегодно публикуется таблица «Основные социально-экономические показатели по субъектам Российской Федерации», содержащая величины сводных показателей в разрезе регионов, федеральных округов и страны в целом за год.

Величины этих показателей за 5 и более лет представляют собой ценный исходный материал для выявления связей, зависимостей между показателями, а также динамических тенденций в изменении этих показателей.

В данной главе рассматривается методика выявления динамических тенденций, математический инструментарий и компьютерная модель, обеспечивающие реализацию этой методики на ПЭВМ.

В таблице 6.1 приведен перечень социально-экономических показателей регионов, их единицы измерения, а также обозначения, которые использованы при разработке компьютерной модели.

Таблица 6.1

Перечень основных социально-экономических показателей по субъектам Российской Федерации, их единицы измерения и введенные для них обозначения

	Наименование показателя	Единица измерения	Обозначение
1	Площадь территории (на 1 января)	тыс.км^2	$X1_t$
2	Численность населения на 1 января	тыс.чел.	$X2_t$
3	Среднегодовая численность занятых в экономике	тыс.чел.	$X3_t$
4	Среднедушевые денежные доходы (в месяц)	руб.	$X4_t$
5	Среднедушевые денежные расходы (в месяц)	руб.	$X5_t$
6	Среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работников организаций	руб	$X6_t$
7	Валовой региональный продукт в текущих основных ценах	млрд.руб.	$X7_t$
8	Основные фонды в экономике (по полной учетной ст-ти; на конец года), млрд.руб.	млрд.руб.	$X8_t$

9	Объем отгруженных товаров собственного производства, выполненных работ и услуг собственными силами:	млн. руб.	$X9_t$
9.1	Добыча полезных ископаемых		$X9.1_t$
9.2	Обрабатывающие производства		$X9.2_t$
9.3	производство и распределение электроэнергии, газа и воды		$X9.3_t$
10	Продукция сельского хозяйства	млн. руб.	$X10_t$
11	Ввод в действие общей площади жилых домов	тыс.м2	$X11_t$
12	Оборот розничной торговли	млрд.руб.	$X12_t$
13	Сальдированный финансовый результат (прибыль минус убытки) в экономике	млн. руб.	$X13_t$
14	Индекс потребительских цен (декабрь к декабрю предыдущего года)	%	$X14_t$
15	Инвестиции в основной капитал	млн. руб.	$X15_t$

Приведенные в таблице 6.1 показатели можно разбить на: абсолютные и относительные; результативные и затратные; экономические и социальные.

К относительным показателям относятся среднедушевые доходы и расходы населения в месяц, среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работников организаций, индекс потребительских цен. Остальные показатели являются абсолютными.

К результативным показателям можно отнести: среднедушевые денежные доходы в месяц, валовой региональный продукт (ВРП), объем отгруженных товаров собственного производства, выполненных работ и услуг собственными силами, продукция сельского хозяйства, ввод в действие общей площади жилых домов; оборот розничной торговли и сальдированный финансовый результат в экономике. Затратными показателями можно считать: площадь территории, численность населения, численность занятых в экономике, среднедушевые денежные расходы в месяц, среднемесячная заработная плата, основные фонды в экономике, инвестиции в основной капитал.

Социальными являются показатели: среднедушевые доходы и расходы, среднемесячная заработная плата, ввод в действие общей площади жилья, оборот розничной торговли, индекс потребительских цен. Остальные показатели следует отнести к экономическим: площадь территории, численность населения, среднегодовая численность занятых в экономике, ВРП и др.

Публикуемые в ежегодниках Росстата основные социально-экономические показатели являются ценными сами по себе для проведения различных видов анализа. Однако их ценность состоит и в том, что на их основе можно рассчитать такие важные показатели для анализа, как показатели эффективности использования ресурсов (производительность труда, фондоотдача, инвестиционноотдача, рентабельность фондов и др.), показатели технического уровня (фондовооруженность труда, инвестиционновооруженность труда, отношение инвестиций к стоимости основных фондов, отношение инвестиций к ВРП)и др.

Совокупность всех расчетных алгоритмов, используемых процедур обработки информации, формируемых исходных, промежуточных и выходных (аналитических) материалов (таблиц, графиков, диаграмм и др.) представляет собой компоненты искомой компьютерной модели, которую следует создать.

Наличие данных по социально-экономическим показателям за два и более временных периода существенно повышает их ценность. Наличие таких данных является необходимым условием для выявления тенденций. При этом, чем длительнее интервал времени, за который имеются исходные данные, тем обоснованнее и ценнее выявленные тенденции.

На большом интервале времени тенденции могут быть разными на различных его участках. В этом случае можно и следует выявить тенденции не только на всем интервале времени, но и на различных отрезках этого интервала. Так, в России (и ее регионах) за 1990-2011 гг. как минимум 2-3 раза менялись динамические тенденции (например, 1990-1998 гг.; 1999-2008 гг.; 2009 и последующие годы).

Для выявления тенденций изменения социально-экономических показателей следует, в первую очередь выбрать исходную статистическую совокупность (объект, временной интервал, выбранный экономический показатель и его численные значения по каждому временному периоду интервала). В настоящей теме в качестве объекта может быть выбран любой из субъектов РФ (регион, федеральный округ, страна в целом). В качестве такого объекта в этой теме рассматриваются сводные социально-экономические показатели регионов по стране в целом. Временной интервал равен 14 лет (2004, 2006, … ,2017 гг.).

В качестве экономического показателя можно выбрать любой из приведенных в таблице 6.2. В таблице 6.2 приведены величины 17-ти социально-экономических показателей по Российской Федерации за 2004-2017 гг. (за 14 лет).

Таблица 6.2

Сводные социально-экономические показатели регионов Российской Федерации за 2004-2017 гг.

РФ	Числ., тыс.чел.	Доходы, руб.	Расходы, руб.	Зарплата, руб.	ВРП, млрд. руб.	ОФ, млрд. руб.
	$X3_t$	$X4_t$	$X5_t$	$X6_t$	$X7_t$	$X8_t$
2004	65666,0	6672	6546	6832	11582,3	32173
2005	66407,2	7938	7848	8550	14555,1	34874
2006	66791,6	9947	9764	10728	17999,9	41493
2007	67174,0	12551	12104	13527	22292,5	47489
2008	68019,2	15136	15111	17226	28254,8	60391

2009	68473,6	16886	16851	18795	34320,4	74471
2010	67343,3	18553	18213	21193	32072,6	82303
2011	67576,6	20701	20378	23693	37398,5	93186
2012	67727,2	28880	22871	26822	45265,2	108001
2013	67968,3	25647	25530	29960	49920,0	121269
2014	67901,0	27755	27688	32611	54013,6	133522
2015	67813,3	30225	30462	33981	58900,7	147430
2016	68389,1	30738	30497	36746	64997,0	160725
2017	72065,2	31477	31022	39144	69254,1	183404

Продолжение таблицы 6.2

РФ	Пром., млрд. руб.	Сельх., млрд. руб.	Жилье, тыс.кв.м	Торговля, млрд. руб.	СФР, млрд.руб.	Индекс	Инвест., млрд. руб.
	$X9_t$	$X10_t$	$X11_t$	$X12_t$	$X13_t$	$X14_t$	$X15_t$
2004	11209,1	1366,3	41040,1	5597,7	2082,6	111,7	2729,8
2005	12926,9	1501,0	43559,5	7038,3	3004,3	110,9	3534,0
2006	15758,4	1617,1	50552,1	8690,3	3845,9	109,0	4580,5
2007	19615,6	2017,2	60989,3	10853,0	5726,3	111,9	6626,8
2008	23559,3	2602,7	64058,4	13914,6	3984,0	113,3	8764,9
2009	21483,9	2551,7	59891,6	14602,5	4349,2	108,8	7930,3
2010	27084,5	2444,8	58430,7	16468,6	6077,7	108,8	9151,4
2011	33678,9	3451,3	62264,6	19082,6	7245,6	106,1	10776,8
2012	37058,2	3190,4	65741,5	21394,5	7716,4	106,6	12568,8
2013	40193,3	3790,8	70484,9	23685,9	6541,6	106,5	13255,5
2014	43408,8	4225,6	83649,6	26356,2	5902,7	111,4	13527,7
2015	47969,6	5037,2	85349,6	27538,4	8421,7	112,9	14555,9
2016	50774,6	5626,0	80240,1	28317,3	1158,8	105,4	14639,8
2017	56282,4	5654,0	79223,9	29813,3	1032,1	102,5	15967,0

Для выявления тенденций могут быть применены различные методы, модели и методики. Перевод этих методов, моделей и методик на компьютерную основу существенно повышает их эффективность.

Наиболее распространенными методами выявления тенденций являются:

- классический метод, предусматривающий расчет темпов роста и прироста (цепных, базисных, среднегодовых);

- графический метод, предусматривающий построение различных видов графиков и диаграмм;

- эконометрический, предусматривающий построение уравнений временных рядов и рядов динамики, расчет и анализ их параметров и характеристик;

- и др.

Методика выявления тенденций, рассматриваемая в данной главе, является единой для всех показателей, но сами тенденции могут различаться весьма существенным образом. Для выявления тенденций требуется выполнить множество расчетов. Поскольку расчеты для объектов являются однотипными, то возникает необходимость их автоматизации.

Для этого достаточно разработать математический инструментарий (алгоритмы) и компьютерную модель на примере одного или нескольких субъектов, на основе которой затем можно выполнить расчеты для остальных субъектов.

Компьютерная модель может включать различные компоненты.

В рассматриваемой задаче компонентами являются:

- база данных;

- таблица-шаблон для формирования статистической выборки;

- таблицы-шаблоны для выполнения промежуточных расчетов и вывода результатов в рабочее окно MS Excel;

- совокупность математических формул (алгоритмов) для выполнения расчетов;

- встроенные функции (алгоритмы) MS Excel;

- таблицы-шаблоны для вывода параметров и статистических характеристик уравнений временных рядов;

- математическая запись уравнений временных рядов.

Схематически структура компьютерной модели приведена на рис.6.1.

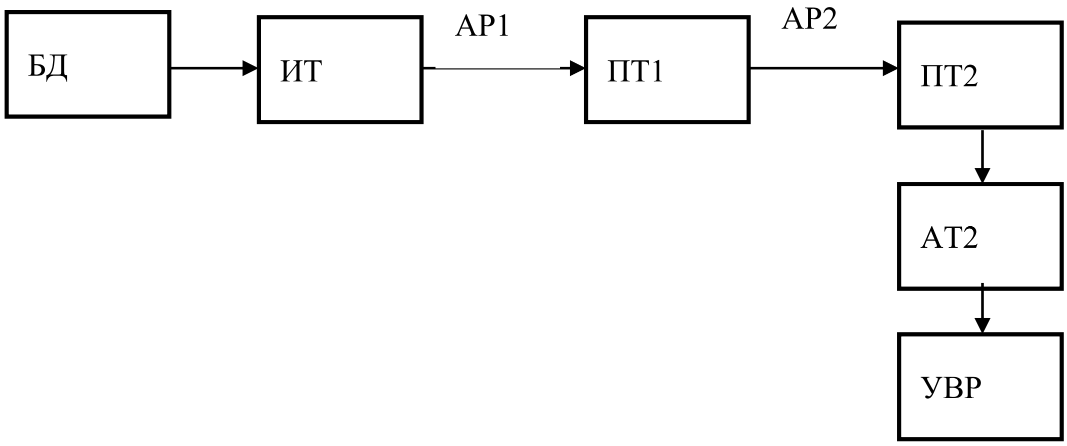


Рис. 6.1. Схема структуры компьютерной модели для выявления тенденций с помощью уравнений временных рядов

Примечание. БД – база данных; АР – алгоритм расчетов; ИТ – таблица-шаблон для исходной выборки; ПТ1 – таблица-шаблон для 1-ых промежуточных расчетов; ПТ2 – таблица-шаблон для вывода значений параметров и статистических характеристик (2-я группа данных); АТ – таблица с аналитическими данными; УВР – уравнения временных рядов.

В модели реализован эконометрический метод, предусматривающий выявление динамических тенденций с помощью временных рядов и рядов динамики.

Динамические процессы, происходящие в экономических системах, чаще всего проявляются в виде ряда последовательно расположенных в хронологическом порядке значений того или иного показателя. Последовательность наблюдений одного показателя (признака), упорядоченных в зависимости от последовательно возрастающих или убывающих значений другого показателя, называют динамическим рядом, или рядом динамики. Примерами рядов динамики являются величины любых 2-х и более столбцов из таблицы 5.2.

Если в качестве признака, в зависимости, от которого происходит упорядочение, выступает время, то такой динамический ряд называется временным рядом. Время, прошедшее от начального момента наблюдения до
конечного, называют длиной временного ряда, а значения показателя в каждый конкретный момент времени - уровнями временного ряда. Примерами временных рядов являются каждая из трёх пар показателей, приведённых в таблице 3 (t, x3t), (t, x6t), (t, x7t).

Если во временном ряду проявляется длительная тенденция изменения экономического показателя, то говорят, что имеет место тренд.

Одним из наиболее распространенных способов выявления тенденции временного ряда является построение аналитической функции тренда, характеризующей зависимость уровней ряда от времени. Этот способ называют аналитическим выравниванием временного ряда. Уравнение временного ряда для выявления тенденций изменения любого социально-экономического показателя схематически можно записать следующим образом: $y_{jt}=f_j(t)$, где y_{jt} - фактическое значение j-го социально-экономического показателя за t-й период времени, t – численные значения фактора времени, j – индекс социально-экономического показателя.

Методику построения аналитических функций покажем на примере трёх временных рядов, приведённых в таблице 6.3: для численности занятых в экономике ($x3_t = f3(t)$), заработной платы ($x6_t = f6(t)$) и ВРП ($x7_t = f7(t)$).

Выявление тенденций начинается с расчета параметров уравнения временного ряда.

Математический инструментарий, используемый для построения временных рядов – это уравнение вида $x_t = f(t)$, который может быть линейным и нелинейным. Самым простым из уравнений временного ряда является уравнение линейного вида $x_t = b + mt,$ где x_t - фактическое значение экономического показателя за t-й период времени; t - фактор времени, который принимает значения 1,2,…,n (в нашем примере t=1,2,…,14, соответственно) означают 2004, 2005,…,2017 гг.); b, m – параметры уравнения, называемые соответственно свободным членом и коэффициентом регрессии.

Таблица 6.3

Численность занятых в экономике (X3t), среднемесячная заработная плата (X6t) и валовой региональный продукт (X7t) России за 2004-2017 гг.
(примеры временных рядов)

годы	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
t	1	2	3	4	5	6	7	8
X3t	65666	66407	66791,6	67174	68019,2	68473,6	67343	67577
t	1	2	3	4	5	6	7	8
X6t	6831,8	8550,2	10727,7	13527	17226,3	18795	21193	23693
t	1	2	3	4	5	6	7	8
X7t	11582	14555	17999,9	22293	28254,8	34320,4	32073	37399

Продолжение таблицы 6.3

годы	2012	2013	2014	2015	2016	2017
t	9	10	11	12	13	14
X3t	67727,2	67968,3	67901	67813,3	68389,1	72065,2
t	9	10	11	12	13	14
X6t	26822	29960	32611	33981	36746	39144
t	9	10	11	12	13	14
X7t	45265,2	49920	54013,6	58900,7	64997	69254,1

Существуют разные методы определения параметров уравнений временных рядов. Наиболее распространенный метод называется методом наименьших квадратов (МНК). Этот метод рассмотрен в главе 2. Чтобы найти параметры МНК требуется составить систему, называемую системой нормальных уравнений. Для линейного уравнения временного ряда она имеет вид:

$$(1)\begin{cases} N * b + m\sum t = \sum x_t; \\ b * \sum t + m\sum t^2 = \sum x_t * t, \end{cases}$$

где N - число уровней временного ряда (в нашем примере N=14 - количество лет, по данным за которое требуется выявить тенденции).

В соответствии с системой (1), чтобы рассчитать параметры b и m требуется составить таблицу 6.4.

Таблица 5.4

Форма представления исходных и промежуточных расчетных данных для определения параметров и статистических характеристик уравнения временного ряда линейного вида
(по сводным данным регионов РФ за 2004-2017 гг.)

	Xt	t	Xt*t	t^2
2004	65666,0	1	65666,0	1
2005	66407,2	2	132814,4	4
2006	66791,6	3	200374,8	9
2007	67174,0	4	268696,0	16
2008	68019,2	5	340096,0	25
2009	68473,6	6	410841,6	36

2010	67343,3	7	471403,1	49
2011	67576,6	8	540612,8	64
2012	67727,2	9	609544,8	81
2013	67968,3	10	679683,0	100
2014	67901,0	11	746911,0	121
2015	67813,3	12	813759,6	144
2016	68389,1	13	889058,3	169
2017	72065,2	14	1008912,8	196
сумма	**949315,6**	**105**	**7178374,2**	**1015**
Ср.знач	**67808,3**	**7,5**	**512741,0**	**72,5**

В таблице 6.4 столбцы Xt и t являются исходными данными (т.е. временным рядом), на основе которых требуется построить искомое уравнение, а столбцы Xt*t и t^2 – являются расчётными.

Если решить систему (1) относительно параметров b и m, то можно получить следующие расчетные формулы:

$$m = \frac{\overline{x_t * t} - \bar{x}_t * \bar{t}}{\overline{t^2} - (\bar{t})^2}, b = \overline{x_t} - b * \bar{t}. \quad (2)$$

По таблице 6.4 и формулам (2) нетрудно определить количество расчетов, которые требуется выполнить для получения численных значений b и m:

– в таблице 6.4 требуется выполнить 16 арифметических действий на умножение ($t * x_t$и $t * t = t^2$) и14 действий на сложение ($\sum t = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8;$ $\sum t^2 = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64$) и 4 действия на деление ($\overline{x_t} = \sum x_t /8;$ $\bar{t} = \sum t/8; \overline{x_t * t} = (\sum x_t * t)/8; \bar{t}^2 = (\sum t^2)/8$). Итого: 34 арифметических действий (16+14+4);

– чтобы рассчитать параметр m по формулам (2) требуется выполнить еще пять действий (два на умножение, два на вычитание и одно на деление); а чтобы рассчитать b – еще два действия (на умножение и вычитание).

Всего для определения параметров b и m по данным за 14 лет требуется выполнить 73 арифметических действия. Для расчета каждой из 8 статистических характеристик требуется еще от 5 до 10 арифметических действий.

Таким образом, для построения одного самого простого из видов уравнений временного ряда даже при небольшом количестве уровней ряда (8 лет) требуется выполнить более ста арифметических действий.

Для выявления и обоснования динамических тенденций должно быть проверено не только линейное, но и различные виды нелинейных уравнений временных рядов, в частности, приведенные в таблице 6.5.

Форма представления исходных, промежуточных и расчетных данных для уравнения линейного вида приведена в таблице 6.4, а формы представления для 4-х остальных видов уравнений временных рядов приведены в таблице 6.6.

Таблица 6.5

Математическая запись пяти наиболее распространенных видов уравнений временных рядов

Вид уравнения	Математическая запись уравнения временного ряда	Математическая запись уравнения рядов динамики
Линейный	$y_t=b+m*t$	$y_t=b+m*x_t$
Показательный	$y_t=b*m^t$	$y_t=b*m^{x_t}$
Гиперболический	$y_t=b+m/t$	$y_t=b+m/x_t$
Степенной	$y_t=b*t^m$	$y_t=b*x_t^m$
Параболический	$y_t=b+m_1*t+m_2*t^2$	$y_t=b+m_1*x_t+m_2*x_t^2$

Таблица 6.6

Формы представления исходных и промежуточных расчетных данных для определения параметров и статистических характеристик уравнений временных рядов нелинейных видов (по сводным данным регионов РФ за 2004-2017 гг.)

	Гиперболический вид				
	X_t	t	1/t	1/t2	X_t/t
2004	65666,0	1	1	1	65666,0
2005	66407,2	2	0,500	0,250	33203,6
2006	66791,6	3	0,333	0,111	22263,9
2007	67174,0	4	0,250	0,063	16793,5
2008	68019,2	5	0,200	0,040	13603,8
2009	68473,6	6	0,167	0,028	11412,3
2010	67343,3	7	0,143	0,020	9620,5
2011	67576,6	8	0,125	0,016	8447,1
2012	67727,2	9	0,111	0,012	7525,2
2013	67968,3	10	0,100	0,010	6796,8
2014	67901,0	11	0,091	0,008	6172,8
2015	67813,3	12	0,083	0,007	5651,1
2016	68389,1	13	0,077	0,006	5260,7
2017	72065,2	14	0,071	0,005	5147,5
сумма	**949315,6**	**105**	**3,252**	**1,576**	**217564,9**
Ср.знач	**67808,3**	**7,5**	**0,232**	**0,113**	**15540,4**

Продолжение таблицы 6.6

	Показательный вид				
	Xt	lgXt	t	lgXt*t	t2
2004	65666,0	4,8173	1	4,8173	1
2005	66407,2	4,8222	2	9,6444	4
2006	66791,6	4,8247	3	14,4742	9
2007	67174,0	4,8272	4	19,3088	16
2008	68019,2	4,8326	5	24,1632	25
2009	68473,6	4,8355	6	29,0131	36
2010	67343,3	4,8283	7	33,7981	49
2011	67576,6	4,8298	8	38,6384	64
2012	67727,2	4,8308	9	43,4769	81
2013	67968,3	4,8323	10	48,3231	100
2014	67901,0	4,8319	11	53,1506	121
2015	67813,3	4,8313	12	57,9758	144

2016	68389,1	4,8350	13	62,8548	169
2017	72065,2	4,8577	14	68,0082	196
сумма	**949315,6**	**67,6**	**105,0**	**507,6**	**1015,0**
Ср.знач	**67808,3**	**4,8**	**7,5**	**36,3**	**72,5**

Продолжение таблицы 6.6

	Степенной вид					
	Xt	t	lgXt	lgt	lgXt*lgt	lg2t
2004	65666,0	1	4,8173	0,0000	0	0
2005	66407,2	2	4,8222	0,3010	1,4516	0,0906
2006	66791,6	3	4,8247	0,4771	2,302	0,2276
2007	67174,0	4	4,8272	0,6021	2,9063	0,3625
2008	68019,2	5	4,8326	0,6990	3,3779	0,4886
2009	68473,6	6	4,8355	0,7782	3,7628	0,6055
2010	67343,3	7	4,8283	0,8451	4,0804	0,7142
2011	67576,6	8	4,8298	0,9031	4,3617	0,8156
2012	67727,2	9	4,8308	0,9542	4,6097	0,9106
2013	67968,3	10	4,8323	1,0000	4,8323	1,0000
2014	67901,0	11	4,8319	1,0414	5,0319	1,0845
2015	67813,3	12	4,8313	1,0792	5,2139	1,1646
2016	68389,1	13	4,8350	1,1139	5,3859	1,2409
2017	72065,2	14	4,8577	1,1461	5,5676	1,3136
сумма	**949315,6**	**105,0**	**67,6**	**10,9**	**52,9**	**10,0**
Ср.знач	**67808,3**	**7,5**	**4,8**	**0,8**	**3,8**	**0,7**

Продолжение таблицы 6.6

	Параболический вид						
	Xt	t	t2	Xt*t	Xt*t2	t3	t4
2004	65666	1	1	65666	65666	1	1
2005	66407	2	4	132814	265629	8	16
2006	66792	3	9	200375	601124	27	81
2007	67174	4	16	268696	1074784	64	256
2008	68019	5	25	340096	1700480	125	625
2009	68474	6	36	410842	2465050	216	1296
2010	67343	7	49	471403	3299822	343	2401
2011	67577	8	64	540613	4324902	512	4096
2012	67727	9	81	609545	5485903	729	6561
2013	67968	10	100	679683	6796830	1000	10000
2014	67901	11	121	746911	8216021	1331	14641
2015	67813	12	144	813760	9765115	1728	20736
2016	68389	13	169	889058	1,2E+07	2197	28561
2017	72065	14	196	1E+06	1,4E+07	2744	38416
сумма	**537452**	**36**	**204**	**2E+06**	**1,4E+07**	**1296**	**8772**
Ср.знач	**67181,4**	**4,5**	**25,5**	**303813**	**1724682**	**162**	**1096,5**

Эти параметры и характеристики можно рассчитать путем ввода соответствующей формулы из таблиц 6.4 и 6.6 с клавиатуры. Но это неэффективный и трудоемкий способ.

При необходимости параметры и некоторые из статистических характеристик можно рассчитать с помощью отдельных встроенных функций MS Excel и вывести их в рабочее окно, например, в виде таблицы 6.7.

Системы уравнений для расчета параметров уравнений временных рядов гиперболического, показательного, степенного и параболического

Таблица 6.7

Перечень статистических функций MS Excel для построения уравнений временных рядов и рядов динамики, их синтаксис и расчетные формулы

Синтаксис	Расчетные формулы
ПИРСОН (массив 1, массив 2)	$r = \sum(x-\bar{x})(y-\bar{y}) / \sqrt{\sum(x-\bar{x})^2(y-\bar{y})^2}$
КВПИРСОН (известные значения у; известные значения х)	$R=r^2$
ОТРЕЗОК (известные значения у; известные значения х)	$a = \bar{y} - b\bar{x}$
НАКЛОН (известные значения у; известные значения х)	$b = \frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sum(x-\bar{x})^2}$
СТОШУХ (известные значения у; известные значения х)	$стошух = = \sqrt{\frac{1}{N-2} * \left[\sum(y-\bar{y})^2 - \frac{[\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})]^2}{\sum(x-\bar{x})^2}\right]}$

видов методом наименьших квадратов математически записываются следующим образом:

$$(3)\begin{cases} N * b + m\sum 1/t = \sum x_t; \\ b * \sum 1/t + m\sum(1/t^2) = \sum(x_t * \frac{1}{t}), \end{cases}$$

$$(4)\begin{cases} N * lgb + lgm\sum t = \sum lgx_t; \\ lgb * \sum t + lgm\sum t^2 = \sum(lgx_t * t), \end{cases}$$

$$(5)\begin{cases} N * b + m\sum lgt = \sum lgx_t; \\ b * \sum lgt + m\sum lg^2 t = \sum lgx_t * lgt, \end{cases}$$

$$(6)\begin{cases} N * b + m_1\sum t + m_2\sum t^2 = \sum x_t; \\ b * \sum t + m_1\sum t^2 + m_2\sum t^3 = \sum x_t * t; \\ b * \sum t^2 + m_1\sum t^3 + m_2\sum t^4 = \sum x_t * t^2; \end{cases}$$

Как видно из таблицы 6.5 и формул (3-6), количество арифметических действий, необходимых для расчёта параметров и статистических характеристик для четырех видов нелинейных уравнений, существенно больше чем для линейного вида: для гиперболического и показательного видов - на одну треть, для степенного - на одну вторую и для параболического - на три четвёртых.

Для построения всех пяти рассматриваемых видов уравнений временных рядов для одного региона по данным за 14 лет требуется выполнить примерно 1850 арифметических действий.

Использование встроенных функций и процедур MS Excel сокращает расчёты в 10-15 раз. А применение разработанной нами компьютерной модели практически сводит к нулю ручную расчётную работу. При этом работа экономиста-аналитика, связанная с расчётами и обработкой информации, сводится к замене заложенных в таблицы 6.4 и 6.5 исходных данных (Xt) данными другого региона.

Продолжим рассматриваемый пример (см. таблицу 6.3).

Исключить многочисленные расчёты, о которых говорится выше, можно используя встроенные функции MS Excel. Если аналитику не требуется рассчитать одновременно все статистические характеристики, в MS Excel имеется возможность рассчитывать отдельные из них и выводить их в рабочее окно в удобном для пользователя виде, который определяет сам пользователь.

Наиболее важными из статистических характеристик являются коэффициент корреляции (r), индекс детерминации (r^2) и «СТОШУХ». Коэффициент корреляции и индекс детерминации применяются для оценки степени тесноты связи. Они принимают значения от 0 до 1 (в случае линейного характера связи коэффициент корреляции может принимать значения от -1 до +1). «СТОШУХ» (стандартная ошибка зависимого показателя Y от показателя-фактора X) –применяется для оценки качества построенного уравнения временного ряда, определения доверительных интервалов для зависимой переменной Y, а также для расчета ряда других статистических характеристик.

Обратите внимание! В уравнениях временных рядов в качестве Y может выступать любой из рассматриваемых социально-экономических показателей (см. таблицу 6.2), а в качестве X – фактор времени t, т.е. годы исследуемого периода времени.

В таблице 6.7 приведен перечень встроенных функций MS Excel, используемых для расчета параметров и статистических характеристик уравнений временных рядов линейного вида, их синтаксис и формулы, по которым они вычисляются.

Функции и формулы из таблицы 6.7 предназначены для расчета параметров и статистических характеристик уравнений линейного вида. Однако по этим же функциям и формулам, как показано ниже, можно рассчитать численные величины уравнений и для рассматриваемых нелинейных уравнений.

Для уравнения линейного вида $Y_t = a + bt$ все пять характеристик рассчитываются по «известным значениям y_t» и «известным значениям t».

Для уравнения гиперболического вида $Y_t = a + b\frac{1}{t}$ требуется предварительно рассчитать «известные значения $\frac{1}{t}$». Остальные расчеты также как для линейного вида.

Чтобы рассчитать параметры для уравнения степенного вида $Y_t = at^b$ его следует преобразовать к линейному виду путем логарифмирования:

$lgY_t = lga + blgt$ или принимая $Y1_t = lgy_t$, $a1 = lga$; $t1 = lgt$, получим $Y1_t = a_1 + bt1$.

Следовательно, для построения уравнения степенного вида требуется:

а) предварительно рассчитать «известные значения lgY_t» и «известные значения lgt»;

б) после расчета a_1 и b следует определить a из равенства $a_1 = lga$, т.е. $a = 10^{a_1}$.

Уравнение показательного вида $y_t = a * b^t$ также следует преобразовать к линейному виду путем логарифмирования:

$lgY_t = lga + tlgb$ или принимая $Y1_t = lgY_t$; $a1 = lga$; $b1 = lgb$,

получим $Y1_t = a_1 + b_1 t$.

В этом случае для построения уравнения показательного вида следует:

а) рассчитать «известные значения lgY_t»;

б) после расчета a_1 и b_1 определить a из $a1 = lga$; b из $b1 = lgb$, т.е. $a = 10^{a_1}$; $b = 10^{b_1}$.

Для уравнения параболического вида $Y_t = a + b_1 t + b_2 t^2$ можно применить следующую методику расчета:

а) строим два уравнения:

$Y1_t = a_1 + b_1 t$ - линейная (методика уже описана)

$Y2_t = a_2 + b_2 t^2$ – частный случай параболы.

Второе уравнение строится, используя в качестве «известных значений t» «известные значения t^2»;

б) очевидно, что $Y_t = (Y1_t + Y2_t)/2$ или $Y_t = \frac{1}{2}((a_1 + a_2) + b_1 t + b_2 t^2)$.

Обобщая высказанные выше рассуждения можно получить формулы для расчета параметров четырех рассматриваемых нелинейных уравнений аналогичные формулам для уравнений линейного вида (таблица 6.8).

Таблица 6.8

Формулы для расчета параметров a и b уравнений временных рядов

Вид уравнений	Расчетные формулы
Линейный	$b = \frac{\sum(t-\bar{t})(Yy_t - \bar{Y_t})}{\sum(t-\bar{t})^2}; a = \bar{Y_t} - b\bar{t}$
Гиперболический	$b = \frac{\sum\left(1/t - \overline{1/t}\right)(Y_t - \bar{Y_t})}{\sum(1/t - \overline{1/t})^2}; a = \bar{Y_t} - b\frac{\bar{1}}{t}$
Показательный	$b_1 = \frac{\sum(t-\bar{t})(lgY_t - \overline{lgY_t})}{\sum(t-\bar{t})^2}; a_1 = \overline{lgY_t} - b_1\bar{t}$; $b = 10^{b_1}$; $a = 10^{a_1}$
Степенной	$b = \frac{\sum(lgt - \overline{lgt})(lgY_t - \overline{lgY_t})}{\sum(lgt - \overline{lgt})^2}; a_1 = \overline{lgY_t} - b\overline{lgt}; a = 10^{a_1}$
Параболический	$a_1 = \frac{\sum(t-\bar{t})(Y_t - \bar{Y_t})}{\sum(t-\bar{t})^2}$; $a_1 = \bar{Y_t} - b\bar{t}$

	$b_2 = \frac{\sum(t^2-\overline{t^2})(Y_t-\overline{Y_t})}{\sum(t^2-\overline{t^2})^2}; a_2 = \overline{Y_t} - b_2\overline{t^2}$; $a = (a_1 + a_2)/2; b_1 = b1_1/2; b_2 = b2_1/2$

Аналогично можно получить формулы для расчета коэффициентов корреляции, приняв за основу формулу для коэффициента ПИРСОНА из MS Excel (таблица 6.9).

Таблица 6.9

Формулы для расчета коэффициента Пирсона

Вид уравнений	Расчетные формулы
Линейный	$r = \frac{\sum(t-\bar{t})(Y_t-\overline{Y}_t)}{\sqrt{\sum(t_t-\overline{Y})^2 \cdot \sum(Y_t-\overline{Y}_t)^2}}$
Гиперболический	$r = \frac{\sum(1/t-\overline{1}/t)(Y_t-\overline{Y}_t)}{\sqrt{\sum(\frac{1}{t}-\frac{\overline{1}}{z})^2 \cdot \sum(Y_t-\overline{Y}_t)^2}}$
Показательный	$r = \frac{\sum(t-\bar{t})(lgY_t-\overline{lgY_t})}{\sqrt{\sum(t_t-\overline{Y})^2 \cdot \sum(lgY_t-\overline{lgY_t})^2}}$
Степенной	$r = \frac{\sum(lgt-\overline{l}gt)(lgY_t-\overline{lgY_t})}{\sqrt{\sum(lgt-\overline{l}gt)^2 \cdot \sum(lgY_t-\overline{lgY_t})^2}}$
Параболический	r1=r - линей $r2 = \frac{\sum(t^2-\overline{t^2})(Y_t-\overline{Y}_t)}{\sqrt{\sum(t^2-\overline{t^2})^2 \cdot \sum(Yy_t-\overline{Y}_t)^2}}$ $r = \sqrt{r1 \cdot r2}$

Аналогично рассчитываются и другие статистические характеристики из таблицы 6.7.

На начальном этапе использования компьютерных технологий расчет параметров и статистических характеристик для уравнений (в т. ч. и для уравнений временных рядов и рядов динамики) производятся путем ввода каждой формулы и ее элементов в отдельности. В настоящее время известными компаниями созданы средства (в частности, в MS Excel «Мастер функций») позволяющие одновременно рассчитывать целый комплекс взаимосвязанных показателей.

Так, в «Мастер функций» в MS Excel имеются группы встроенных функций: математические, статистические, финансовые текстовые, логические, инженерные и др. в каждой из которых насчитываются десятки функций, предназначенные для выполнения множества расчетов по целым научным направлениям.

Например, статистических функций – около ста, финансовых – более 50, математических – более 60 и т.д.

«Мастер функций» в MS Excel – сам представляет собой компьютерную оболочку для построения всевозможных компьютерных моделей для самых различных сфер человеческой деятельности. Однако ученые и специалисты могут и должны создавать компьютерные модели с использованием инструментария «Мастер функций» (MS Excel).

В соответствии с названием настоящего учебного пособия в рамках каждой отдельной главы, последовательности нескольких глав, в целом по совокупности всех глав можно создавать компьютерные модели для самых различных сфер и уровней экономики, имея соответствующее исходное информационное обеспечение.

6.2. Компьютерная модель для построения уравнений временных рядов с помощью статистических функций MS Excel

Все группы встроенных функций «Мастера функций» (из MS Excel) можно разделить на: простые и сложные.

К простым статистическим можно отнести такие функции, которые предназначены для расчета каждого из параметров и статистических характеристик в отдельности. К таким относятся, в частности пять показателей, приведенных в таблицах 6.7, 6.8 и 6.9.

В соответствии с формулами из этих таблиц, чтобы рассчитать рассматриваемые в этих таблицах показатели на ПЭВМ, требуются следующие исходные данные:

- для линейного вида Y_t, t;
- для гиперболического вида Y_t. 1/t;
- для степенного вида lgY_t, lgt;
- для показательного вида lgY_t, t;
- для параболического вида Y_t, t, t^2.

Исходные данные целесообразно записать в виде таблицы-шаблона (см. таблицу 6.10).

Как видно из таблицы 6.10 заданными являются лишь два показателя y_t и t, остальные рассчитываются на основе первых двух.

В таблице 6.11 приведен пример расчета (таблица-шаблон) параметров b, m и трех статистических характеристик по встроенным функциям MS Excel, называемым «ОТРЕЗОК», «НАКЛОН», «КОРРЕЛ», «КВПИРСОН» и «СТОШУХ» для линейных уравнений временных рядов трех социально-экономических показателей: численности занятых в экономике ($X3_t$ от t), среднемесячной заработной платы на одного работника занятого в экономике ($X6_t$ от t) и валового регионального продукта ($X7_t$ от t).

Таблица 6.10

Таблица-шаблон с исходными данными численности работников занятых в экономике России за 2004-2017 гг. для расчета параметров уравнений временных рядов, коэффициентов корреляции, индексов детерминации и стандартной ошибки

	x3t	t	1/t	t^2	lgx3t	lgt
2004	65666,0	1	1,0000	1	4,8173	0,0000
2005	66407,2	2	0,5000	4	4,8222	0,3010

2006	66791,6	3	0,3333	9	4,8247	0,4771
2007	67174,0	4	0,2500	16	4,8272	0,6021
2008	68019,2	5	0,2000	25	4,8326	0,6990
2009	68473,6	6	0,1667	36	4,8355	0,7782
2010	67343,3	7	0,1429	49	4,8283	0,8451
2011	67576,6	8	0,1250	64	4,8298	0,9031
2012	67727,2	9	0,1111	81	4,8308	0,9542
2013	67968,3	10	0,1000	100	4,8323	1,0000
2014	67901,0	11	0,0909	121	4,8319	1,0414
2015	67813,3	12	0,0833	144	4,8313	1,0792
2016	68389,1	13	0,0769	169	4,8350	1,1139
2017	72065,2	14	0,0714	196	4,8577	1,1461

Таблица 6.11

Таблица-шаблон для расчета параметров и статистических характеристик уравнений временных рядов линейного вида, рассчитанных с помощью встроенных функций MS Excel по сводным данным регионов РФ за 2004-2017 гг.

Имя функции	Обозначения	X3t от t	X6t от t	X7t от t
отрезок	b	65879,4	3667,7	4983,7
наклон	m	257,2	2556,8	4486,2
коррел	r	0,7431	0,9989	0,9948
квпирсон	r^2	0,5523	0,9977	0,9897
стошух	sey	569,2	299,4	1126,7

Для расчета величин коэффициентов корреляции, индексов детерминации и параметров для каждого экономического показателя региона в MS Excel следует создать таблицу-шаблон 6.12 и в ее ячейки ввести каждую встроенную функцию MS Excel в соответствии с вышеописанной методикой и формулами из таблиц 6.8 и 6.9.

Все необходимые для последующего анализа таблицы-шаблоны, главной среди которых является таблица 6.12, и др. материалы целесообразно скопировать в текстовый редактор MS Word.

Совокупность всех таблиц-шаблонов, созданных в MS Excel, с введенными в ее ячейки формулами или встроенными функции сохраняется в отдельном файле и используется для выявления динамических тенденций изменения различных социально-экономических показателей различных регионов и округов.

Таблица 6.12

Таблица-шаблон для величин коэффициентов корреляции, индексов детерминации и параметров для пяти видов уравнений временных рядов, рассчитанных для показателя «численность работников, занятых в экономике» по данным РФ за 2004-2017 гг.

	линейн	гиперб	показ	степен	параболич			
					параб1	параб2	(ст.6+ст.7)/2	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
пирсон	0,7431	0,6170	0,7490	0,7196	0,7431	0,7565	0,7498	$\sqrt{ст.6 \cdot ст.7}$
квпир	0,5523	0,3807	0,5610	0,5178	0,5523	0,5724	0,5623	$ст.6 \cdot ст.7$
отрезок	65879,4	68633,9	65908,7	4,8	65879,4	66577,4	66228,4	
наклон	257,2	-3555	1,0038	0,0195	257,2	16,98	137,1	66,08
стошух	569,2	1185,7	0,0145	0,0066	569,2	985,4	777,3	
		a	65908,7	65451,0	a1	b1	b2	
		b	1,0339	1,0460	66228,4	137,1	66,08	

Основные таблицы-шаблоны (для исходных данных и для результатов расчетов) компьютерной модели без фактических значений заданного экономического показателя выглядят так, как показано в таблицах 6.13, 6.14.

Таблица 6.13

Таблица-шаблон для исходных данных экономического показателя региона России за 2004-2017 гг. для расчета параметров уравнений временных рядов, коэффициентов корреляции, индексов детерминации и стандартной ошибки

x3t	t	1/t	t^2	lgx3t	lgt
	1	1,0000	1	#ЧИСЛО!	0,0000
	2	0,5000	4	#ЧИСЛО!	0,3010
	3	0,3333	9	#ЧИСЛО!	0,4771
	4	0,2500	16	#ЧИСЛО!	0,6021
	5	0,2000	25	#ЧИСЛО!	0,6990
	6	0,1667	36	#ЧИСЛО!	0,7782
	7	0,1429	49	#ЧИСЛО!	0,8451
	8	0,1250	64	#ЧИСЛО!	0,9031
	9	0,1111	81	#ЧИСЛО!	0,9542
	10	0,1000	100	#ЧИСЛО!	1,0000
	11	0,0909	121	#ЧИСЛО!	1,0414
	12	0,0833	144	#ЧИСЛО!	1,0792
	13	0,0769	169	#ЧИСЛО!	1,1139
	14	0,0714	196	#ЧИСЛО!	1,1461

Таблица 6.14

Таблица-шаблон для величин коэффициентов корреляции, индексов детерминации и параметров для пяти видов уравнений временных рядов, рассчитываемых для экономического показателя по сводным данным региона России за 2004-2017 гг.

	линейн	гиперб	показ	степен	параболич		
					параб1	параб2	(ст.6+ст.7)/2
1	2	3	4	5	6	7	8
пирсон	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!
квпир	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!
отрезок	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	
наклон	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	
стошук	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!					
		a	#ЧИСЛО!	#ЧИСЛО!	a	b1	b2
		b	#ЧИСЛО!		#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!	#ДЕЛ/0!

Эти же таблицы-шаблоны после построения уравнений временных рядов для показателя «среднемесячная заработная плата на одного работника занятого в экономике» по сводным данным регионов России за 2004-2017 гг. будут иметь вид таблиц 6.15 и 6.16, а для показателя «валовой региональный продукт» - вид таблиц 6.17 и 6.18.

Таблица 6.15

Таблица-шаблон с исходными данными по среднемесячной заработной плате на одного работника занятого в экономике России за 2004-2017 гг. для расчета параметров уравнений временных рядов, коэффициентов корреляции, индексов детерминации и стандартной ошибки

	X6t	t	1/t	t^2	lgX6t	lgt
2004	6832	1	1,000	1	3,835	0,000
2005	8550	2	0,500	4	3,932	0,301
2006	10728	3	0,333	9	4,031	0,477
2007	13527	4	0,250	16	4,131	0,602
2008	17226	5	0,200	25	4,236	0,699
2009	18795	6	0,167	36	4,274	0,778
2010	21193	7	0,143	49	4,326	0,845
2011	23693	8	0,125	64	4,375	0,903
2012	26822	9	0,111	81	4,428	0,954
2013	29960	10	0,100	100	4,477	1,000
2014	32611	11	0,091	121	4,513	1,041
2015	33981	12	0,083	144	4,531	1,079
2016	36746	13	0,077	169	4,565	1,114
2017	39144	14	0,071	196	4,593	1,146

Таблица 6.16

Таблица-шаблон для величин коэффициентов корреляции, индексов детерминации и параметров для пяти видов уравнений временных рядов, рассчитанных для показателя «среднемесячная заработная плата на одного работника занятого в экономике» по сводным данным регионов РФ за 2004-2017 гг.

	линейн	гиперб	показ	степен	параболич			
					параб1	параб2	(ст.6+ст.7)/2	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
пирсон	0,9989	0,7505	0,974	0,9883	0,9989	0,9711	0,9850	√(ст.6*ст.7)
квпир	0,9977	0,5632	0,948	0,9767	0,9977	0,9430	0,9704	√(ст.6*ст.7)
отрезок	3667,7	30271,4	7576,1	3,7454	3667,7	11157,5	7412,6	
наклон	2556,8	-31981,4	1,139	0,7139	2556,8	161,2	1359,0	468,0
стошух	530,4	7365,7	0,133	0,0386	530,4	2661,4	1595,9	
		a	7576,1	5564,8	a1	b1	b2	
		b	13,772	5,175	7412,6	1359,0	468,0	

Таблица 6.17

Таблица-шаблон с исходными данными по валовому региональному продукту России за 2004-2017 гг. для расчета параметров уравнений временных рядов, коэффициентов корреляции, индексов детерминации и стандартной ошибки

	X7t	t	1/t	t^2	lgx6t	lgt
2004	11582	1	1,000	1	4,064	0,000
2005	14555	2	0,500	4	4,163	0,301
2006	18000	3	0,333	9	4,255	0,477
2007	22293	4	0,250	16	4,348	0,602
2008	28255	5	0,200	25	4,451	0,699
2009	34320	6	0,167	36	4,536	0,778
2010	32073	7	0,143	49	4,506	0,845
2011	37399	8	0,125	64	4,573	0,903
2012	45265	9	0,111	81	4,656	0,954
2013	49920	10	0,100	100	4,698	1,000
2014	54014	11	0,091	121	4,733	1,041
2015	58901	12	0,083	144	4,770	1,079
2016	64997	13	0,077	169	4,813	1,114
2017	69254	14	0,071	196	4,840	1,146

Таблица 6.18

Таблица-шаблон для величин коэффициентов корреляции, индексов детерминации и параметров для пяти видов уравнений временных рядов, рассчитанных для показателя «валовой региональный продукт» по данным РФ за 2004-2017 гг.

	линейн	гиперб	показ	степен	параболич			
					параб1	параб2	(ст.6+ст.7)/2	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
пирсон	0,9948	0,7264	0,979	0,9820	0,9683	0,9810	0,9746	√(ст.6*ст.7)
квпир	0,9897	0,5276	0,959	0,9644	0,9376	0,9623	0,9499	√(ст.6*ст.7)
отрезок	4983,7	51296,7	12490,7	3,9668	-6409,9	17832,2	5711,2	
наклон	4486,2	-54535,4	1,142	0,7193	5263,2	286,87	2775,0	892,2
стошук	1995,8	13495,1	0,119	0,0484	5913,9	3812,0	4863,0	
		a	12490,7	9265,0	a1	b1	b2	
		b	13,87	5,24	5711,2	2775,0	892,2	

К сложным следует отнести встроенные функции, позволяющие одновременно рассчитывать два и более взаимосвязанных показателя. К числу таких функций относятся широко применяемые в экономике встроенные функции ЛИНЕЙН и ЛГРФПРИБЛ (из Мастера функций MS Excel), позволяющие одновременно рассчитывать десять и более показателей, например, параметры и статистические характеристики для уравнений регрессии, временных рядов и рядов динамики. Первая предназначена для расчета параметров и характеристик уравнений линейного вида, а вторая – для уравнений показательного вида. Обозначения параметров и характеристик, принятые в MS Excel, а также их наименования приведены в таблице 6.19.

Таблица 6.19

Массив для вывода значений параметров и характеристик уравнений временных рядов с помощью функций «ЛИНЕЙН» и «ЛГРФПРИБЛ»

Обозначения в MS Excel		Наименования характеристик	
m	b	Коэффициент регрессии	Свободный член
sem	seb	Стандартная ошибка для m	Стандартная ошибка для b
R2	sey	Коэффициент детерминации	Стандартная ошибка для Y
F	df	Критерий Фишера	Число степеней свободы
SSresid	SSreg	Остаточная сумма квадратов	Регрессионная сумма квадратов

Отметим, что в статистических функциях «ЛИНЕЙН» и «ЛГРФПРИБЛ» для параметров уравнений приняты обозначения b и m. Так, линейное уравнение записывается в виде $Y_t=b+m*t$, а показательное - в виде $Y_t=b*m^t$.

Таблицы-шаблоны с исходными данными для расчета параметров и характеристик с помощью специальных статистических функций такие же, как и с помощью простых статистическим функций (см. таблицу 6.10).

Для расчета параметров и характеристик уравнений временных рядов с помощью функций «ЛИНЕЙН» и «ЛГРФПРИБЛ» в рабочем окне MS Excel создаются таблицы-массивы (вида таблицы 6.19).

Таблицы-массивы с параметрами и статистическими характеристиками, рассчитанными для уравнений временных рядов по данным таблицы 3, приведены в таблице 6.20.

Уравнения гиперболического, степенного и параболического видов могут быть преобразованы в уравнения линейного видов. Как это делается было показано выше. Поэтому их параметры и характеристики можно рассчитать с помощью функции «ЛИНЕЙН».

Таблица 6.20

Таблицы-шаблоны с массивами значений параметров и характеристик для уравнений временных рядов, рассчитанных по сводным данным численности занятых в экономике регионов Российской Федерации с помощью функций «ЛИНЕЙН» и «ЛГРФПРИБЛ»

$X3_t$ от t		$X3_t$ от t	
ЛИНЕЙН		ЛГРФПРИБЛ	
257,2	65879,4	1,004	65908,7
66,84	569,2	0,0010	0,0082
0,552	1008,2	0,561	0,0145
14,80	12	15,34	12
15046560,2	12198320,2	0,0032177	0,00251764

Параметры и характеристики уравнений временных рядов показательного и гиперболического видов выводятся в таблицы-массивы такого же вида, как и для уравнения линейного вида. Вывод параметров и характеристик для уравнений степенного и параболического видов несколько отличаются, как это видно из таблицы-массива (см. таблицу 6.21).

Эти отличия обусловлены тем, что для уравнения степенного вида функция «ЛИНЕЙН» рассчитывает не параметр b, а его логарифм. Поэтому b рассчитывается путем потенцирования, т.е. $b=10^{lgb}$.

Таблица 6.21

Таблицы-массивы для вывода значений параметров и характеристик уравнений временных рядов степенного и параболического видов с помощью функций «ЛИНЕЙН»

Для степенного вида			Для параболы		
m	lgb	b	m_2	m_1	b
sem	seb		se2	se1	seb
r^2	sey		r^2	sey	
F	df		F	df	
SSresid	SSreg		SSresid	SSreg	

Отличие уравнения параболы состоит в том, что в этом случае рассчитываются три параметра b, m_1 и m_2 и соответственно три стандартных ошибок для этих параметров.

Таблицы-массивы со значениями параметров и характеристик уравнений временных рядов степенного и параболического видов, рассчитанными для показателя «численность работников занятых в экономике» по данным РФ за 2004-2017 гг. с помощью функции «ЛИНЕЙН», приведены в таблице 6.22.

Таблица 6.22

Таблицы-массивы для вывода значений параметров и характеристик уравнений временных рядов степенного и параболического видов с помощью функций «ЛИНЕЙН»

Для степенного вида			Для параболы		
0,0195	4,8159	65451,0	14,0365	46,6264	66440,9
0,0054	0,0046		19,0501	293,767	957,823
0,5178	0,0066		0,573	1028,0	#Н/Д
12,886	12		7,39	11	#Н/Д
0,00056	0,00052		15620295,3	11624585,1	#Н/Д

Таблицы-массивы не удобны для анализа, поэтому их данные целесообразно представить в виде таблицы 6.23, которая является основной аналитической таблицей.

Таблица 6.23

Параметры и характеристики для различных видов уравнений временных рядов, построенных по данным численности занятых в экономике, среднемесячной зарплаты и ВРП Российской Федерации за 2005-2017 гг.

Обознач.	Лин.	Показат.	Гипер.	Степ.
	X3t от t			
b	65879,4	65908,7	68633,9	65451,0
m	257,2	1,034	-3555,0	1,0460
seb	569,2	0,0082	439,1	0,0046
sem	66,84	0,0010	1308,8	0,0054
sey	1008,2	0,0145	1185,7	0,0066
r2	0,552	0,561	0,381	0,5178
df	12	12	12	12
F	14,80	15,34	7,38	12,886
SSreg	12198320,1	0,002518	16871718	0,00052
SSresid	15046560,2	0,003218	10373162	0,00056

Продолжение таблицы 6.23

	X6t от t			
b	3667,7	7576,1	30271,4	5564,8
m	2556,8	1,139	-31981,4	0,714
seb	299,4	0,0750	2727,8	0,027
sem	35,17	0,0088	8130,2	0,032
sey	530,4	0,1329	7365,7	0,0386
r2	0,998	0,948	0,563	0,977
df	12	12	12	12
F	5285,9	218,141	15,474	502,4
SSreg	3,4E+06	2,1E-01	6,51E+08	0,0179
SSresid	1,5E+09	3,9E+00	8,40E+08	0,7489
	X7t от t			
b	4983,7	7576,1	51296,7	9265,0
m	4486,2	1,142	-54535,4	0,719

seb	1126,7	0,0674	4997,8	0,034
sem	132,32	0,0079	14895,7	0,040
sey	1995,8	0,1193	13495,1	0,0484
r2	0,990	0,959	0,5	0,964
df	12	12	12	12
F	1149,5	281,6	13,404	324,6
SSreg	4,8E+07	1,7E-01	2,19E+09	0,0281
SSresid	4,6E+09	4,0E+00	2,44E+09	0,7603

Продолжение таблицы 6.23

	Параболический		
	$X3_t$от t	$X6_t$от t	$X7_t$от t
b	66440,9	3600,73	7873,37
m1	46,6264	2581,89	3402,61
m2	14,037	-1,675	72,24
seb	957,82	515,57	1604,06
se1	293,767	158,125	491,97
se2	19,0501	10,254	31,90
sey	1028,0	553,34	1721,58
r2	0,573	0,998	0,993
df	11	11	11
F	7,39	2428,6	775,0
SSreg	1,16E+07	3,37E+06	3,26E+07
SSresid	1,56E+07	1,49E+09	4,59E+09

В виде заключительной таблицы для анализа следует привести таблицу с математической записью всех построенных уравнений для трех временных рядов (таблица 6.24).

Таблица 6.24

Математическая запись уравнений временных рядов, выражающих тенденции изменения трёх сводных показателей регионов РФ за 2004-2017 гг.

№№	Запись уравнений	№№	Запись уравнений
	Для численности занятых в экономике ($x3_t$ от t)		Для заработной платы на одного работника занятого в экономике ($x6_t$ от t)
1	$x3_t = 65879{,}4 + 257{,}2t$	6	$x6_t = 3667{,}7 + 2556{,}8t$
2	$x3_t = 65908{,}7 * 1{,}034^t$	7	$x6_t = 7576{,}1 * 1{,}139^t$
3	$x3_t = 68633{,}9 - 3555{,}0/t$	8	$x6_t = 30271{,}4 - 37981{,}4/t$
4	$x3_t = 64451{,}0 * t^{1{,}0460}$	9	$x6_t = 5564{,}8 * t^{0{,}714}$
5	$x3_t = 66440{,}9 + 46{,}6t + 14{,}03t^2$	10	$x6_t = 3600{,}7 + 2581{,}9t - 1{,}67t^2$
	Для валового регионального продукта($X7_t$ от t)		
11	$x7_t = -6409{,}9 + 5263{,}2t$	14	$x7_t = 4355{,}1 * t^{0{,}978}$
12	$x7_t = 7576{,}1 * 1{,}207^t$	15	$x7_t = 7873{,}3 + 3402{,}6t + 72{,}2t^2$
13	$x7_t = 46389{,}3 - 57373{,}4/t$		

По данным таблиц 6.23, 6.24 можно проводить анализ каждого уравнения, его параметров и характеристик, а также проводить сравнительный анализ различных видов уравнений, полученных для одних и тех же социально-экономических показателей. Целью такого анализа является выявить приемлемость того или иного из уравнений для формулировки теоретических выводов и принятия решений по их практическому применению.

6.3. Математический инструментарий и компьютерная модель для оценки динамики связей и зависимостей между показателями экономических объектов

Совокупность всех компонентов, созданных на компьютере для построения и анализа уравнений временных рядов (все табличные и графические материалы, средства из Мастера функций», вводимые пользователем формулы для выполнения расчетов и обработки информации и др. элементы) представляют собой компьютерную модель.

Для принятия обоснованных управленческих решений в экономике требуется выявить всевозможные связи и зависимости между основными показателями экономических объектов. Если речь идет об одном экономическом объекте (предприятие, регион, федеральный округ, страна, отрасль экономики), то о связях и зависимостях между его показателями можно говорить только за заданный определенный интервал времени, например, по месяцам в течение года, по годам в течение 5-10 и более лет и т.д.

Выявить связи между показателями за определенный интервал времени можно разными методами: графически, путем анализа динамики изменения нескольких показателей и их сравнения между собой (например, сравнивая темпы их роста), различными методами моделирования и др.

Наиболее эффективным среди этих методов является выявление и оценка связей и зависимостей с помощью одно- и многофакторных уравнений рядов динамики. Как отмечалось выше. экономическими рядами динамики называются последовательность величин двух и более экономических показателей по периодам времени, рассматриваемые совместно.

Математически уравнение рядов динамики имеет вид:

$$Y_t = f(X1_t, X2_t, \dots, Xp_t),$$

где Y_t – величины результативного показателя (зависимой переменной) в t –м периоде времени, $X1_t, X2_t, \dots, Xp_t$ - величины 1-го, 2-го, n-го показателей-факторов (независимых переменных) в t –м периоде.

Величины Y_t,$X1_t, X2_t, \dots, Xp_t$ в каждые отдельные периоды времени называются уровнями ряда.

Если рассматривается зависимость результативного показателя (Y_t) от одного показателя-фактора (X_t), то уравнение называется однофакторным, а от двух и более показателей-факторов – многофакторным. Однофакторное уравнение является частным случаем многофакторного.

Построение и применение уравнений рядов динамики не разовый, а многократно повторяемый процесс:

- во-первых, в качестве результативного показателя могут выступать не один, а целый ряд экономических показателей;

- во-вторых, возникает необходимость проверки наличия зависимости результативного показателя от одного, двух и т.д. показателей-факторов в их различном сочетании;

- в-третьих, зависимость можно и следует исследовать за разные временные интервалы (например, за 5, 6, 7 и т.д. лет; 2001-2005; 2006-2010; 2005-2017 гг. и т.д.);

- в-четвертых, возникает необходимость исследования зависимости путем добавления в ряды величин показателей за новые временные периоды (например, в 2012 г. построены уравнения рядов за 2004-2011 гг., т.е. по данным за 8 лет, в 2013 г., возникает необходимость и следует построить уравнения рядов динамики за 2004-2012гг., т.е. по данным за 9 лет).

Зависимости, исследуемые с помощью уравнений рядов динамики, могут быть линейными и нелинейными.

Наиболее простыми и широко применяемыми из уравнений рядов динамики являются уравнения линейного вида:

$Y_t = b + mx_t$ – однофакторное;

$Y_t = b + m_1x1_t + m_2x2_t$ – двухфакторное;

$Y_t = b + m_1x1_t + m_2x2_t + m_3x3_t$ - трехфакторное;

…

$Y_t = b + m_1x1_t + m_2x2_t + \cdots + m_pxp_t$ - n-факторное,

где b - свободный член уравнения;

$m, m_1,\ m_2,\ \ldots,\ m_p$ - коэффициенты при переменных, называемые коэффициентами регрессии.

Свободный член b, как правило, не имеет экономического смысла, однако все коэффициенты регрессии $m,\ m_1,\ m_2,\ \ldots,\ m_p$ всегда имеют экономический смысл. Они показывают, на какую величину изменится результат Y_t, если каждый показатель-фактор увеличится на одну абсолютную единицу при неизменности остальных. Поскольку нет методов, позволяющих однозначно выбрать вид уравнения рядов динамики, то возникает необходимость в проверке приемлемости различных их видов. При коротких временных интервалах (например, до 10-15 уровней ряда) вполне достаточно исследование простых и наиболее известных видов уравнений: линейного, показательного, степенного, гиперболического и параболического.

Однофакторные уравнения имеют важное самостоятельное значение. С их помощью можно проверить и оценить связи (зависимости) между любой парой рядов динамики. Второе назначение однофакторных уравнений состоит в том, что с их помощью можно выявить, какие из показателей-факторов целесообразно включить в многофакторные уравнения.

Многофакторные уравнения имеют ряд преимуществ перед однофакторными: во-первых, на любой зависимый экономический показатель оказывает влияние не один, а много показателей-факторов; во-вторых, с помощью многофакторных уравнений можно рассчитать ряд статистических характеристик (изокванты, предельные нормы взаимозаменяемости факторов, изоклинали и др.), которых нельзя рассчитать для однофакторных.

Построение компьютерной модели для оценки связей и зависимостей между экономическими показателями с помощью рядов динамики покажем на примере социально-экономических показателей регионов, приведенных в таблице 6.25, в совокупности представляющие собой ряды динамики рассматриваемых показателей за 2004-2017 гг. в целом по РФ.

Таблица 6.25

Сводные социально-экономические показатели регионов России (ряды динамики) за 2004-2017 гг.

	ВРП, млрд.руб.	Числ., тыс. чел.	ОФ, млрд.руб.	Инвест, млрд.руб.	Зарп., млрд. руб.	Пт, тыс. руб.	Фв, тыс. руб.	Ив, тыс. руб.
	X7t	X3t	X8t	X15t	X6t	Пт	Фв	Ив
2004	11582,3	65666,0	32173	2729,8	6832	176,4	490,0	41,6
2005	14555,1	66407,2	34874	3534,0	8550	219,2	525,2	53,2
2006	17999,9	66791,6	41493	4580,5	10728	269,5	621,2	68,6
2007	22292,5	67174,0	47489	6626,8	13527	331,9	707,0	98,7
2008	28254,8	68019,2	60391	8764,9	17226	415,4	887,9	128,9
2009	34320,4	68473,6	74471	7930,3	18795	501,2	1087,6	115,8
2010	32072,6	67343,3	82303	9151,4	21193	476,3	1222,1	135,9
2011	37398,5	67576,6	93186	10776,8	23693	553,4	1379,0	159,5
2012	45265,2	67727,2	108001	12568,8	26822	668,3	1594,6	116,4
2013	49920,0	67968,3	121269	13255,5	29960	734,5	1784,2	109,3
2014	54013,6	67901,0	133522	13527,7	32611	795,5	1966,4	101,3
2015	58900,7	67813,3	147430	14555,9	33981	868,6	2174,1	98,7
2016	64997,0	68389,1	160725	14639,8	36746	950,4	2350,2	91,1
2017	69254,1	72065,2	183404	15967,0	39144	961,0	2545,0	87,1

Данные по пяти показателям (ВРП, численность занятых в экономике, стоимость основных фондов, объем инвестиций и среднемесячная заработная плата на одного работника) взяты из ежегодника Росстата «Россия в цифрах», остальные три показателя (производительность труда, фондовооруженность труда, инвестиционновооруженность труда) рассчитаны на основе первых по формулам:

$$\text{Пт} = \text{ВРП} * 1000/\text{числ}; \; \Phi_{\text{в}} = \text{ОФ} * 1000/\text{числ};$$
$$\text{И}_{\text{в}} = \text{инв} * 1000/\text{числ}.$$

ВРП, стоимость основных фондов и объем инвестиций измеряются в млрд. руб., численность занятых в экономике – в тыс. чел., заработная плата – в руб., а все три расчетных показателя в тыс. руб.

Оценку связей и зависимостей можно проводить с использованием различных методов и способов их выявления и оценки. Оценку следует начать с выявления возможности наличия связи и зависимости с точки зрения экономической логики. Так, между каждой парой из приведенных в таблице 6.25 показателей могут существовать связи, которые являются эмпирическими. Это означает, что все рассмотренные показатели изменяются во времени взаимосвязано. Зависимости же означают, что изменение результативного (зависимого) показателя происходит под воздействием независимого показателя, называемого показателем-фактором.

В таблицах 6.26 и 6.27 приведены возможные варианты «связей» и «связей-зависимостей» в динамике между абсолютными и относительными показателями из таблицы 6.25.

Таблица 6.26

Связи и зависимости между абсолютными экономическими показателями (ВРП, численность занятых в экономике, стоимость основных фондов и объем инвестиций)

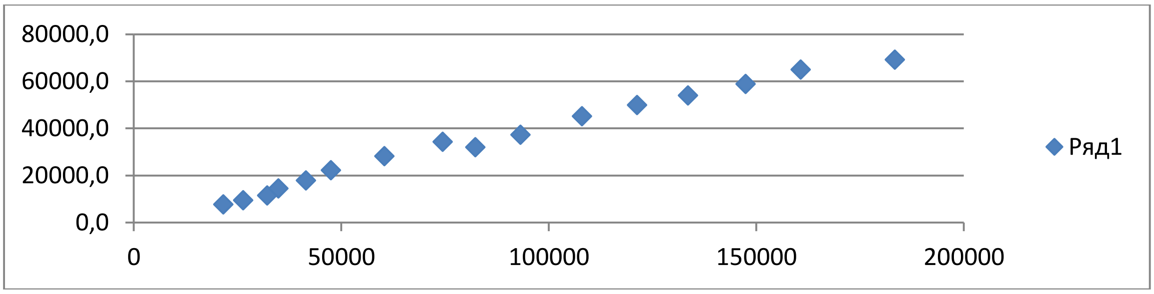
	ВРП	Числ	ОФ	Инв
ВРП	1	Связь-зависимость	Связь-зависимость	Связь-зависимость
Числ	Связь	1	Связь	Связь
ОФ	Связь	Связь	1	Связь-зависимость
Инв	Связь-зависимость	Связь	Связь	1

Таблица 6.27

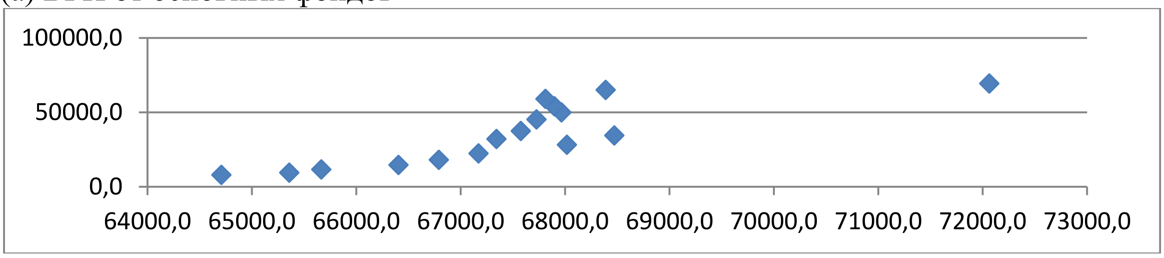
Связи и зависимости между относительными экономическими показателями (Пт, Зп, Фв, Ив)

	Пт	Зп	Фв	Ив
Пт	1	Связь	Связь-зависимость	Связь-зависимость
Зп	Связь-зависимость	1	Связь	Связь
Фв	Связь	Связь	1	Связь-зависимость
Ив	Связь	Связь	Связь	1

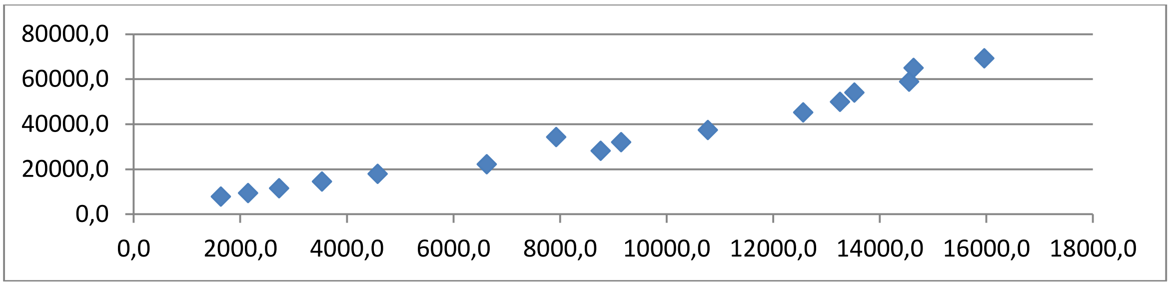
На рис. 6.2 и 8.3 приведены некоторые из графиков, построенные по данным таблицы 8.25 с учетом связей (зависимостей) из таблицы 6.26 и 6.27.



(а) ВРП от основных фондов

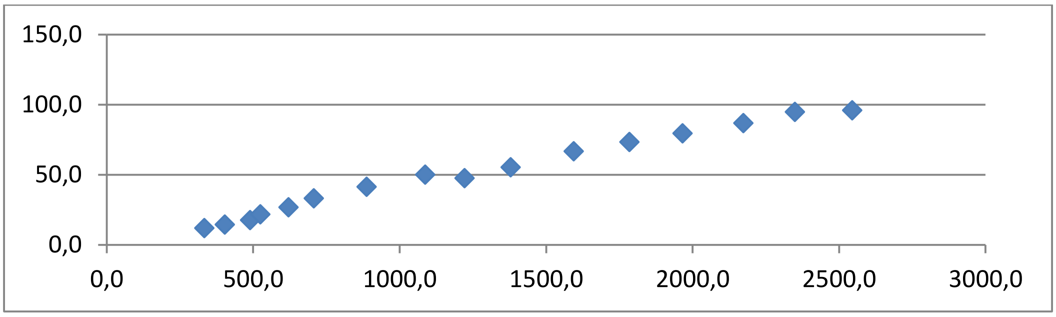


(б) ВРП от численности занятых в экономике

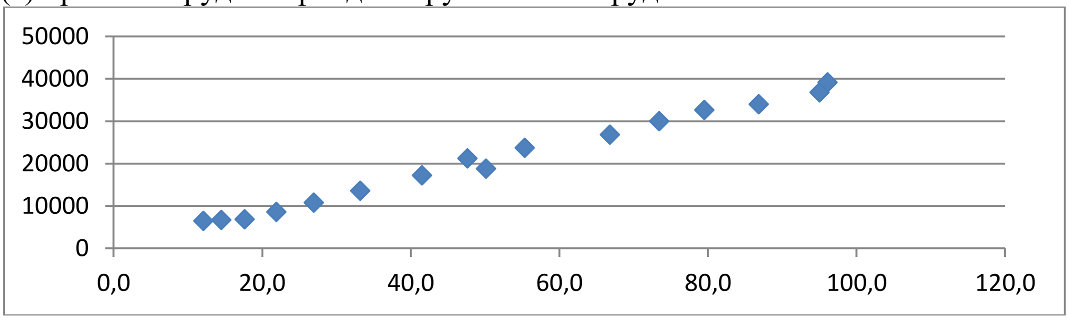


(в) ВРП от инвестиций

Рис. 6.2. Графики точек рассеивания, выражающие зависимость ВРП от стоимости основных фондов (а), численности занятых (б) и объема инвестиций (в), построенные по сводным данным регионов России за 2004-2017 гг.



(а) произ-ть труда от фондовооруженности труда



(б) среднемесячной заработной платы от производительности труда

Рис. 6.3. Графики точек рассеивания, выражающие зависимость производительности труда от его фондовооруженности (а) и среднемесячной заработной платы одного работника от производительности труда (б), построенные по сводным данным регионов России за 2004-2017 гг.

Наиболее простыми из траекторий (линий), которые могут быть построены в соответствии с расположением точек на графиках (см. рис. 6.2 и 6.3), являются траектории линейного или степенного видов. Однако траектории графиков для других показателей или для разных регионов могут иметь и другие виды. Поэтому нами предусмотрена возможность построения пяти видов уравнений рядов динамики: линейного, показательного, степенного, гиперболического и параболического. Связи (зависимости) между экономическими показателями могут быть одно- или многофакторными.

Количество факторов, включаемых в модели не должно превышать одной трети размера выборки. В нашем случае размер выборки составляет 14 лет (2004-2017 гг.). Следовательно, количество факторов, включаемых в модель должно быть не более четырех.

Методика построения однофакторных уравнений рядов динамики для пяти рассматриваемых их видов в целом совпадает с методикой построения временных рядов. Отличие состоит в том, что любой из двух экономических показателей может выступать в качестве результативного (зависимого) показателя или показателя-фактора.

Так, в соответствии с таблицей 6.26 правомерно построение рядов динамики: $x7_t = f(x14_t)$и, наоборот $x14_t = f\ (x7_t)$. При этом вид и характер их могут существенно отличаться.

Из таблиц 6.26 и 6.27 не следует, однако, необходимость построения и исследования всех возможных связей. Например, ВРП зависит от каждого из трех ресурсов (и это наглядно видно из графиков на рис. 6.2) и поэтому целесообразно построение и исследование всех трех зависимостей. Однако, нет необходимости в построении моделей: «числ от ВРП», «ОФ от ВРП», «ОФ от числ».

Для построения однофакторных рядов динамики применены те же математический инструментарий и компьютерная модель, которые были использованы для построения временных рядов. Однако имеются различия в ее использовании и в интерпретации получаемых результатов.

При построении рядов динамики в исходные табличные шаблоны вводятся величины двух экономических показателей, принятых за Y_t и X_t (при построении временных рядов – вводятся величины одного экономического показателя Y_t и фактора времени t).

Компьютерная модель для построения уравнений рядов динамики включает следующие компоненты: базу данных социально-экономических показателей (БД); исходную таблицу-шаблон (ИТ), в которую из базы данных выбирается и размещается совокупность данных для построения уравнений рядов динамики; промежуточных таблиц-шаблонов (ПТ1, ПТ2,…, ПТ5), в ячейки которых вводятся встроенные функции «ЛИНЕЙН» и «ЛГРФПРИБЛ», аргументы которых представляют собой ссылки на соответствующие массивы данных исходной таблицы; аналитические таблицы-шаблоны для уравнений линейного, показательного степенного и гиперболического видов (АТ1(а,б,в) и для уравнения параболы (АТ2(а,б,в)); алгоритмы (А1, А2, А3), обеспечивающие выполнение всех расчетов и процедур обработки информации.

Схема взаимосвязей между компонентами компьютерной модели характеризует рис. 6.4.

Рассмотрим сущность каждой из компонент компьютерной модели.База данных - это совокупность таблиц, созданных в MS Excel и содержащая социально-экономические показатели в разрезе регионов, федеральных округов и по стране в целом за 2004-2017 гг.

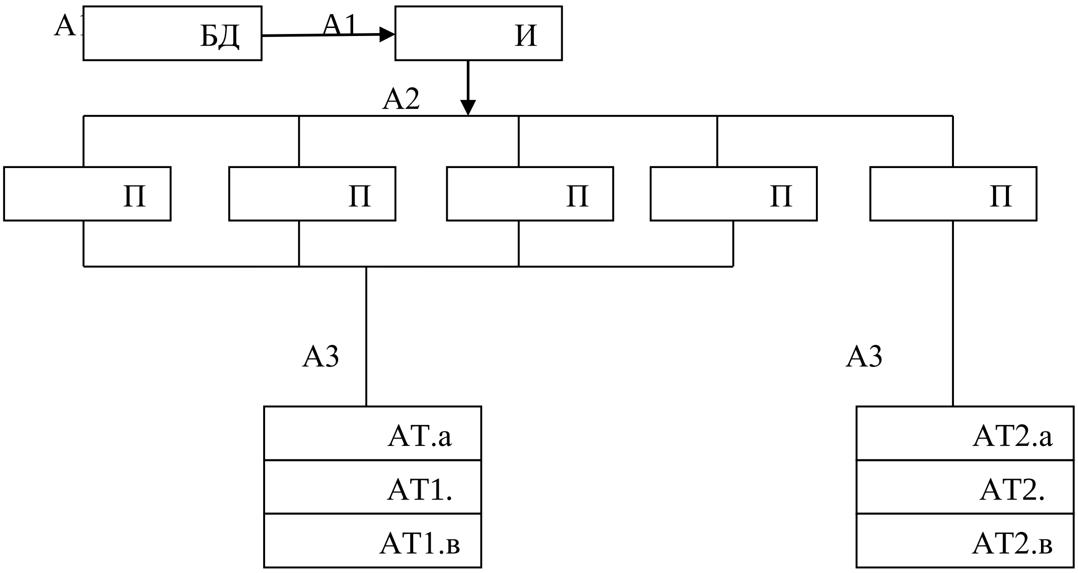


Рис.6.4. Схема взаимосвязей компонентов компьютерной модели для построения одно- и многофакторных уравнений рядов динамики

Все таблицы-шаблоны объединены в три модуля соответственно для построения одно-, двух- и трехфакторных уравнений рядов динамики.

Фрагмент исходной таблицы-шаблона для построения однофакторных уравнений приведен в таблице 6.28.

Таблица 6.28

Фрагмент исходной таблицы для построения однофакторных уравнений рядов динамики

Годы	ВРП ($x7_t$)	Для линейного и показательного	Для гиперболического	Для степенного		Для параболического	
		Числ($x3_t$)	$1/x3_t$	$lgx7_t$	$lgx3_t$	$x3_t$	$x3_t$^2
1	2	3	4	5	6	7	8
2004	11582,3	65666,0	1,523E-05	4,064	4,817	65666,0	4312023556
2005	14555,1	66407,2	1,506E-05	4,163	4,822	66407,2	4409916212
…	…	…	…	…	…	…	…
2017	69254,1	72065,2	1,39E-05	4,840	4,858	72065,2	5193393051

Как видно из таблицы 6.28, исходными данными являются в этой таблице лишь столбцы ВРП ($x7_t$) и числ ($x3_t$). Данные остальных столбцов являются расчетными. Для их расчета в ячейки 1-й строки столбцов 4, 5, 6 и 8 вводятся расчетные формулы, приведенные в шапке таблицы. Затем эти формулы копируются в ячейки остальных строк. Столбец 7 содержит те же значения численности занятых в экономике ($x3_t$), что и столбец 3. Поэтому данные столбца 3 копируются в столбец 7.

Построить уравнения рядов динамики означает рассчитать их параметры (свободный член и коэффициент при независимой переменной) и статистические характеристики, к которым относятся стандартные ошибки для параметров; стандартная ошибка для зависимой переменной; индекс детерминации; число степеней свободы, критерий Фишера, а также регрессионная и остаточная суммы квадратов.

Параметры и все перечисленные статистические характеристики для однофакторных уравнений рядов динамики можно автоматически одновременно рассчитывать с помощью статистических функций «ЛИНЕЙН» и «ЛГРФПРИБЛ» в MS Excel. При этом результаты выводятся в виде массивов данных. Эти массивы данных для уравнений линейного, показательного, гиперболического и степенного видов одинаковы. Они включены в компьютерную модель в виде промежуточных таблиц-шаблонов (ПТ1, ПТ2, ПТ3 и ПТ4). Эти таблицы-шаблоны с результатами расчетов по стране в целом приведены в таблице 6.29.

Таблица 6.29

Промежуточные таблицы-шаблоны для расчета и размещения величин параметров и статистических характеристик однофакторных уравнений рядов динамики линейного, показательного, гиперболического и степенного видов

линейн	ПТ1	показат	ПТ2	гипер	ПТ3
9,902	-632774	1,00029	0,00011	-4,76E+10	741606,6
2,446	165868	0,000076	5,1787	1,14E+10	167952,5
0,577	12765,3	0,544	0,399	0,594	12517,7
16,39	12	14,32	12	17,53	12
2,67E+09	1,96E+09	2,27E+00	1,91E+00	2,75E+09	1,88E+09

степенной	ПТ4		параб	ПТ5	
20,14	-92,78	1,68E-93	-0,0018	252,2	-8981978,8
5,190	25,072		0,0009	129,4	4462704,4
0,557	0,171		0,68	11611,1	#Н/Д
15,06	12		11,7	11	#Н/Д
0,4388	0,3496		3,144E+09	1,483E+09	#Н/Д

В построении уравнения степенного вида имеется отличие в расчете одного из параметров.

Как известно, для расчета параметров степенного уравнения его приводят к линейному виду путем логарифмирования, т.е. если прологарифмировать $Y_t = b \cdot x^m$, то оно преобразуется к виду

$$lgYy_t = lgb + mlgX.$$

Параметры полученного уравнения (lgb и m) можно рассчитать с помощью функции «ЛИНЕЙН», приняв в качестве исходных данных lgY_t и lgX_t (как и предусмотрено таблицами 6.28 и 6.29 (ПТ4)).

Однако параметр b еще не рассчитан (рассчитать параметр lgb). Следовательно, требуется рассчитать b. Это можно сделать путем потенцирования величины по формуле:

$$b = 10^{lgb}.$$

Для этого в промежуточную таблицу-шаблон для расчета параметра уравнения степенного вида добавлена ячейка (см. табл. 6.29 (ПТ4)), в которую введена формула потенцирования.

Однофакторное уравнение параболического вида отличается от четырех вышерассмотренных тем, что оно содержит три параметра (Y остальных четырех по два параметра (b и m)), что видно из его математической записи: $Y_t = b + m_1 X_t + m_2 X_t^2$.

Поэтому ее можно рассматривать как двухфакторное: X_t - первый фактор, X_t^2 - второй фактор. Это видно и из таблиц-шаблонов 6.28 и 6.29 (ПТ5).

Промежуточная таблица-шаблон (см. табл. 6.29 (ПТ5)) для расчета параметров и статистических характеристик однофакторного уравнения параболического вида имеет пять строк и три столбца (а у четырех других однофакторных уравнений – пять строк и два столбца).

Данные промежуточных таблиц-шаблонов трудно анализировать, поскольку эти таблицы не содержат подлежащего, показывающего, что означает та или иная из числовых величин. Поэтому на их основе нами созданы аналитические таблицы-шаблоны (АТ1 (а, б, в, г) и АТ2), где АТ1 (а) предназначенные для анализа параметров, АТ1 (б) – для анализа стандартных ошибок, АТ1 (в) – для остальных статистических характеристик.

При этом показатели всех четырех видов уравнений сведены в одну и ту же аналитическую таблицу-шаблон.

Аналитические таблицы-шаблоны АТ1 (а, б, в, г) и АТ2, формируются на основе данных промежуточных таблиц-шаблонов, путем применения формулы (оператора) присвоения.

Аналитические таблицы целесообразно скопировать в MS Word и сохранить в виде текстового файла для последующего анализа.

Результаты для анализа, характеризующие зависимость ВРП ($X7_t$) от численности занятых в экономике ($X3_t$), полученные по сводным данным регионов России за 2004-2017 гг., приведены в таблице 6.30.

Аналитическая таблица-шаблон для уравнения рядов динамики параболического вида (АТ2) формируется аналогично таблицам АТ1 (а, б, в, г) (таблица 6.5).

Таким образом, совокупность таблиц-шаблонов 6.25, 6.28, 6.29, 6.30 с встроенными в них алгоритмами расчетов и процедур обработки информации, а также рис. 6.2 и 6.3 представляет собой 1-й модуль компьютерной модели для построения уравнений рядов динамики.

Рассмотрим особенности построения двух- и трехфакторных моделей рядов динамики.

Таблица 6.30

Параметры и статистические характеристики уравнений рядов динамики, характеризующие зависимость ВРП ($x7_t$) от численности занятых в экономике ($x3_t$), полученные по сводным данным регионов России за 2004-2017 гг.

	лин	показ	гипер	степ		параб
1	2	3	4	5	6	7
lgb				-92,78	b	-8981978,8
b	-632774	1,05E-04	741606,6	1,68E-93	m1	252,2
m	9,902	1,00029	-4,76E+10	20,14	m2	-0,0018
seb	165868	5,1787	167952,5	25,072	seb	4462704,4
sem	2,446	0,000076	1,14E+10	5,190	se1	129,4
sey	12765,3	0,399	12517,7	0,171	se2	0,0009
r2	0,577	0,544	0,594	0,557	sey	11611,1
df	12	12	12	12	r2	0,68
F	16,39	14,32	17,53	15,06	df	11
SSreg	1,96E+09	1,91E+00	1,88E+09	0,3496	F	11,7
SSresid	2,67E+09	2,27E+00	2,75E+09	0,4388	SSreg	1483004011
					SSresid	3143523914

Методика построения однофакторных и многофакторных моделей рядов динамики во многом схожи. Но имеют место и отличия, которые связаны с формированием исходных, промежуточных и аналитических таблиц-шаблонов.

Фрагмент исходной таблицы-шаблона для построения двухфакторных уравнений рядов динамики приведен в таблице 6.31

Таблица 6.31

Фрагмент таблицы-шаблона с исходными данными для построения двухфакторных уравнений рядов динамики

		Для линейного и показательного		Для гиперболического		Для степенного		
Годы	ВРП ($X7_t$)	Числ ($X3_t$)	ОФ ($X8_t$)	$1/X3_t$	$1/X8_t$	$lgX7_t$	$lgX3_t$	$lgX8_t$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
2004	11582,3	65666	32173,3	1,52E-05	3,11E-05	4,064	4,817	4,508
2005	14555,1	66407,2	34874	1,51E-05	2,87E-05	4,163	4,822	4,543
…	…	…	…	…	…	…	…	…
2017	69254,1	72065,2	183404,0	1,39E-05	5,45E-06	4,840	4,858	5,263

Продолжение таблицы 6.31

Для параболического				
$X3_t$	$X8_t$	$X3_t$^2	$X8_t$^2	$X3_t$* $X8_t$
10	11	12	13	14
65666	32173,3	4,31E+09	1,04E+09	2,11E+09
66407,2	34874	4,41E+09	1,22E+09	2,32E+09
…				
72065,2	183404,0	5,19E+09	3,36E+10	1,32E+10

Первое существенное отличие двухфакторных уравнений связано с уравнением параболического вида, которое в общем случае математически можно записать следующим образом:

$$X7_t = b + m_1 X3_t + m_2 X8_t + m_3 X3_t^2 + m_4 X8_t^2 + m_5 X3_t * X8_t.$$

В принципе это уравнение похоже на уравнение с пятью факторами.

Нами предусмотрена возможность построения еще трех вариаций двухфакторных уравнений параболического вида:

$X7_t = b + m_1 X3_t + m_2 X8_t + m_3 X3_t^2;$

$X7_t = b + m_1 X3_t + m_2 X8_t + m_4 X8_t^2;$

$X7_t = b + m_1 X3_t + m_2 X8_t + m_3 X3_t^2 + m_4 X8_t^2.$

Промежуточные таблицы-шаблоны для двухфакторных уравнений приведены в таблице 6.32 и 6.33.

Таблица 6.32

Промежуточные таблицы-шаблоны для расчета параметров и статистических характеристик двухфакторных уравнений линейного, показательного, гиперболического и степенного видов

лин	ПТ1		показ	ПТ2	
0,380	-0,005	3132,1	1,000011	1,000011	5717,63
0,019	0,652	42837,4	0,0000017	0,0000576	3,7858
0,989	2193,52		0,901	0,194	
475,3	11		50,1159765	11	
4,57E+09	5,29E+07		3,77E+00	4,13E-01	

Продолжение таблицы 6.32

степ	ТП3			гипер	ПТ4	
0,9408	0,9491	-4,6772	2,10E-05	-1686794721	-13776399641	266126,4
0,0571	1,5818	7,4376		319507674	9008555295	129690,4
0,9827	0,0352			0,885	6955,1	
312,88	11			42,3	11	
0,7748004	0,0136199			4,09E+09	5,32E+08	

Таблица 6.33

Промежуточная таблица-шаблон для расчета параметров и статистических характеристик двухфакторных уравнений параболического вида

0,00000034	-0,00073	0,2892	100,93	-3486688,1	
0,00000024	0,00015	0,0501	20,02	688144,9	
0,998	981,6				
1198,2	9				
4617856188	8671736,4				
-0,000030	0,00000060	-0,00013	2,2756	21,7197	-883549,3
0,000037	0,00000041	0,00076	2,4476	99,6963	3282683,3
0,998	1000,7				
922,3	8				
4618516095	8011830,2				

Таблица 6.34

Аналитические таблицы-шаблоны для двухфакторных уравнений линейного, показательного, гиперболического и степенного видов для зависимости ВРП ($X7_t$) от численности занятых в экономике ($X3_t$) и стоимости основных фондов ($X8_t$), построенных по данным страны за 2004-2017 гг.

	лин	показ	гиперб	степ
	параметры			
lgb				-4,68E+00
b	3132,1	5717,63	266126,4	0,000021
m1	-0,005	1,000011	-13776399641	0,9491
m2	0,380	1,000011	-1686794721	0,9408
	Стандарнтные ошибки			
seb	42837,4	3,7858	129690,4	7,4376
se1	0,6518	5,76E-05	9008555295	1,5818
se2	0,0191	1,69E-06	319507674	0,0571
sey	2193,5	0,194	6955,1	0,0352
	Индекс детерминации, F-критерий Фишера и др.			
r^2	0,989	0,901	0,885	0,9827
df	11	11	11	11
F	475,3	50,1	42,3	312,9
SSрег	5,29E+07	4,13E-01	5,32E+08	0,01362
SSост	4,57E+09	3,77E+00	4,09E+09	0,77480

Компьютерная модель на основе промежуточных таблиц-шаблонов формирует аналитические таблицы-шаблоны: для линейного, показательного, гиперболического и степенного видов (таблица 6.34) и для параболических уравнений (таблица 6.35).

Таблица 6.35

Аналитическая таблица-шаблон зависимости ВРП ($X7_t$) от численности занятых в экономике ($X3_t$) и стоимости основных фондов ($X8_t$) для двухфакторных уравнений параболического вида

	1-й вид	2-й вид	3-й вид	4-й вид
	параметры			
b	-2712152,1	-34527,7	-3486688,1	-883549,3
m1	78,290	0,490	100,93	21,7197
m2	0,3582	0,4992	0,2892	2,2756
m3	-0,000563	-0,0000006	-0,00073	-0,00013
m4			0,00000034	0,000000599
m5				-0,000030
	Стандарнтные ошибки			
seb	429250,0	38602,8	688144,9	3282683,3
se1	12,36766	0,57550	20,02	99,6963
se2	0,009595	0,050905	0,0501	2,4476
se3	0,0000890	0,00000026	0,00015	0,00076
se4			0,00000024	0,00000041
se5				0,000037
sey	1027,81	1815,01	981,6	1000,7
	Индекс детерминации, F-критерий Фишера и др.			

r^2	0,99772	0,99288	0,998	0,998
df	10	10	9	8
F	1456,52	464,81	1198,2	922,3
SSрег	10563892,08	32942619,8	8671736,4	8011830,2
SSост	4615964033	4593585305	4617856188	4618516095

Совокупность таблиц-шаблонов 6.31, 6.32, 6.33, 6.34 и 6.35, встроенных в их ячейки формул и функций и др. процедуры обработки информации представляет собой второй модуль компьютерной модели для построения уравнений рядов динамики.

На динамику изменения каждого результативного показателя оказывают влияние множество показателей факторов.

Однако из этого не следует, что чем больше показателей-факторов включаемых в модель, тем она лучше. Во-первых, большинство экономических показателей корреляционно связаны между собой. Поэтому при выявлении связей и зависимостей следует избегать одновременного включения в одно и то же уравнение показателей-факторов с высоким уровнем корреляционной связи между собой. Во-вторых, как уже отмечалось, число факторов, включенных в одну и ту же модель не должно превышать 1/3 длины временного интервала.

Из всего вышесказанного вытекает, что следует тщательно отбирать показатели-факторы, включаемые в многофакторное уравнение.

Двухфакторные модели как инструмент выявления и оценки динамических связей и зависимостей имеют существенные преимущества по сравнению с однофакторными:

- во-первых, возможность выявления совместного одновременного влияния двух показателей-факторов на результативный показатель;

- во-вторых, возможность расчета предельных норм взаимозаменяемости показателей-факторов, включенных в одно и то же уравнение;

- в-третьих, возможность оценки связей и зависимостей с помощью двухфакторных уравнений степенного вида получивших название производственных функции «Кобба-Дугласа».

Как было отмечено выше, по данным выборки длина интервала, которая составляет 14 лет (2004-2017 гг.) можно строить уравнения рядов динамики не более чем с четырьмя факторами. При этом нельзя также строить четырехфакторные уравнения параболического вида, поскольку при этом количество переменных в уравнении превысит длину интервала времени.

Таким образом, компьютерная модель позволяет строить четыре четырехфакторных уравнения (линейного, показательного, гиперболического и степенного видов).

Поскольку построение четырехфакторных уравнений не отличается существенно от двух-, трехфакторных, то нет необходимости подробно рассматривать третий модуль компьютерной модели. Поэтому ограничимся приведением таблицы-шаблона с исходными данными (таблица 6.36), таблиц-шаблонов с промежуточными данными (таблица 6.37) и аналитической таблицы-шаблона (таблица 6.38).

Совокупность таблиц-шаблонов 6.36,6.37 и 6.38 представляет собой третий модуль компьютерной модели.

Таблица 6.36

Фрагмент таблицы-шаблона для построения трехфакторных уравнений рядов динамики

		Для линейного и показательного			Для гиперболического		
годы	ВРП ($X7_t$)	Числ ($X3_t$)	ОФ ($X8_t$)	Инв ($X14_t$)	1/($X3_t$)	1/($X8_t$)	($X14_t$)
1	2	3	4	5	6	7	8
2004	11582,3	65666	32173,3	2729,8	1,52E-05	3,11E-05	3,66E-04
2005	14555,1	66407,2	34874	3534	1,51E-05	2,87E-05	2,83E-04
…	…	…	…	…	…	…	…
2017	69254,1	72065,2	183404,0	15967,0	1,39E-05	5,45E-06	6,26E-05

Продолжение таблицы 5.36

Для степенного			
$lgX7_t$	$lgX3_t$	$lgX8_t$	$lgX14_t$
9	10	11	12
4,0638	4,8173	4,5075	3,4361
4,163	4,8222	4,5425	3,5483
…	…	…	…
4,8404	4,8577	5,2634	4,2032

Таблица 6.37

Промежуточные таблицы-шаблоны для расчета параметров и статистических характеристик трехфакторных уравнений линейного, показательного, гиперболического и степенного видов

линейн	ПТ1			показат	ПТ2		
1,1334	0,2801	0,1196	-7123,6	1,000134	0,9999988	1,000026	1693,78
0,4260	0,0406	0,5252	34594,1	0,000025	0,0000024	0,000031	2,01059
0,993	1760,4	#Н/Д	#Н/Д	0,975	0,1023	#Н/Д	#Н/Д
494,3	10	#Н/Д	#Н/Д	129,8	10	#Н/Д	#Н/Д
4,6E+09	30989520	#Н/Д	#Н/Д	4,07545	0,10468	#Н/Д	#Н/Д

Продолжение таблицы 6.37

гипер	ПТ3			степ	ПТ4			
148635976	-3199476357	-14062599041	272033,2	0,3967	0,5712	0,9549	-4,4533	3,52E-05
58536514	650514923	7368037245	106086,0	0,0942	0,0949	0,9962	4,6844	
0,930	5687,83	#Н/Д	#Н/Д	0,994	0,0222	#Н/Д	#Н/Д	
44,34	10	#Н/Д	#Н/Д	531,80	10	#Н/Д	#Н/Д	
4,3E+09	3,2E+08	#Н/Д	#Н/Д	0,78351	0,00491	#Н/Д	#Н/Д	

Таблица 6.38

Аналитическая таблица-шаблон для трехфакторных уравнений линейного, показательного, гиперболического и степенного видов для зависимости ВРП($X7_t$) от численности занятых в экономике ($X3_t$) и стоимости основных фондов ($X8_t$), построенных по данным страны за 2004-2017 гг.

	лин	показ	гиперб	степ
	параметры			
b	-7123,6	1693,78	272033,2	3,52E-05
m1	0,1196	1,000026	-14062599041	0,9549
m2	0,28010	0,999999	-3199476357	0,5712
m3	1,13345	1,000134	148635975,7	0,3967
	Стандарнтные ошибки			
seb	34594,1	2,01059	106086,0	4,6844
se1	0,5252	0,000031	7368037245	0,9962
se2	0,0406	0,0000024	650514923	0,0949
se3	0,4260	0,000025	58536513,8	0,0942
sey	1760,4	0,1023	5687,83	0,0222
	Индекс детерминации, F-критерий Фишера и др.			
r^2	0,993	0,975	0,930	0,994
df	10	10	10	10
F	494,3	129,8	44,34	531,80
SSрег	30989520,2	0,10468	323513603	0,0049110
SSост	4595538405	4,07545	4303014322	0,7835093

В заключении отметим, что описанная выше трехмодульная компьютерная модель предназначена для одно-, двух-, трех- и четырехфакторных уравнений рядов динамики, выражающих «связи» и/или «связи-зависимости» между любыми социально-экономическими показателями регионов для любого из регионов, федерального округа или страны в целом за различные временные интервалы. Она позволяет также добавлять в базу данных величины показателей за новые (последующие) периоды времени и использовать их для построения и исследования уравнений рядов динамики за t=1, 2, …, n, n+1,…интервалов времени.

Отметим также, что уравнения временных рядов и рядов динамики строятся не только для аналитических целей. Важной сферой их применения является прогнозирование.

Глава 7. Модели авторегрессии и распределенным лагом времени (по данным рядов динамики РФ за 2005-2017 гг.)

7.1. Модели авторегрессии по валовому региональному продукту
(по данным РФ за 2005-2017 гг.)

В таблице 7.1 приведены величины валового регионального продукта (ВРП) РФ за 2005-2017 гг., иллюстрирующие сущность и методику подготовки исходных данных для построения моделей авторегрессии. Модель авторегрессии может быть построена для любого показателя экономического объекта, величины которого за данный момент времени корреляционно зависят от его величины за один, два и более предыдущих моментов времени.

Таблица 7.1

Исходная таблица с величинами валового регионального продукта (млрд.руб.) Российской Федерации за 2005-2017 гг. для построения моделей авторегрессии

	Yt	Yt-1	Yt-2	Yt-3	Yt-4
2005	14555,1				
2006	17999,9	14555,1			
2007	22263,3	17999,9	14555,1		
2008	28254,8	22263,3	17999,9	14555,1	
2009	34320,4	28254,8	22263,3	17999,9	14555,1
2010	32072,6	34320,4	28254,8	22263,3	17999,9
2011	37398,5	32072,6	34320,4	28254,8	22263,3
2012	45265,2	37398,5	32072,6	34320,4	28254,8
2013	49920,0	45265,2	37398,5	32072,6	34320,4
2014	54013,6	49920,0	45265,2	37398,5	32072,6
2015	58900,7	54013,6	49920,0	45265,2	37398,5
2016	64997,0	58900,7	54013,6	49920,0	45265,2
2017	69254,1	64997,0	58900,7	54013,6	49920,0
		69254,1	64997,0	58900,7	54013,6
			69254,1	64997,0	58900,7
				69254,1	64997,0
					69254,1

Примечание. Yt – объем валового регионального продукта в t – м году, млрд.руб.

Одним из таких показателей для каждого региона РФ, для федеральных округов, для страны в целом является ВРП.

При построении моделей авторегрессии возникает два важных вопроса: а) о количестве моментов времени, которое целесообразно охватить; б) о длине лага времени (один, два и т.д.).

Выбор количества моментов времени зависит от целей исследования. С нашей точки зрения, количество моментов времени должно находится в пределах не менее 5 и не более 15.

В нашем случае количество моментов времени равно 13 лет (2005-2017 гг.). Нами проводились подобные исследования и по данным за 16 лет (2002-2017 гг.). Длина лага времени (l) должна быть не менее двух. В конечном итоге выбор лага можно и целесообразно определить экспериментально в процессе расчётов.

В учебно-методической литературе рекомендуется лаг времени принимать не более 1/3 количества моментов времени. Это означает в нашем случае, что длина лага можно принять равным от одного до четырех. Такие длины лага принята и нами. Модель авторегрессии в случае лага времени равного четырем следует математически записывать в виде следующего уравнения: $Y_t = b + m_1Y_{t-1} + m_2Y_{t-2} + m_3Y_{t-3} + m_4Y_{t-4}$.

Отметим, что в экономической науке и практике принято авторегерссионные модели строить в виде линейных уравнений. С нашей точки зрения, можно строить и уравнения не линейного вида. Однако, если уравнения линейного вида является в достаточной степени приемлемым, то целесообразно строить именно линейные, поскольку: во-первых, они просты для понимания; во-вторых, их параметры экономически интерпретируемы и понятны.

С нашей точки зрения, целесообразно строить не одно уравнение авторегрессии, а систему таких уравнений. Например, если лаг принять равным четырем, то правомерно и целесообразно построить систему уравнений, включающую:

а) четыре однофакторных

$Y_t = b_1 + m_1Y_{t-1}$

$Y_t = b_2 + m_2Y_{t-2}$

$Y_t = b_3 + m_3Y_{t-3}$

$Y_t = b_4 + m_4Y_{t-4}$

б) по одной 2-х,3-х и 4-х факторных

$Y_t = b_1 + m_1Y_{t-1} + m_2Y_{t-2}$

$Y_t = b_2 + m_1Y_{t-1} + m_2Y_{t-2} + m_3Y_{t-3}$

$Y_t = b_3 + m_1Y_{t-1} + m_2Y_{t-2} + m_3Y_{t-3} + m_4Y_{t-4}$

Считаем возможным построение уравнений и с другими комбинациями переменных с лагом времени, например:

$Y_t = b_1 + m_2Y_{t-2} + m_3Y_{t-3}$

$Y_t = b_1 + m_3Y_{t-3} + m_4Y_{t-4}$ и т.д.

В конечном итоге уравнения авторегрессии, включаемые в систему следует определять после анализа их приемлемости на основе статистических характеристик, ключевыми из которых является стандартная ошибка для результативного (зависимого) показателя (sey), индекс детерминации (r^2), критерий Фишера (F-критерий) и средняя ошибка аппроксимации (А,%), определяемая по формуле

$A = sey * 100/Ycp.$, где Ycp - средняя арифметическая величина зависимого показателя.

Приведем, подробно опишем и проанализируем уравнения авторегрессии для РФ в целом. В таблице 7.2 приведены величины четырех статистических характеристик и средние арифметические величины результативного показателя (Ycp).

Таблица 7.2

Величины ключевых статистических характеристик моделей авторегрессии, построенных по сводным данным регионов в целом по стране за 2005-2017 гг.

РФ	Yt от Yt-1	Yt от Yt-2	Yt от Yt-3	Yt от Yt-4	Yt от Yt-1, Yt-2	Yt от Yt-1, Yt-2,Yt-3	Yt от Yt-1, Yt-2,Yt-3,Yt-4
sey	2565,5	3458,7	3078,0	2761,9	2803,2	2538,7	2813,1
r2	0,9788	0,9556	0,9590	0,9629	0,9741	0,9791	0,9780
F	460,8	193,5	186,9	181,5	150,2	93,5	44,4
Ycp	40708,9	42888,3	42601,4	42246	41746,7	45150,9	47439,7
A,%	6,30	8,06	7,23	6,54	6,71	5,62	5,93

В соответствии с величинами статистических характеристик из таблицы 7.2 все уравнения авторегрессии являются приемлемыми. В частности разницы между величинами индексов детерминации (r^2) и средних ошибок аппроксимации (А,%) для семи построенных уравнений весьма незначительны.

Математическая запись уравнений авторегрессии, построенных по данным валового регионального продукта РФ за 2005-2017 гг. имеет вид:

а) четырех однофакторных

$Y_t = 4069{,}5 + 1{,}0128 Y_{t-1}$

$Y_t = 8158{,}0 + 1{,}0303 Y_{t-2}$

$Y_t = 12079{,}1 + 1{,}0522 Y_{t-3}$

$Y_t = 14988{,}7 + 1{,}1035 Y_{t-4}$

б) двух, трех и четырех факторных

$Y_t = 4991{,}2 + 0{,}8288 Y_{t-1} + 0{,}1838 Y_{t-2}$

$Y_t = 7470{,}2 + 0{,}7188 Y_{t-1} - 0{,}3186 Y_{t-2} + 0{,}6397 Y_{t-3}$

$Y_t = 8614{,}1 + 0{,}5075 Y_{t-1} + 0{,}1756 Y_{t-2} + 0{,}3923 Y_{t-3} + 0{,}3563 Y_{t-4}.$

А в таблице 7.3 приведены величины параметров при лагированных переменных (мультипрликаторов). Как видно из таблицы 7.3 и из математической записи однофакторных уравнений авторегрессии величины мультипликаторов при лаге времени l=1,2,3,4 возрастают с 1,0128 (при l=1) до 1,1035 (при l=4).

Таблица 7.3

Величины параметров моделей авторегрессии, построенных по сводным данным регионов РФ в целом по стране за 2005-2017 гг.

	Yt от Yt-1	Yt от Yt-2	Yt от Yt-3	Yt от Yt-4	Yt от Yt-1, Yt-2	Ytот Yt-1, Yt-2,Yt-3	Ytот Yt-1, Yt-2,Yt-3,Yt-4
m1	1,0128				0,8288	0,7158	0,5075
m2		1,0303			0,1838	-0,3186	-0,1756
m3			1,0522			0,6397	0,3923
m4				1,1035			0,3563

Абсолютная разница составляет 0,0907 млрд. руб., а относительная 8,7%.

В многофакторных моделях мультипликаторы можно суммировать. В нашем случае для двух, трех и четырех факторных уравнениях суммы составляют соответственно 1,0126;1,0399 и 1,0305 млрд.руб. Как видно из данных 7.3 от величины отдельных мультипликаторов могут оказаться отрицательными. В нашем случае, например мультипликаторы при переменной Y_{t-2} в 3-х и 4-х факторных уравнениях.

7.2. Модели с распределенным лагом времени для ВРП от инвестиций (по данным РФ за 2005-2017 гг.)

На уровне региональной экономики ключевыми показателями являются валовой региональный продукт, характеризующий объем производства, стоимость основных фондов, численность занятых в экономике и объем инвестиций (величины ресурсов).

Модели, выражающие зависимость ВРП от трех ресурсов принято называть производственными функциями. Особую известность получила модель, математическая запись которой имеет вид:

$Y = A * K^{\alpha} * L^{\beta}$, где Y – ВРП, K – стоимость основных фондов, L – численность занятых в экономике.

Построить модель означает по заданным совокупностям величины Y, K, L рассчитать A, α, β, которые называются параметрами.

С нашей точки зрения, если в модель включить инвестиции (третий ресурс) ценность модели существенно возрастает.

Модели производственных функций принято строить для совокупности однотипных экономических объектов за один временной период. Например, для различных групп регионов за какой-либо год.

Однако, с нашей точки зрения, такие модели можно строить для отдельного экономического объекта по данным ряда последовательных моментов времени (например, для РФ, для отдельных федеральных округов, для отдельных регионов по данным за 5-10 и более лет).

Особое место среди трех ресурсов занимают инвестиции. Стоимость основных фондов и численность занятых в экономике – два основных ресурса, без которых производство продукции вообще невозможно. При этом сами эти ресурсы являются относительно независимыми от объемов продукции. В отличие от этих двух ресурсов: во-первых, объем продукции в меньшей степени зависит от инвестиций; во-вторых, объемы инвестиций в значительно большей степени сами зависят от объемов продукции; в-третьих, стоимость основных фондов и численность занятых в экономике зависят от объемов инвестиций, поскольку инвестиции используются для обновления и увеличения основных фондов, а также для повышения квалификации работников; в-четвертых, объем продукции в данный момент времени зависит не только от инвестиций за этот момент, но и от инвестиций за несколько предыдущих моментов времени.

Иными словами, для объемов ВРП можно строить так называемые модели с распределенным лагом времени, выражающие их зависимость от инвестиций. Математическая запись такой модели в случае линейной зависимости имеет вид:

$$Y_t = b + m * I_t + m_1 * I_{t-1} + m_2 * I_{t-2} + \cdots + m_l I_{t-l},$$

где Y_t, I_t – объемы продукции (ВРП) и инвестиций в момент времени t; t=1, 2,…,T; T- количество моментов времени; l - длина лага времени.

Настоящая статья посвящена построению моделей с распределённым лагом времени по данным ВРП (млрд. руб.) в целом по РФ и объемов инвестиций за 2005 – 2017 гг. Эти данные приведены в таблице 7.4.

Таблица 7.4

Величины ВРП и объемов инвестиций в целом по РФ за 2005–2017 гг. (млрд. руб.)

	2005	**2006**	**2007**	**2008**	**2009**	**2010**	
Yt	14555,1	17999,9	22263,3	28254,8	34320,4	32072,6	
It	3534,0	4580,5	6298,1	8764,9	7930,3	9151,4	
	2011	**2012**	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**
Yt	37398,5	45265,2	49920,0	54013,6	58900,7	64997,0	69254,1
It	10776,8	12568,8	13255,5	13527,7	14555,9	14639,8	15967,0

Длина лага времени должна составить, по нашему мнению, не более одной третьей от количества моментов времени. В нашем случае T=13. Следовательно, длина лага времени меньше или равна четырех (l=13/3≈4). Это означает, что длина лага в нашем случае может составить: 1, 2, 3 и 4.

В таблице 7.5 приведены данные, с помощью которых можно строить модели с распределенным лагом от одного до четырех.

Модели с распределённым лагом принято строить линейного вида. Математическая запись в общем виде в нашем случае будет следующей:

$$Y_t = b + m * I_t + m_1 * I_{t-1} + m_2 * I_{t-2} + m_3 * I_{t-3} + m_4 * I_{t-4}.$$

Коэффициенты перед переменными, выражающими объемы инвестиций, называются мультипликаторами. Они показывают, сколько ВРП (в млрд. руб.) приходится на 1 млрд. руб. инвестиций при каждом лаге времени. Знак (-) при мультипликаторе означает, что инвестиции при этом

Таблица 7.5

Исходная таблица с величинами ВРП и инвестиций регионов Российской Федерации за 2005-2017 гг. для построения моделей с распределенным лагом времени, млрд.руб.

РФ	ВРП	Инвестиции				
	Yt	It	It-1	It-2	It-3	It-4
2005	14555,1	3534,0				
2006	17999,9	4580,5	3534,0			
2007	22263,3	6298,1	4580,5	3534,0		
2008	28254,8	8764,9	6298,1	4580,5	3534,0	
2009	34320,4	7930,3	8764,9	6298,1	4580,5	3534,0
2010	32072,6	9151,4	7930,3	8764,9	6298,1	4580,5
2011	37398,5	10776,8	9151,4	7930,3	8764,9	6298,1
2012	45265,2	12568,8	10776,8	9151,4	7930,3	8764,9
2013	49920,0	13255,5	12568,8	10776,8	9151,4	7930,3
2014	54013,6	13527,7	13255,5	12568,8	10776,8	9151,4
2015	58900,7	14555,9	13527,7	13255,5	12568,8	10776,8
2016	64997,0	14639,8	14555,9	13527,7	13255,5	12568,8
2017	69254,1	15967,0	14639,8	14555,9	13527,7	13255,5
			15967,0	14639,8	14555,9	13527,7
				15967,0	14639,8	14555,9
					15967,0	14639,8
						15967,0

лаге времени оказывают отрицательное влияние на ВРП в данном периоде (2017 гю). Мультипликаторы можно суммировать. В нашем случае сумма равна 4,5115 (-1,6126+3,1518+0,5755-0,0737+2,4705=4,5115). Это означает на 5,0 млрд. руб. инвестиций, вложенных по 1,0 млрд. руб. при лагах времени равны 0, 1, 2, 3, 4 ВРП возрастает на 4,5115 руб. Модель с распределенным лагом можно строить для разных временных периодов.

В таблице 7.6 приведены величины мультипликаторов за три интервала времени (2006-2017=12 лет, 2007-2017=11 лет, 2008-2017=10 лет), а в таблице 7.7 - величины параметров и ключевых статистических характеристик однофакторных моделей с распределенным лагом времени, построенных по сводным данным регионов в целом по стране за 2005-2017 гг.

Таблица 7.6

Величины мультипликаторов за три интервала времени (2006-2017=12 лет, 2007-2017=11 лет, 2008-2017=10 лет)

	m	m_1	m_2	m_3	m_4	Сумма
2006-2017	0,7469	1,1137	0,2522	0,2522	1,7995	4,1645
2007-2017	2,0530	2,0118	-0,6413	1,0118	1,3195	5,7548
2008-2017	2,0699	2,9402	0,1708	-0,6386	1,8369	6,3792

Ниже приведена модель с распределенным лагом времени *l*=4, по данным регионов РФ за 2005-2017 гг.:

$$Y_t = 6297{,}0 + 1{,}6126 * I_t + 3{,}1518 * I_{t-1} + 0{,}5755 * I_{t-2} - 0{,}0737 * I_{t-3} + 2{,}3705 * I_{t-4}$$

Отметим, что величины мультипликаторов при отдельных лагированных переменных, выражающие объемы инвестиций за какие-либо временные периоды могут оказаться отрицательными.

Как видно из таблицы 7.7 по четырем статистическим характеристикам все уравнения с распределённым лагом времени, выражающие зависимость ВРП от объемов инвестиций являются примерно равно приемлемыми.

Таблица 7.7

Величины параметров и ключевых статистических характеристик однофакторных и многофакторных моделей с распределенным лагом времени, построенных по сводным данным регионов в целом по стране за 2005-2017 гг.

а) для однофакторных моделей

	Yt от It	Yt от It-1	Yt от It-2	Yt от It-3	Yt от It-4
b	-4153,0	324,3	6822,9	12424,9	16344,2
m	4,3025				
m1		4,2712			
m2			4,0175		
m3				3,8738	
m4					3,8907
sey	4152,6	3287,7	4241,0	4467,8	3270,8
r2	**0,9506**	**0,9651**	**0,9332**	**0,9135**	**0,9479**
F	211,7	276,7	125,7	84,5	127,4
Ycp	40708,9	42888,3	42601,4	42246,0	41746,7
A,%	**10,20**	**7,67**	**9,96**	**10,58**	**7,83**

б) для многофакторных моделей

	Yt от It	Yt от It, It-1	Yt от It, It-1,It-2	Yt от It, It-1,It-2, It-3	Yt от It, It-1, It-2, It-3,It-4
b	-4153,0	-2199,2	-3787,4	-5537,6	6297,0
m	4,3025	1,3616	1,4907	1,2551	-1,6126
m1		3,0212	2,4021	2,8300	3,1518
m2			-0,6631	0,0243	0,5755
m3				0,6616	-0,0737
m4					2,4705
sey	4152,6	3233,1	3244,2	3248,9	2032,3
r2	**0,9506**	**0,9696**	**0,9696**	**0,9714**	**0,9914**
F	211,7	143,7	74,4	42,5	69,0
Ycp	40708,9	45150,9	47439,7	49571,3	51477,7
A,%	**10,20**	**7,16**	**6,84**	**6,55**	**3,95**

Главный интерес в моделях с распределенным лагом времени представляют мультипликаторы при лаговых переменных. Их величины в однофакторных уравнениях для зависимости ВРП от объемов инвестиций с увеличением лага времени уменьшается, что вполне естественно; инвестиции предыдущих периодов оказывают меньше влияния на рост ВРП.

В трех, четырех и пяти факторных уравнениях (при *l*=2; *l*=3;*l*=4) суммарные величины мультипликаторов с увеличением длины лага возрастают с 3,2297 (*l*=2) до 5,5115 млрд.руб. (*l*=4).

При лагах при *l*=1,2 и *l*=1,2,3,4 имеются и отрицательные мультипликаторы.

7.3. Модель с распределенным лагом времени для зависимости ВРП от ИТ-затрат

Модель с распределенным лагом времени имеет вид:

$$Y_t = f(X_t, X_{t-1}, \dots, X_{t-l}),$$

где Y_t – величина зависимого экономического показателя, X_t – величины показателя-фактора, t – моменты времени, t-1, 2, …, T; T - моменты времени; *l*=0, 1, 2 … - величины лага времени.

В настоящем исследовании поставлена цель построить модели с распределенным лагом времени, выражающие зависимость ВРП от затрат на информатизацию по данным РФ за 2005-2017 гг., а также особенности моделей при разных лагах времени и при разном количестве моментов времени. С нашей точки зрения следует строить не одну, а систему моделей с распределенным лагом времени. В частности, целесообразно строить одну, двух и более факторные модели вида:

$Y_t = f(X_{t-l})$ – однофакторная, $Y_t = f(X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-l})$, l – лаг времени - многофакторная.

Для построения уравнений с распределенным лагом времени целесообразно создать таблицу 7.8 с величинами валового регионального продукта и ИТ-затрат по данным РФ за 2005-2017 гг.

Таблица 7.8

Величины ВРП и ИТ-затрат по данным РФ за 2005-2017 гг., иллюстрирующие сущность и методику подготовки исходных данных для построения модели с распределенным лагом времени

РФ	ВРП	Затраты на ИКТ				
	Y_t	IT_t	IT_{t-1}	IT_{t-2}	IT_{t-3}	IT_{t-4}
2005	14555,1	215,3				
2006	17999,9	252,0	215,3			
2007	22263,3	299,4	252,0	215,3		
2008	28254,8	372,7	299,4	252,0	215,3	
2009	34320,4	421,4	372,7	299,4	252,0	215,3
2010	32072,6	515,6	421,4	372,7	299,4	252,0
2011	37398,5	603,0	515,6	421,4	372,7	299,4
2012	45265,2	842,7	603,0	515,6	421,4	372,7
2013	49920,0	1245,7	842,7	603,0	515,6	421,4
2014	54013,6	1052,2	1245,7	842,7	603,0	515,6
2015	58900,7	1184,2	1052,2	1245,7	842,7	603,0
2016	64997,0	1249,2	1184,2	1052,2	1245,7	842,7
2017	69254,1	1487,6	1249,2	1184,2	1052,2	1245,7
			1487,6	1249,2	1184,2	1052,2
				1487,6	1249,2	1184,2
					1487,6	1249,2
						1487,6

Эта таблица иллюстрирует сущность и методику подготовки исходных данных для построения модели с распределенным лагом времени. Модель с распределенным лагом времени может быть построена для результативного экономического показателя, величины которого зависят от какого-либо показателя-фактора не только за данный момент времени, но и от их величин за один, два и более предшествующих моментов времени.

Примерами таких показателей является валовой региональный продукт и ИТ-затраты: для любого региона, для федерального округа, для страны в целом. При построении уравнений с распределенным лагом времени возникает два важных вопроса: а) о выборе количества моментов времени, которое целесообразно охватить; б) о длине лага времени (один, два и т.д.).

Выбор количества моментов зависит от целей и задач исследования. По нашему мнению, количество моментов времени должно быть не менее 7-10 и не более 15-20. В нашем случае количество моментов времени равно 13 лет (2005-2017 гг.).

Длина лага времени должна быть не менее двух и не более одной треть количества моментов времени. В нашем случае лаг времени принят равным четырем (13:3≈4). Такие модели могут быть одно и многофакторными.

Многофакторная модель с распределенным лагом времени в нашем случае должна иметь следующую математическую запись:

$$Y_t = b + m_1X_t + m_2X_{t-1} + m_3X_{t-2} + m_4X_{t-3} + m_5X_{t-4},$$

где Y_t – ВРП, млрд. руб., X_t – объем ИТ-затрат, млрд. руб.

Отметим, что в экономической науке и практике принято модели с распределенным лагом времени строить в виде линейных уравнений. С нашей точки зрения, можно строить и уравнения нелинейного вида. Однако, если уравнения линейного вида является в достаточной степени приемлемым, то целесообразно строить именно линейного вида. Во-первых, они просты для понимания; во-вторых, их параметры интерпретируемы и понятны. С нашей точки зрения целесообразно строить не одно уравнение, которое приведено нами выше, а систему уравнений с распределенным лагом времени. Например, если лаг времени принять равным четырем (как в нашем случае), то правомерно построение системы уравнений, включающей:

а) пять однофакторных

$$Y_t = b + mX_t;$$
$$Y_t = b_1 + m_1X_{t-1};$$
$$Y_t = b_2 + m_2X_{t-2};$$
$$Y_t = b_3 + m_3X_{t-3};$$
$$Y_t = b_4 + m_4X_{t-4};$$

б) по одной двух, трех, четырех и пятифакторных

$$Y_t = b + m_1X_t + m_2X_{t-1};$$
$$Y_t = b + m_1X_t + m_2X_{t-1} + m_3X_{t-2};$$
$$Y_t = b + m_1X_t + m_2X_{t-1} + m_3X_{t-2} + m_4X_{t-3};$$
$$Y_t = b + m_1X_t + m_2X_{t-1} + m_3X_{t-2} + m_4X_{t-3} + m_5X_{t-4}.$$

В систему можно включать уравнения и с другими комбинациями переменных с лагом времени, например, $Y_t = b + m_2 X_{t-2} + m_3 X_{t-3}$;

$Y_t = b + m_2 X_{t-2} + m_4 X_{t-4}$; $Y_t = b + m_3 X_{t-3} + m_4 X_{t-4}$ и др.

В конечном итоге количество уравнений с распределенным лагом времени, включаемое в систему уравнений, следует определить после анализа их приемлемости по статистическим характеристикам, ключевыми из которых являются стандартная ошибка для результативного (зависимого) показателя (sey), индекс детерминации (r^2), критерий Фишера (F-критерий) и средняя ошибка аппроксимации (А,%), рассчитываемая по формуле

$A = \frac{sey*100}{Y_{cp}}$, где Y_{cp} – средняя арифметическая величина результативного (зависимого) показателя (Y_t).

В таблице 7.9 приведены величины четырех статистических характеристик однофакторных и многофакторных моделей с распределенным лагом времени, построенных по сводным данным регионов в целом по стране за 2005-2017 гг.: стандартной ошибки (sey), индекса детерминации (r^2), критерия Фишера (F) и средней ошибки аппроксимации (А).

Таблица 7.9

Величины ключевых статистических характеристик моделей с распределенным лагом времени, построенных по сводным данным регионов в целом по стране за 2005-2017 гг.

а) однофакторных моделей

	Y_t от IT_t	Y_t от IT_{t-1}	Y_t от IT_{t-2}	Y_t от IT_{t-3}	Y_t от IT_{t-4}
sey	4360,9	4901,7	5073,502	5419,0	5596,3
r^2	0,9437	0,9195	0,9002	0,8663	0,8387
F	184,3	114,2	81,2	51,8	36,4
A, %	10,77	11,49	11,30	11,49	11,36
Ycp	40506,8	42669,4	44912,1	47177,0	49279,5

б) многофакторных моделей

	Y_t от IT_t	Yt от ITt, ITt-1	Yt от ITt, ITt-1, ITt-2	Yt от ITt, ITt-1, ITt-2, ITt-3	Yt от ITt, ITt-1, ITt-2, ITt-3,ITt-4
sey	4360,9	3667,6	3022,4	2469,6	2524,3
r^2	0,9437	0,9594	0,9725	0,9826	0,9859
F	184,3	106,5	82,4	70,8	42,1
A, %	10,77	8,60	6,73	5,23	5,12
Ycp	40506,8	42669,4	44912,1	47177,0	49279,5

Как видно из таблиц 7.9 все построенные нами модели с распределенным лагом времени являются приемлемыми. Величины sey в однофакторных моделях возрастают с 4360,9 до 5596,3, а в многофакторных – уменьшаются; величины r^2 в однофакторных уменьшаются, а в многофакторных – увеличиваются. Величины средней ошибки аппроксимации (А,%) увеличиваются весьма незначительно в однофакторных, а в многофакторных – уменьшаются.

В таблице 7.10, 7.11 приведены величины параметров (мультипликаторов) однофакторных и многофакторных моделей с распределенным лагом времени, построенных по сводным данным регионов в целом по стране за 2005-2017 гг.

Таблица 7.10

Величины параметров однофакторных моделей с распределенным лагом времени, построенных по сводным данным регионов в целом по стране за 2005-2017 гг.

	Yt от ITt	Yt от ITt-1	Yt от ITt-2	Yt от ITt-3	Yt от ITt-4
b	11704,2	15722,67	20731,5	25790,0	30229,1
m	38,5590				
m1		39,27639			
m2			38,0385		
m3				36,7470	
m4					35,9601

Таблица 7.11

Величины параметров моделей с распределенным лагом времени, построенных по сводным данным регионов в целом по стране за 2005-2017 гг. при лаге времени от 0 до 4

	Yt от ITt	Yt от ITt, ITt-1	Yt от ITt, ITt-1, ITt-2	Yt от ITt, ITt-1, ITt-2, ITt-3	Yt от ITt, ITt-1, ITt-2, ITt-3, ITt-4
b	11704,2	13510,8	15896,3	18260,6	20017,9
m	38,5590	22,9	18,3741	15,1791	12,0351
m1		16,1	7,8084	6,6623	6,8043
m2			12,4033	7,2543	6,9868
m3				9,0207	5,0479
m4					7,4485

Как видно из таблицы 7.10, при увеличении лага времени мультипликаторы при лагированных переменных, выражающих объемы ИТ-затрат, в однофакторных уравнениях уменьшаются. Согласно данных таблицы 7.11 в многофакторных уравнениях с распределенным лагом времени, выражающих зависимости ВРП от объемов ИТ-затрат, нет закономерности в изменении суммарных величин мультипликаторов; они различаются весьма незначительно и колеблются в пределах от 38,1 (в четырехфакторных моделях) до 39,0 млрд.руб. (в двухфакторных).

Ниже приведена математическая запись системы построенных нами моделей с распределённым лагом времени:

а) однофакторных

$Y_t = 11566{,}1 + 38{,}9 * IT_t;$

$Y_t = 15516{,}2 + 39{,}8 * IT_{t-1};$

$Y_t = 20506{,}2 + 38{,}7 * IT_{t-2};$

$Y_t = 25222{,}7 + 38{,}2 * IT_{t-3};$

$Y_t = 29957{,}9 + 37{,}0 * IT_{t-4}.$

б) 2-х, 3-х, 4-х и 5-ти факторных

$Y_t = 13350{,}1 + 22{,}6 * IT_t + 16{,}9 * IT_{t-1};$

$$Y_t = 15723{,}7 + 17{,}8 * IT_t + 8{,}8 * IT_{t-1} + 12{,}4 * IT_{t-2};$$
$$Y_t = 18244{,}7 + 14{,}2 * IT_t + 7{,}1 * IT_{t-1} + 5{,}2 * IT_{t-2} + 12{,}6 * IT_{t-3};$$
$$Y_t = 19854{,}4 + 11{,}6 * IT_t + 7{,}1 * IT_{t-1} + 5{,}0 * IT_{t-2} + 9{,}5 * IT_{t-3} + 6{,}1 * IT_{t-4}.$$

7.4. Модельно-компьютерный инструментарий для построения уравнений авторегрессии и с распределенным лагом времени.

Выше нами рассмотрена методика построения и анализа уравнений авторегрессии и с распределённым лагом времени по данным показателей регионов за 2005-2017 гг. в целом по стране. Такие же модели целесообразно построить и проанализировать для каждого из 8-ми федеральных округов и для каждого из 80-ти регионов. Итого для 89-ти объектов. Вряд ли кому захочется одни и те же расчеты выполнять 89 раз.

Модели построены по данным за 13 лет (2005-2017 гг.). Такие же модели можно строить и за любые другие временные интервалы от пяти и более лет.

Модели можно строить, исключая из рассмотрения данные за любой момент времени (за любой год) с целью анализировать влияние данных различных моментов на параметры и характеристики моделей.

Модели можно строить, разбивая исходный временной интервал на две, три и более частей с целью выявления особенностей параметров и статистических характеристик за различные временные интервалы и сравнительного анализа происходящих изменений.

Иными словами, возникает необходимость многократно строить одни и те же модели, таблицы для исходных, промежуточных и аналитических данных и другие элементы, связанные с построением моделей. Отличаются для каждого объекта лишь исходные данные. Следовательно, все расчеты и процедуры обработки информации можно автоматизировать. Для этого достаточно создать компьютерную модель, включающую:

1) таблицу с исходными данными (см. таблицу 7.1);

2) таблицы-массивы для расчета параметров и характеристик уравнений авторегрессии с помощью встроенной функции «ЛИНЕЙН» из MS Excel. Такие таблицы-массивы имеют вид:

m_p	m_{p-1}	…	m_2	m_1	b
se_p	$se_{(p-1)}$	…	se_2	se_1	se_b
r^2	se_y	#	#	#	#
F	df	#	#	#	#
SSresid	SSreg	#	#	#	#

Количество строк таблиц-массивов равно пяти, а количество столбцов (p+1), где p-количество лагированных переменных уравнения авторегрессии.

В частности, нами созданы четыре однофакторных (т. е. с одним лагированным переменным) и три многофакторных (двух, трех и четырех соответственно) таблиц-массивов;

3) аналитическая таблица с величинами параметров и статистических характеристик, формируемая автоматически по данным таблиц-массивов имеет следующий вид:

	Y_t от Y_{t-1}	Y_t от Y_{t-2}	...	Y_t от Y_{t-1}, Y_{t-2}, Y_{t-3}, Y_{t-4}
	1	2	...	7
b	+	+		+
m_1	+			+
m_2		+		+
m_3				+
m_4				+
se_b	+	+		+
se_1	+			+
se_2		+		+
se_3				+
se_4				+
se_y	+	+		+
r^2	+	+		+
df	+	+		+
F	+	+		+
SSreg	+	+		+
SSressid	+	+		+

4) математическая запись уравнений автокорреляции:

а) однофакторные

$Y_t = b_1 + m_1 Y_{t-1}$

$Y_t = b_2 + m_2 Y_{t-2}$

$Y_t = b_3 + m_3 Y_{t-3}$

$Y_t = b_4 + m_4 Y_{t-4}$

б) двух, трех и четырех факторные

$Y_t = b_1 + m_1 Y_{t-1} + m_2 Y_{t-2}$

$Y_t = b_2 + m_1 Y_{t-1} + m_2 Y_{t-2} + m_3 Y_{t-3}$

$Y_t = b_3 + m_1 Y_{t-1} + m_2 Y_{t-2} + m_3 Y_{t-3} + m_4 Y_{t-4}$.

Для выполнения всех расчетов в таблицах-массивах в каждую таблицу-массив вводится встроенная функция «ЛИНЕЙН», которая методом наименьших квадратов рассчитывает (как человек в уме) величины (b, m_1, m_2,..., m_p) всех параметров, стандартные ошибки для них (se_b, se_1,…, se_p) , а также шесть статистических характеристик для уравнения авторегрессии в целом (sey, r^2, df, F, SSreg, SSressid).

В учебнике по «эконометрике» можно найти формулы для каждого из параметров и статистических характеристик.

Глава 8. Оценка тенденций в динамике социальных показателей регионов РФ с помощью уравнений временных рядов и рядов динамики.

8.1.Оценка тенденций в динамике среднедушевых денежных доходов, расходов и среднемесячной заработной платы с помощью уравнений временных рядов

Среди социально-экономических показателей регионов РФ, публикуемых в ежегодниках Росстата «Россия в цифрах» особого внимания заслуживают три: среднедушевые денежные доходы и расходы (в месяц, в руб.) и среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работников организаций (руб.). Величины этих показателей характеризуют уровень жизни населения страны. В таблице 8.1 приведены величины этих показателей по стране в целом по данным Росстата за 2005-2017 гг.

Таблица 8.1

Величины среднедушевых денежных доходов, расходов (в месяц, в руб.) и среднемесячной номинальной начисленной заработной платы работников организаций (руб.) по Российской Федерации за 2005-2017 гг.

	доходы	**расходы**	**зарплата**
	Dt	**Rt**	**ZPt**
2005	7938	7848	8550
2006	9947	9764	10728
2007	12551	12104	13527
2008	15136	15111	17226
2009	16887	16851	18795
2010	18553	18213	21193
2011	20701	20378	23693
2012	28880	22871	26822
2013	25647	25530	29960
2014	27755	27688	32611
2015	30225	30462	33981
2016	30738	30497	36746
2017	31477	31022	39144
ср.знач	**21264**	**20641**	**24075**
2017 к 2005	**3,97**	**3,95**	**4,58**

Согласно этим данным среднемесячные доходы и расходы на душу населения страны в 2017 г. выросли в 3,97 и 3,95 раз соответственно. При этом оба показателя ежегодно росли; исключение составило снижение доходов в 2013-2014 гг.; величины доходов были несколько выше, чем расходов (исключением оказался 2015 г.).Заработная плата ежегодно росла, в 2017 г. она оказалась выше, чем в 2005 г. в 4,58 раз (заметно выше, чем рост доходов и расходов); в 2012 г. заработная плата оказалась меньше, чем среднедушевые доходы.

Среднемесячные величины доходов, расходов и заработной платы за 13 лет (2005-2017 гг.) по РФ составили 21264, 20641 и 24075 руб.

В таблице 8.2 приведены среднемесячные величины трех рассматриваемых показателей за 2005-2017 гг., а также коэффициенты роста в 2017 г. к 2005 г. по стране в целом, по Северо-Кавказскому федеральному округу и по Республике Дагестан.

Таблица 8.2

Средние величины доходов, расходов
заработной платы (руб.) и темпы их роста в 2017 г. к 2005 г. (раз)

	доходы	**расход**	**зарпл**
	Dt	**Rt**	**ZPt**
	Российская Федерация (РД)		
ср.знач	**21264**	**20641**	**24075**
2017 к 2005	**3,97**	**3,95**	**4,58**
	Северо-Кавказский федеральный округ (СКФО)		
ср.знач	15106	13435	14849
2017 к 2005	5,07	4,48	5,10
	Республика Дагестан (РД)		
ср.знач	17887	14172	12885
2017 к 2005	6,17	6,68	6,00

По таблице8.2 можно сформулировать ряд выводов, в частности следующие:

- по СКФО и РД величины трех рассматриваемы показателей существенно ниже, чем по стране в целом;

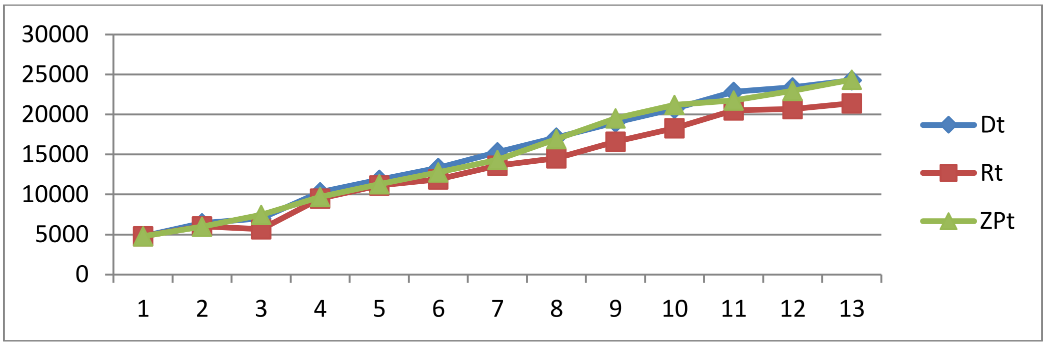
- по РД эти показатели выше, чем по СКФО.

- максимальными являются коэффициенты роста всех трех показателей в 2017 г. к 2005 г. по Республике Дагестан.

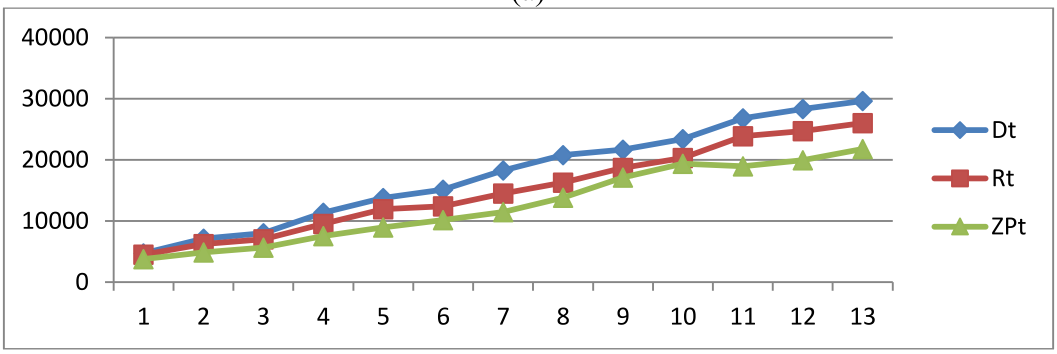
- по СКФО коэффициенты роста выше, чем по стране в целом.

Перейдем к выявлению и оценке тенденций в динамике изменения среднемесячных величин доходов, расходов и заработной платы. Поскольку тенденции имеют стохастический характер, то их наличие и вид требуется доказать на основе расчета и анализа показателей, называемых статистическими характеристиками. Сущность этих характеристик и методика их расчёта можно найти в учебной литературе по статистике, математике и эконометрике. Таких характеристик более двух десятков, но для оценки приемлемости уравнений, выражающих тенденции рассматриваемых показателей достаточен, с нашей точки зрения, расчёт и анализ нескольких статистических характеристик. Описать тенденцию в динамике изменения экономического показателя означает построить математическую модель, называемую уравнением временного ряда.

Наличие тенденций в динамике изменения отдельного показателя можно и следует проверять графически. Такие графики, построенные нами для трех рассматриваемых показателей по данным Северо-Кавказского федерального округа и Республики Дагестан за 2005-2017 гг. приведены на рис 8.1.



(а)



(б)

Рис.8.1. Графики, выражающие тенденции в динамике изменения среднедушевых денежных доходов, расходов (в месяц, в руб.) и среднемесячной номинальной начисленной заработной платы работников организаций (руб.), по данным СКФО (а) и РД (б) за 2005-2017 гг.

Графики показывают наличие тенденций в динамике изменения всех трех показателей по обоим экономическим объектам. Их виды близки к линейным. Но, как нами будет показано ниже, тенденции могут быть описаны как линейными, так и нелинейными видами уравнений временных рядов.

Чтобы построить уравнение временного ряда, требуется рассчитать её параметры. Таких параметров для уравнений линейного, показательного, степенного и гиперболического вида два, а для параболического вида три. В MS Excel эти параметры обозначены b, m (для четырех видов уравнений) и b, m_1, m_2 - для параболического уравнения. Их математическая запись имеет вид:

$$Y_t = b + m * t; Y_t = b * m^t; \quad Y_t = b * t^m; \quad Y_t = b * m * \frac{1}{t};$$

$$Y_t = b + m_1 * t + m_2 * t^2,$$

где Y_t - величина экономического показателя в момент временит; t=1,2,...,T– последовательность величин фактора времени (т.е. последовательность моментов времени).

Величины параметров и статистических характеристик могут быть рассчитаны в MS Excel с помощью двух встроенных функций «ЛИНЕЙН» и «ЛГРФПРИБЛ».

Поскольку невозможно заранее однозначно определить наличие и вид уравнения,то следует, по нашему мнению, рассчитывать параметры и статистические характеристики уравнений всех пяти видов, а затем, сравнивая их, выявлять степень приемлемости каждого из этих пяти видов. Для одновременного построения всех пяти уравнений нами предложена компьютерная модель, включающая следующие компоненты: таблицу 8.3 с исходными данными; таблицу 8.4 с результатами расчётов, сформированную в виде пяти массивов данных (её можно назвать промежуточной таблицей); аналитическую таблицу 8.5, создаваемую по таблице 8.4; встроенные математические функции из Excel для выполнения четырех арифметических действий, возведения в степень, извлечения корня, логарифмирования и др.; статистические функции (коррел, пирсон, квпирсон, отрезок, наклон, стошух, ЛИНЕЙН, ЛГРФПРИБЛ и др.).

Таблица 8.3

Исходные данные для построения пяти видов уравнений временных рядов для показателя «доходы» по данным РФ за 2005-2017 гг.

	D_t	t	t^2	1/t	lgY_t	lgt
	1	2	3	4	5	6
2005	7938	1	1	1,0000	3,8998	1,0000
2006	9947	2	4	0,5000	3,9978	0,8010
2007	12551	3	9	0,3333	4,0987	0,8105
2008	15136	4	16	0,2500	4,1801	0,8521
2009	16887	5	25	0,2000	4,2276	0,8990
2010	18553	6	36	0,1667	4,2685	0,9448
2011	20701	7	49	0,1429	4,3160	0,9880
2012	28880	8	64	0,1250	4,4606	1,0281
2013	25647	9	81	0,1111	4,4091	1,0654
2014	27755	10	100	0,1000	4,4434	1,1000
2015	30225	11	121	0,0909	4,4804	1,1323
2016	30738	12	144	0,0833	4,4877	1,1625
2017	31477	13	169	0,0769	4,4980	1,1909
ср.знач	**21264**	**7**				
2017 к 2005	**3,97**					

В таблицах 8.3, 8.4 и 8.5 компьютерной модели приведены величины параметров и статистических характеристик для пяти видов уравнений временных рядов, построенных нами по данным показателя среднедушевые месячные доходы (D_t, руб.) по стране в целом за 2005-2017 гг. Наиболее важными из статистических характеристик для оценки приемлемости уравнений временных рядов являются индекс детерминации (r^2) и стандартная ошибка для результативного экономического показателя (sey). Предпочтительность индекса детерминации состоит в том, что по его величине можно проводить сравнительный анализ степени корреляции разных видов уравнений.

Таблица 8.4

Таблица с массивами данных (величин параметров и статистических характеристик) для пяти видов уравнений временных рядов, выражающих тенденции изменения среднедушевых денежных доходов по РФ за 2005-2017 гг.

линейн		показат		степен	
					1301,8
2096,7	6587,6	1,1193	8851,5	1,1776	3,1146
140,6	1116,4	0,0104	0,0822	0,2901	0,2918
0,9528	1897,5	0,9150	0,1398	0,5997	0,1317
222,2	11	118,4	11	16,5	11
8,001E+08	3,960E+07	2,313E+00	2,149E-01	2,859E-01	1,909E-01
гиперб		парабол			
-25665,3	27542,5	-72,9	3117,7	4034,9	
6031,8	2096,8	38,0	547,2	1665,5	
0,6221	5371,2	0,9655	1701,6	#Н/Д	
18,1	11	140,0	10	#Н/Д	

Таблица 8.5

Аналитическая таблица с массивами данных (величин параметров и статистических характеристик) для пяти видов уравнений временных рядов, выражающих тенденции изменения среднедушевых денежных доходов по РФ за 2005-2017 гг.

	линейн	показат	степен	гиперб		параб
	D_t от t					
lgb			3,1146		b	4034,9
b	6587,6	8851,5	1301,8	27542,5	m1	3117,7
m	2096,7	1,1193	1,1776	-25665,3	m2	-72,9
seb	1116,4	0,0822	0,2918	2096,8	seb	1665,5
sem	140,6	0,0104	0,2901	6031,8	se1	547,2
sey	1897,5	0,1398	0,1317	5371,2	se2	38,0
r^2	0,9528	0,9150	0,5997	0,6221	sey	1701,6
df	11	11	11	11	r^2	0,9655
F	222,2	118,4	16,5	18,1	df	10
SSreg	3,960E+07	2,149E-01	1,909E-01	3,173E+08	F	140,0
SSresid	8,001E+08	2,313E+00	2,859E-01	5,223E+08	SSreg	28954824
A,%	8,92	3,23	3,04	25,26	SSresid	2,895E+07
Срзнач	21264	4,3276	4,3276	21264	A,%	8,00
					Срзнач	21264

Так, по величине индекса детерминации пять видов уравнений временных рядов для показателя «среднедушевые денежные доходы» для РФ по данным за 2005-2017 гг. можно расположить в следующей последовательности: параболический (0,9655), линейный (0,9528), показательный (0,9150), гиперболический (0,6221) и степенной (0,5997).

В соответствии с экономической теорией все пять уравнений являются приемлемыми по r^2, но в разной степени: для первых трех уравнений этот индекс существенно больше, чем для двух вторых; первые три вида уравнений и вторые два вида уравнения можно считать равно приемлемыми между собой.

По стандартной ошибке для результативного показателя (sey) нельзя проводить сравнительный анализ приемлемости различных видов уравнений временных рядов для одного и того же показателя.Но на ее основе можно определить другой показатель- среднюю ошибку аппроксимации (А, %), по которой можно сравнивать уравнения. Эта ошибка рассчитывается по формуле $A = \frac{sey*100}{Y_{cp}}$. При этом Y_{cp} для уравнений показательного и степенного вида определяется как $(\lg Y)_{cp}$ поскольку для уравнений показательного и степенного вида стандартная ошибка рассчитывается не по исходным данным Y_t, а по их логарифмам lgY_t.

При этом принято считать, что если величина средней ошибки аппроксимации (А, %), меньше 10%, то приемлемость уравнения «хорошая». Следовательно, приемлемость четырех уравнений хорошая, неудовлетворительным является лишь уравнение гиперболического вида (А=25,26%).

Т.о., в соответствии с величинами трех статистических характеристик четыре вида уравненияиз пяти рассматриваемых можно считать приемлемыми.

После оценки приемлемости принято приводить математическую запись приемлемых видов уравнений. Ниже приведена математическая запись четырех уравнений временных рядов построенных нами по данным РФ за 2005-2017 гг. для показателя «среднедушевые доходы»

$D_t = 6587{,}6 + 2096{,}7 * t$ -линейный;

$D_t = 8851{,}5 * 1{,}1193^t$- показательный;

$D_t = 1301{,}8 * t^{1,1776}$ - степенной;

$D_t = 4034{,}9 + 3117{,}7 * t - 72{,}9 * t^2$- параболический.

Приемлемые виды уравнений следует анализировать. В частности, провести анализ четырех видов уравнений временных рядов для показателя «среднедушевые доходы», математическая запись, которой приведена выше, означает рассчитать и провести анализ двух показателей: предельного эффекта и индекса детерминации. Предельный эффект рассчитывается по формуле производной $\partial D_t/\partial t$, а коэффициент эластичности - по формуле

$$E_{D_t} = \frac{\partial D_t}{\partial t} * \frac{t}{D_t}.$$

Предельный эффект показывает на сколько абсолютных единиц изменится величина среднедушевых денежных доходов D_t (в месяц, в руб.), если фактор t увеличится на единицу. Коэффициент эластичности показывает, на сколько процентов изменится показатель D_t, если фактор t изменится на 1%.

Величины предельного эффекта и индекса детерминации для уравнений временных рядов для показателя «доходы» в целом по стране по данным за 2005-2017 гг. приведены в таблице 8.6.

Таблица 8.6

Величины предельных эффектов и коэффициентов эластичности для уравнений временных рядов, выражающих тенденции изменения среднедушевых денежных доходов (в месяц, в руб.)

	линейн	показат.
$\frac{\partial D_t}{\partial t}$	2096,7	$8851{,}5 * 1{,}1193^{t-1}$
E_{D_t}	$\frac{2096{,}7 * t}{D_t}$	$\frac{8851{,}5 * (2 * 1{,}1193^{t-1})}{D_t}$
	степен.	парабол.
$\frac{\partial D_t}{\partial t}$	1,1776*1301,8*$t^{0,1776}$	m_1+2m_2*t
E_{D_t}	1,1776	$\frac{(m_1 + 2m_2 * t) * t}{D_t}$

Приемлемость не одного, а четырех уравнений временных рядов для описания и оценки тенденций позволяет: во-первых, получить аналитическую информацию по каждому виду уравнения для анализа тенденций, поскольку в экономике с её стохастическим характером не существуют однозначных тенденций даже для одного отдельно взятого показателя; во-вторых, разработать варианты прогнозов по каждому виду уравнения.

Разработанная в MS Excel компьютерная модель для построения пяти видов уравнений временных рядов, апробированная нами на показателе «доходы» использована для построения уравнений временных рядов для показателей «среднедушевые расходы» за месяц и среднемесячную заработную плату. Для этого были созданы две копии компьютерной модели, построенной для показателя «доходы» и в каждой копии величины показателя «доходы» (столбца D_t) заменены величинами показателей «расходы» (R_t) и «зарплата» (ZP_t). При этом все расчетные показатели в копиях пересчитываются компьютерной моделью автоматически. В таблицах 8.7, 8.8 и 8.9 приведены величины индексов детерминации (таблица 8.7), средней ошибки аппроксимации (таблица 8.9), а также параметра m четырех видов уравнений временных рядов и параметров m_1 и m_2 уравнений параболического вида (таблица 8.9).

Проанализируем данные этих таблиц:

- по величине индекса детерминации (r^2) уравнения временных рядов параболического, линейного и степенного видов равноприемлемы для всех

Таблица 8.7

Величины индекса детерминации (r^2) для уравнений временных рядов, выражающих тенденции изменения среднедушевых денежных доходов, расходов (в месяц, в руб.) и среднемесячной номинальной начисленной заработной платы работников организаций (руб.) по данным РФ, СКФО и РД за 2005-2017 гг., %

	линейн	показат	степен	гиперб	параб
		D_t от t			
РФ	0,9528	0,9150	0,5997	0,6221	0,9655
СКФО	0,9922	0,9367	0,6265	0,5993	0,9942
РД	0,9945	0,9296	0,5932	0,6003	0,9953
		R_t от t			
РФ	0,9881	0,9424	0,6214	0,6180	0,9916
СКФО	0,9837	0,9303	0,6590	0,5780	0,9847
РД	0,9923	0,9574	0,6441	0,5551	0,9937
		ZP_t от t			
РФ	0,9976	0,9507	0,6300	0,6007	0,9979
СКФО	0,9913	0,9471	0,6451	0,5838	0,9922
РД	0,9800	0,9589	0,6785	0,5352	0,9803

Таблица 8.8

Величины средней ошибки аппроксимации для уравнений временных рядов, выражающих тенденции изменения среднедушевых денежных доходов, расходов (в месяц, в руб.) и среднемесячной номинальной начисленной заработной платы работников организаций (руб.) по данным РФ, СКФО и РД за 2005-2017 гг., %

	линейн	показат	степен	гиперб	параб
		D_t от t			
РФ	**8,92**	**3,23**	**3,04**	**25,26**	**8,00**
СКФО	4,12	3,36	3,55	29,54	3,73
РД	3,65	3,78	3,95	31,21	3,56
		R_t от t			
РФ	**4,46**	**2,63**	**2,92**	**25,31**	**3,93**
СКФО	5,83	3,45	3,31	29,69	5,94
РД	4,41	2,91	3,65	33,61	4,20
		ZP_t от t			
РФ	**2,13**	**2,56**	**3,05**	**27,58**	**2,09**
СКФО	4,44	3,10	3,49	30,68	4,41
РД	7,40	3,02	3,67	35,70	7,70

трёх показателей; имеющиеся различия между величинами r^2 весьма незначительны;

- уравнения степенного и гиперболического видов также приемлемы, но существенно уступают трем остальным; между собой они равно приемлемы;

- различия в степени приемлемости по r^2 незначительны и между объектами (РФ, ЦФО, ЮФО, СКФО, РД);

- по величине средней ошибки аппроксимации уравнения гиперболического вида оказались неприемлемыми для всех объектов по трём рассматриваемым показателям; остальные уравнения по величинам А примерно равно приемлемы($A < 10\%$).

Таблица 8.9

Величины коэффициента регрессии (m) для уравнений временных рядов, выражающих тенденции изменения среднедушевых денежных доходов, расходов (в месяц, в руб.) и среднемесячной номинальной начисленной заработной платы работников организаций (руб.) по данным РФ, СКФО и РД за 2005-2017 гг., %

	линейн	показат	степен	гиперб		параб
Для m		**D_t от t**			**m_1**	**m_2**
РФ	2096,7	1,1193	1,1776	-25665,3	3117,7	-72,9
СКФО	1726,7	1,1422	1,4027	-20330,9	2051,7	-23,2
РД	2133,3	1,1543	1,4790	-25109,2	2375,8	-17,3
		R_t от t				
РФ	2065,3	1,1193	1,1806	-24745,4	2583,1	-37,0
СКФО	1497,4	1,1365	1,3889	-17389,6	1692,1	-13,9
РД	1861,0	1,1521	1,4981	-21087,4	1571,9	20,7
		ZP_t от t				
РФ	2580,1	1,1288	1,2726	-30331,4	2762,9	-13,1
СКФО	1728,6	1,1441	1,4330	-20096,5	1950,3	-15,8
РД	1603,1	1,1586	1,5971	-17948,8	1489,3	8,1

Таким образом, по двум ключевым статистическим характеристикам (r^2 и A) все построенные нами уравнения временных рядов (кроме гиперболического вида) являются приемлемыми.

Перейдем к анализу величин параметров m, m_1 и m_2, которые являются ключевыми аналитическими показателями уравнений временных рядов.

Согласно данным таблицы 8.9 нами построены по 18 уравнений временных рядов для каждого из трех показателей (итого 54). Естественно, нет необходимости (и даже возможности) приводить здесь математическую запись и детально анализировать каждое из них.

Анализ уравнений предполагает определение и оценку для каждого из них двух показателей, представляющих важный экономический интерес: предельного эффекта и коэффициента эластичности.

Сущность этих показателей и методика их расчета рассмотрена выше (см. таблицу 8.6) на примере уравнений временных рядов для показателя «среднедушевые доходы» (в месяц, руб., D_t).

Поэтому ниже в таблице 8.10 приведены не формулы расчета предельных эффектов и коэффициентов эластичности, а их величины за три момента времени 2005, 2010 и 2017 гг., т.е. при t=1; 7 и 13).

Как видно из таблицы 8.11 по величинам доходов, расходов и заработной платы в целом по РФ полученным по линейным уравнениям временных рядов при всех значениях t занимают 2-е место среди пяти уравнений; полученным по показательным уравнениям при t=1; 13 занимают 1-е место, а при t=7 – 3-е место; полученным по параболическим уравнениям при t=1; 13 занимают 3-е место, а при t=7 – 1- место.

Таблица 8.10

Величинысреднедушевых денежных доходов, расходов (в месяц, в руб.) и среднемесячной номинальной начисленной заработной платы работников организаций (руб.), рассчитанные для РФ, СКФО и РД по уравнениям временных рядов, выражающих тенденции изменения, при t=1, 7 и 13

(а)	**t**	**t^2**	**1/t**	
	1	**1**	**1,0000**	
	7	**49**	**0,1429**	
	13	**169**	**0,0769**	
линейн	показат	степен	гиперб	параб
8684	9908	1302	1877	7080
21264	19488	12875	23876	22285
33844	38332	26689	25568	32240

(б)		линейн	показат	степен	гиперб	параб
РФ	дох	8684	9908	1302	1877	7080
		21264	19488	12875	23876	22285
		33844	38332	26689	25568	32240
	расх	8250	9642	1258	1949	7436
		20641	18957	12511	23160	21159
		33033	37274	25982	24791	32220
	з/плата	8594	10561	1173	1164	8307
		24075	21848	13958	27162	24258
		39556	45198	30688	29162	39269
СКФО	дох	4746	6058	536	-251	4235
		15106	13450	8209	17175	15431
		25466	29863	19561	18516	24955
	расх	4451	5590	495	300	4145
		13435	12043	7386	15205	13630
		22420	25944	17451	16351	22114
	з/плата	4478	5881	490	-331	4129
		14849	13187	7963	16894	15071
		25221	29570	19334	18219	24872
РД	дох	4824	6518	515	-1343	4443
		17624	15421	9162	20179	17866
		30424	36480	22888	21835	30043
	расх	3912	5659	423	-851	4367
		15078	13233	7810	17224	14789
		26244	30944	19743	18615	26698
	з/плата	2958	4514	278	-981	3137
		12577	10917	6222	14403	12463
		22196	26400	16724	15587	22374

Таблица 8.11

Величины предельных эффектов и коэффициентов эластичности для уравнений временных рядов, выражающих тенденции изменения среднедушевых денежных доходов, расходов (в месяц, в руб.) и среднемесячной номинальной начисленной заработной платы работников организаций (руб.), рассчитанные для РФ, СКФО и РД по уравнениям временных рядов, выражающих тенденции их изменения при t=1, 7 и 13.

(а)	линейн		степен		параб	
	dDt/dt	**EDt**	**dDt/dt**	**EDt**	**dDt/dt**	**EDt**
РФ	**2096,7**	**0,2414**	**1533,0**	**1,1776**	**3044,8**	**0,4301**
	2096,7	**0,6902**	**2165,9**	**1,1776**	**2607,2**	**0,8189**
	2096,7	**0,8054**	**2417,5**	**1,1776**	**3117,7**	**1,2572**
СКФО	1726,7	0,3638	751,3	1,4027	2028,4	0,4789
	1726,7	0,8001	1645,0	1,4027	1889,2	0,8570
	1726,7	0,8814	2110,7	1,4027	2051,7	1,0688
РД	2133,3	0,4422	762,2	1,4790	2358,5	0,5308
	2133,3	0,8473	1935,8	1,4790	2254,6	0,8833
	2133,3	0,9116	2604,0	1,4790	2375,8	1,0281
(б)						
	dRt/dt	**ERt**	**dRt/dt**	**ERt**	**dRt/dt**	**ERt**
РФ	**2065,3**	**0,2504**	**1484,8**	**1,1806**	**2546,1**	**0,3424**
	2065,3	**0,7004**	**2110,0**	**1,1806**	**2324,2**	**0,7689**
	2065,3	**0,8128**	**2359,5**	**1,1806**	**2583,1**	**1,0422**
СКФО	1497,4	0,3365	687,6	1,3889	1678,2	0,4049
	1497,4	0,7802	1465,5	1,3889	1594,8	0,8190
	1497,4	0,8683	1864,3	1,3889	1692,1	0,9947
РД	2133,3	0,4422	762,2	1,4790	2358,5	0,5308
	2133,3	0,8473	1935,8	1,4790	2254,6	0,8833
	2133,3	0,9116	2604,0	1,4790	2375,8	1,0281
(в)						
	dZPt/dt	**EZPt**	**dZPt/dt**	**EZPt**	**dZPt/dt**	**EZPt**
РФ	**2580,1**	**0,3002**	**1493,0**	**1,2726**	**2749,8**	**0,3310**
	2580,1	**0,7502**	**2537,6**	**1,2726**	**2671,5**	**0,7709**
	2580,1	**0,8480**	**3004,0**	**1,2726**	**2762,9**	**0,9147**
СКФО	1728,6	0,3860	702,0	1,4330	1934,4	0,4685
	1728,6	0,8149	1630,1	1,4330	1839,4	0,8544
	1728,6	0,8910	2131,2	1,4330	1950,3	1,0194
РД	1603,1	0,5420	444,2	1,5971	1497,4	0,4774
	1603,1	0,8923	1419,7	1,5971	1546,2	0,8685
	1603,1	0,9390	2054,6	1,5971	1489,3	0,8653

По СКФО: по линейным уравнениям по всем трем показателям – 2-е место; по показательным уравнениям при t=1; 13 1- е место, а при t=7 – 3-е место; по параболическим уравнениям при t=1; 13 3-е место, а при t=7 – 1-е место.

По РД: по линейным уравнениям по доходам – 2-е место; по расходам и заработной плате при t=1; 13 3-е место, а при t=7 – 1-е место; по параболическим уравнениям по доходам при t=1; 13 3-е место, а при t=7 – 1-е место; по расходам и заработной плате при t=7 все 2-е места.

В нормально функционирующей экономике соотношение между тремя показателями (доходы – D_t, расходы – R_t и заработная плата – ZP_t) должна выражаться следующим соотношением: $ZR_t > D_t > R_t$.

Таблица 8.12

РФ	дох	расх	з/пл
Предельный эффект	2097	2065	2530
Коэффициент элластичности	1,178	1,181	1,479
СКФО			
Предельный эффект	1727	1497	1729
Коэффициент элластичности	1,403	1,389	1,433
РД			
Предельный эффект	2133	2133	1603
Коэффициент элластичности	1,479	1,479	1,597

По стране в целом и по Северо-Кавказскому ФО эти соотношения соблюдаются (см.таблицу 8.12). По РД величина предельного эффекта по зарплате меньше, чем по доходам и расходам, а коэффициент эластичности – выше.

8.2. Оценка тенденций в динамике взаимосвязей среднедушевых денежных доходов, расходов и среднемесячной заработной платы с помощью уравнений рядов динамики

Уравнения временных рядов являются необходимыми инструментами при выявлении, описании и анализе тенденций в динамике изменения как отдельно взятого экономического показателя, так и каждого из группы взаимосвязанных показателей.

Однако только по уравнениям временных рядов недостаточно и невозможно выявлять и анализировать тенденции. Для этого требуется проверять наличие тенденций в динамике во взаимосвязи между показателями путем построения уравнений рядов динамики.

При этом на динамические изменения одного из показателей могут влиять как один, так и несколько (два и более) других показателей.

Методику построения уравнений рядов динамики покажем на примере трех рассматриваемых нами показателей.

Различие между показателями видно из их названий: доходы и расходы определяются на каждого жителя страны (на душу населения) независимо от того работает он или нет, а заработная плата рассчитывается в среднем на одного работающего.

Сущность и особенности трех показателей иллюстрируют данные таблицы 8.13. В первой строке приведены величины шести социально-экономических показателей по данным Росстата за 2017 г. Во второй строке приведены данные, характеризующие удельный вес занятых в численности населения (49,1%), а также соотношение величин доходов и расходов (в %) к

Таблица 8.13

2017 г.	Численность населения на 1 января 2018 г., тыс. чел	Среднегодовая численность занятых , тыс. чел	Среднедушевые денежные доходы (в месяц, руб)	Среднедушевые денежные расходы (в месяц, руб)	Среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работников организаций, руб.	ВРП, млрд.руб.
В денежных единицах	146880,4	72065,2	31477	31022	39144	69254,1
В процентах	100,0	49,1	80,4	79,3	100,0	
Суммарные, млрд.руб.			55480,3	54678,3	33851,0	
В процентах к суммарной зарплате			163, 9	161,5	100,0	
Dt к Rt			101,5	100,0		

заработной плате (заработная плата принята за 100%). В третьей строке приведены суммарные величины доходов, расходов и заработной платы за год, а в четвертой строке – отношение суммарных доходов и расходов к суммарной заработной плате.

Как видно из таблицы 8.13, суммарные годовые доходы в 1,64, а расходы в 1,62 раза больше суммарной заработной платы. Представляет интерес сравнение ВРП и суммарных доходов: ВРП в 1,25 раз больше доходов.

Перейдем к вопросу о взаимосвязях между тремя показателями: приоритетным среди них является заработная плата, поскольку она является платой за работу. Доходы и расходы являются зависимыми в первую очередь от заработной платы. Два других показателя (доходы, расходы) являются корреляционно взаимосвязанными друг с другом.

С математической точки зрения любой из трех показателей можно рассматривать как зависимый от двух других.С экономической точки зрения совокупности данных по доходам и расходам являются корреляционно зависимыми от совокупности данных по заработной плате.

Отметим, что следует различать понятия «корреляционная зависимость» и «корреляционная связь». В нашем случае совокупности данных по доходам и расходам корреляционно зависят от совокупности данных по заработной плате. А совокупность данных по заработной плате корреляционно связана, а не зависит от совокупности по доходам и расходам.

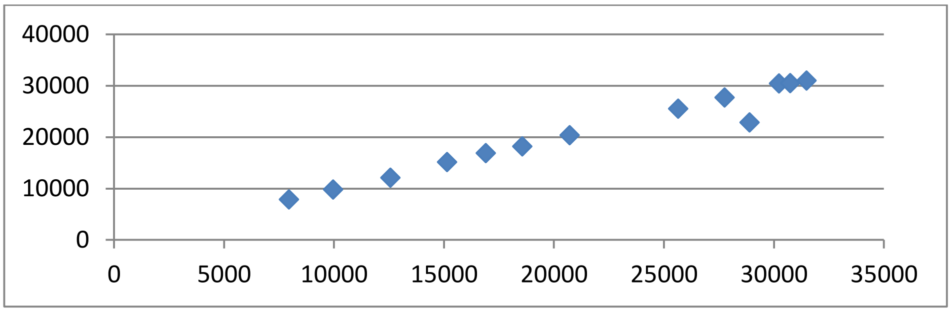
Точно также с экономической точки зрения совокупность данных по расходам корреляционно зависит от данных по доходам, а данные по доходам корреляционно связаны с данными по расходам.

На рис. 8.2 приведены графики, выражающие тенденции в динамике взаимосвязей среднедушевых денежных доходов, расходов (в месяц, в руб.) и среднемесячной номинальной начисленной заработной платы работников организаций (руб.),по данным РФ за 2005-2017 гг.

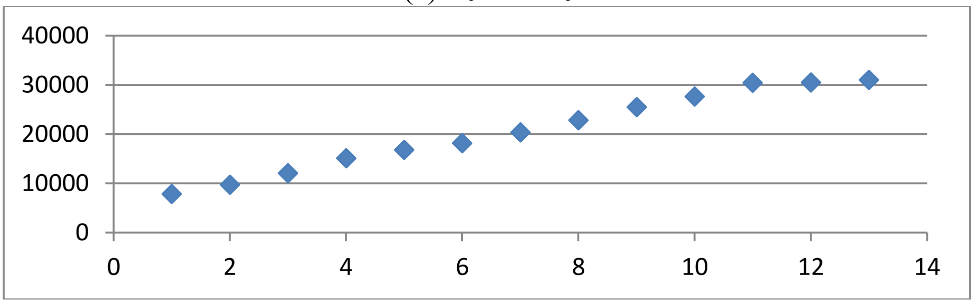
Отметим, что при исследовании взаимосвязей (зависимостей), тенденций по совокупностям данных речь идет о корреляционных связах (зависимостях), т.е. приближенных, а не точных и однозначных.Чтобы выявить и описать связи (зависимости) следует знать вид зависимости. Для совокупностей данных невозможно заранее знать вид зависимостей. Поэтому возникает необходимость проверить на приемлемость разные виды.

Наиболее простыми и понятными из видов связей (зависимостей) являются линейные. Если имеют место зависимости, то следует выявить и описать их в первую очередь. В частности, в нашем случае целесообразно построить следующие линейные уравнения рядов динамики:

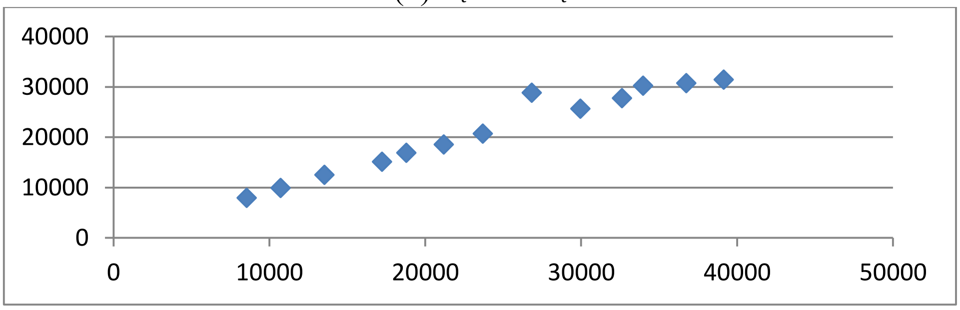
$$D_t = b_4 + m_4 * ZP_t; \;\; R_t = b_5 + m_5 * ZP_t; \; R_t = b_6 + m_6 * D_t.$$



(а) R_t от D_t



(б) R_t от ZP_t



(в) D_t от ZP_t

Рис.8.2. Графики, выражающие тенденции в динамике взаимосвязей среднедушевых денежных доходов, расходов (в месяц, в руб.) и среднемесячной номинальной начисленной заработной платы работников организаций (руб.), по данным РФ за 2005-2017 гг.

Исходя из вышесказанного, нами построены три корреляционные уравнения рядов динамики, выражающие зависимости: R_t от D_t, R_t от ZP_t и D_t от ZP_t. Исследованы на приемлемость три вида уравнений рядов динамики:

линейные, степенные и показательные. Уравнения построены по данным за 2005-2017 гг. в MS Excel с помощью статистических функций «ЛИНЕЙН» и «ЛГРФПРИБЛ».

Сущность методики формирования таблицы с исходными данными и массивами данных с величинами параметров и статистических характеристик иллюстрируют данные таблицы 8.14.

Таблица 8.14

Таблица с исходными данными (а) и таблица (б) для вывода на печать массивов с величинами параметров и статистических характеристик уравнений рядов динамики по данным РФ за 2005-2017 гг.

	расходы	**доходы**	**расходы**	**зарплата**	**доходы**	**зарплата**
(а)	**R_t**	**D_t**	**R_t**	**ZP_t**	**D_t**	**ZP_t**
2005	7848	7938	7848	8550	7938	8550
2006	9764	9947	9764	10728	9947	10728
…	…	…	…	…	…	…
2017	31022	31477	31022	39144	31477	39144
ср.знач	**20641**	**21264**	**20641**	**24075**	**21264**	**24075**
(б)	**R_t от D_t**	**линейн**	**R_tот ZP_t**		**D_t от ZP_t**	
	0,9489	**464,6**	**0,8007**	**1363,6**	**0,8133**	**1682,9**
	0,0567	1288,5	0,0228	591,9	0,0521	1351,4
	0,9622	1642,4	**0,9911**	795,1	**0,9568**	1815,3
	280,2	11	1231,7	11	243,8	11
	7,560E+08	2,967E+07	7,787E+08	6,954E+06	8,034E+08	3,625E+07
	ср.знач	**20641**		**20641**		**21264**
	А,%	**7,96**		**3,85**		**8,54**
(в)	**R_t от D_t**	**показат**	**R_t от ZP_t**		**D_tот ZP_t**	
(г)	**R_t от D_t**	**степен**	**R_t от ZP_t**		**D_t от ZP_t**	

Для последующего анализа как представляющие, с нашей точки зрения, наибольший интерес в таблице 8.15 приведены величины трех ключевых статических характеристик индекса детерминации (r^2), стандартной ошибки (sey) и средней ошибки аппроксимации (А,%), а также величины параметров (b и m) уравнений рядов динамики, построенных нами по данным РФ за 2005-2017 гг.

По данным таблицы8.15, можно сформулировать следующие выводы:

- по r^2 и А все три уравнения рядов динамики приемлемы $0,9227 \le r^2 < 0,9911$;

- по r^2 степенные уравнения более приемлемы, чем линейные, а линейные – более чем показательные;

- по А (%) степенные уравнения приемлемее, чем показательные, а показательные – более чем линейные;

- величины А (%) колеблются в пределах: для линейных 3,85-7,96;для показательных 2,45-3,08; для степенных 0,26-0,67;

Таблица 8.15

Величины индекса детерминации, стандартной ошибки и средней ошибки аппроксимации, а также параметров уравнений рядов динамики линейного, показательного и степенного видов, построенных по данным РФ за 2005-2017 гг.

	линейн			**показат**		
2005-2017	Rt от Dt	Rt от ZPt	Dt от ZPt	Rt от Dt	Rt от ZPt	Dt от ZPt
r^2	0,9622	0,9911	0,9568	0,9454	0,9499	0,9227
sey	1642,4	795,1	1815,3	0,1103	0,1057	0,1333
A,%	7,96	3,85	8,54	2,56	2,45	3,08
b	464,6	1363,6	1682,9	6201,8	6604,9	6784,5
m	0,9489	0,8007	0,8133	1,0000525	1,0000438	1,0000438
	степен					
r^2	0,9813	0,9970	0,9804			
sey	0,0280	0,0113	0,0291			
A,%	0,65	0,26	0,67			
b	1,2376	1,6992	1,6378			
m	0,9756	0,9327	0,9392			

-по величинам r^2 и по А (%) три рассматриваемых видов уравнений занимаемают ниже приведенные места:

	линейн.	показат.	степен.
R_t от D_t	2-е	2-е	2-е
R_t от ZP_t	1-е	1-е	1-е
D_t от ZP_t	3-е	3-е	3-е

Представляют интерес величины предельной эффективности и коэффициентов эластичности, которые можно рассчитывать для уравнений рядов динамики.

Пусть имеет место зависимость $Y_t=f(X_t)$. Предельная эффективность представляет собой частную производную по показателю-фактору, т.е.$\frac{\partial Yt}{\partial Xt}$. а коэффициент эластичности рассчитывается по формуле $EXt = \frac{\partial Yt}{\partial Xt} * \frac{Xt}{Yt}$.

В случае линейного вида уравнения (Yt=b+m*Xt) величина предельной эффективности, а в случае уравнения степенного вида ($Yt=b*Xt^m$) величина коэффициента эластичности равны коэффициенту регрессии (m).

Учитывая сказанное, ниже в таблице приведены величины предельной эффективности для линейных уравнений и величины коэффициентов эластичности для уравнений степенного вида, построенных нами для взаимосвязей между величинами доходов (D_t), расходов (R_t) и заработной платы (ZP_t):

Для зависимостей	Предельные эффективности, руб.		Коэффициенты эластичности, %	
R_t от D_t	$(\partial R_t/\partial D_t)$	0,9489	$(\partial R_t/\partial D_t)/(D_t/ R_t)$	0,9756
R_t от ZP_t	$(\partial R_t/\partial ZP_t)$	0,8007	$(\partial R_t/\partial ZP_t)/(ZP_t/R_t)$	0,9327
D_t от ZP_t	$(\partial D_t/\partial ZP_t)$	0,8113	$(\partial D_t/\partial ZP_t)/(ZP_t/D_t)$	0,9392

Предельные эффективности показывают величины зависимых (результативных) показателей, приходящих на 1 руб. показателей-факторов, а коэффициенты эластичности - на какую величину (в %) увеличатся величины зависимых (результативных) показателей, если показатель-фактор увеличится на 1 %.

Для выявления и описания тенденций, а также оценки показателей построенных уравнений рядов динамики (параметров; статистических характеристик, аналитических показателей, рассчитываемых на основе построенных уравнений и др. целей) целесообразно построение модельно-компьютерного инструментария. Такой инструментарий необходим поскольку расчеты, связанные с решением вышеназванных задач приходится выполнять многократно: во-первых, для каждого из 80-ти регионов РФ (одни и те же расчеты выполнить 80 раз); во-вторых, для каждого из регионов за различные временные интервалы (за пять, шесть и более моментов времени); в-третьих, для оценки тенденций путем построения и сравнительной оценки уравнений за разные временные интервалы (например, провести сравнительную оценку тенденций для каждого из регионов РФ за 2005-2017 гг.).

Для построения уравнений, приведенных в таблице 8.14, при применении ручных технологий потребовалось бы многократно выполнить одни и те же расчеты.

Разработка модельно-компьютерного инструментария позволяет исключить многократное выполнение одних и тех же расчётов.

Возможны три методики применения модельно-компьютерного инструментария:

а) первая – путем изменения количества записей в исходных, промежуточных и аналитических информационных таблицах;

б) вторая – путем копий модельно-компьютерного инструментария и замены исходных данных показателей данными других показателей;

в) третья – путем копирования модельно-компьютерного инструментария и замены исходных данных за один временной интервал данными за другой временной интервал.

В таблице 8.16 приведены величины трех статистических характеристик (sey, r^2, A) и параметров (b, m) уравнений рядов динамики, построенных по данным РФ за 2005-2010 гг. (6 лет) и за 2010-2017 гг. (за 8 лет) (а в таблице 7.15 приведены такие же показатели уравнений, построенных по данным за 2005-2017 гг., т.е. за 13 лет).

Особый интерес представляет анализ величин параметра (m) уравнений линейного и степенного видов, которые приведены в таблице 8.17.

Напомним, что параметр (m) в случае уравнений линейного вида равен предельной эффективности ($\partial R_t/\partial D_t$; $\partial R_t/\partial ZP_t$; $\partial D_t/\partial ZP_t$), а в случае уравнений степенного вида – коэффициентам эластичности ($E_{Rt/Dt}$; $E_{Rt/ZPt}$; $E_{Dt/ZPt}$).

Таблицы 8.16

Величины параметров уравнений рядов динамики линейного, показательного и степенного видов (b и m) и трех ключевых статистических характеристик (индекса детерминации (r^2), стандартной ошибки (sey) и средней ошибки аппроксимации (A,%),построенных по данным РФ за 2005-2010 и 2011-2017 гг.

2005-2010	**Rtот Dt**	**линейн**	**RtотZPt**		**Dt отZPt**	
m, b	0,9964	-138,1	0,8349	788,8	0,8372	941,4
r^2,sey	0,9982	192,6	0,9974	234,8	0,9974	234,9
A,%		1,45		1,76		1,74
		показат				
m, b	1,0000799	4337,3	1,0000667	4685,0	1,0000661	4802,7
r^2,sey	0,9883	0,0399	0,9819	0,0495	0,9785	0,0535
A,%		0,97		1,20		1,30
		степен				
m, b	1,0077	0,9164923	0,9397	1,5890	0,9316	1,7428
r^2,sey	0,9985	0,0061	0,9987	0,0057	0,9981	0,0069
A,%		0,15		0,14		0,17
2011-2017		линейн				
m, b	0,9414	638,8	0,7424	3274,6	0,5790	9475,1
r^2,sey	0,7178	2421,3	0,9428	1090,6	0,7080	2216,5
A,%		8,99		4,05		7,94
		показат				
m, b	1,0000370	9488,1	1,0000288	10633,6	1,0000222	13656,8
r^2,sey	0,7284	0,0926	0,9352	0,0452	0,6867	0,0893
A,%		2,09		1,02		2,01
		степен				
m, b	0,9449	1,6903	0,8989	2,4138	0,6971	20,2838
r^2,sey	0,7201	0,0408	0,9591	0,0156	0,7151	0,0370
A,%		0,92		0,35		0,83

Таблица 8.17

Величины предельных эффектов и коэффициентов эластичности (параметра (m)) уравнений рядов динамики, построенных по данным РФ за 2005-2017 гг.

	линейных уравнений			степенных уравнений		
	R_tот D_t	R_tот ZP_t	D_tот ZP_t	R_tот D_t	R_tот ZP_t	D_tот ZP_t
2005-2010	0,9964	0,8349	0,8372	1,0077	0,9397	0,9316
2010-2017	0,9359	0,7692	0,6865	0,9474	0,9260	0,8306
2005-2017	0,9489	0,8007	0,8133	0,9756	0,9327	0,9392

Представляет интерес сравнительная оценка предельных эффектов и коэффициентов эластичности для РФ, федеральных округов, регионов за разные временные интервалы.

Так, согласно таблице 8.17 предельной эффективности расходов по отношению к доходам в случае линейного уравнения $R_t=f(D_t)$, т.е. $\partial R_t/\partial D_t$ составил 0,9964 (по данным за 2005-2010 гг.) и 0,9359 (по данным за 2010-2017 гг.), т.е. если D_t увеличить на 1 руб., то R_t увеличился бы на 0,9964 руб.

по данным первого временного интервала и на 0,9359 руб. по данным второго временного интервала. Факт является положительным, поскольку на 1 руб. доходов расходов во втором периоде стало меньше.

Величины предельного эффекта заработной платы к расходам ($\partial R_t/\partial ZP_t$) и к доходам ($\partial D_t/\partial ZP_t$) во втором периоде (2010-2017 гг.) также уменьшились по сравнению с первым (2005-2010). Факт – тоже положительный.

В соответствии с уравнениями рядов динамики степенного вида коэффициент эластичности доходов по отношению к расходам ($E_{Rt/Dt}$) составил 1,0077%, т.е. увеличение доходов на 1% сопровождается увеличением расходов на 1,0077% (т.е. более чем на один процент), что является фактом нежелательным. Во втором периоде (2010-2017гг.) ситуация изменилась в положительном направлении; на 1% роста доходов рост расходов составил 0,9474%. Во всех остальных случаях рост показателя-фактора на 1% сопровождается ростом результативного (зависимого) показателя менее, чем на 1%. При этом величины коэффициента эластичности во всех трех уравнениях во втором периоде уменьшились, что является фактом положительным.

Аналогичные расчеты и их анализ можно провести для любого федерального округа, для любого региона. В частности такие расчеты нами выполнены для ЮФО, СКФО и Республики Дагестан, представляющие для нас больший интерес, чем другие регионы.

В таблице 8.16 были приведены величины параметров уравнений рядов динамики линейного и степенного видов (b и m) и трех ключевых статистических характеристик (r^2, sey и A,%), построенных по данным РФ за 2005-2010 гг. и 2010-2017 гг. Аналогичные данные уравнений рядов динамики линейного и степенного видов, построенных по данным ЮФО, СКФО и РД за 2005-2010 и 2010-2017 гг., приведены в таблицах 8.18 и 8.19.

Таблицы 8.18

Величины параметров уравнений рядов динамики линейного и степенного видов (b и m) и трех ключевых статистических характеристик (r^2, sey и A,%), построенных по данным ЮФО, СКФО и РД за 2005-2010 гг.

		R_t от D_t		R_t от ZP_t		D_t от ZP_t	
	линейн	**Параметры**					
ЮФО	**m, b**	0,8098	-479,6	0,8072	-1332,3	0,9999	-1085,6
СКФО	**m, b**	0,7664	-534,0	0,8585	-1749,4	1,1328	-1696,3
РД	**m, b**	1,2718	244,8	1,1177	-606,4	1,6063	-1109,5
		Статистические характеристики					
ЮФО	**r^2, sey**	0,9937	267,2	0,9765	514,4	0,9889	434,4
	A,%		2,88		5,55		3,64
СКФО	**r^2, sey**	0,9925	247,5	0,9516	629,9	0,9805	518,9
	A,%		3,14		8,00		4,82
РД	**r^2, sey**	0,9929	396,8	0,9846	408,1	0,9987	168,8
	A,%		5,20		5,35		1,70
	степен	**Параметры**					
ЮФО	**m, b**	1,0600	0,4362	1,1593	0,1537	1,0941	0,3726
СКФО	**m, b**	1,0585	0,4113	1,2621	0,0598	1,1976	0,1542

РД	**m, b**	0,9681	1,7372	1,0624	0,5894	1,1329	0,4428
		Статистические характеристики					
ЮФО	**r^2, sey**	0,9958	0,0137	0,9899	0,0211	0,9947	0,0144
	A,%		0,34		0,53		0,35
СКФО	**r^2, sey**	0,9956	0,0145	0,9795	0,0312	0,9925	0,0178
	A,%		0,37		0,80		0,44
РД	**r^2, sey**	0,9928	0,0189	0,9930	0,0175	0,9987	0,0079
	A,%		0,49		0,45		0,20

Таблицы 8.19

Величины параметров уравнений рядов динамики линейного и степенного видов (b и m) и трех ключевых статистических характеристик (r^2, sey и A,%), построенных по данным ЮФО, СКФО и РД за 2010-2017гг.

		R_t от D_t		**R_t от ZP_t**		**D_t от ZP_t**	
	линейн	**Параметры**					
ЮФО	**m, b**	0,7860	444,5	0,8058	-391,0	1,0080	-674,8
СКФО	**m, b**	0,8067	-1040,1	0,7571	196,1	0,9336	1626,0
РД	**m, b**	1,0057	4577,2	1,1026	67,9	1,1085	4651,9
		Статистические характеристики					
ЮФО	**r^2, sey**	0,9906	398,3	0,9830	536,7	0,9593	1051,2
	A,%		2,22		2,99		4,72
СКФО	**r^2, sey**	0,9954	238,8	0,9828	464,2	0,9770	663,8
	A,%		1,63		3,16		3,41
РД	**r^2, sey**	0,9891	555,8	0,9616	1034,0	0,9505	1187,0
	A,%		3,03		5,65		5,16
	степен	**Параметры**					
ЮФО	**m, b**	0,9802	0,9835	1,0363	0,5476	1,0448	0,6234
СКФО	**m, b**	1,0656	0,3933	0,9660	1,0735	0,9030	2,6533
РД	**m, b**	0,8031	8,7140	0,9648	1,5566	0,7724	12,7363
		Статистические характеристики					
ЮФО	**r^2, sey**	0,9915	0,0099	0,9876	0,0119	0,9726	0,0180
	A,%		0,23		0,28		0,41
СКФО	**r^2, sey**	0,9962	0,0068	0,9848	0,0136	0,9811	0,0142
	A,%		0,16		0,33		0,33
РД	**r^2, sey**	0,9878	0,0117	0,9644	0,0247	0,9465	0,0245
	A,%		0,27		0,58		0,56

При этом отметим, что величины параметра (m) одновременно являются предельными эффектами линейных уравнений и коэффициентами эластичности уравнений степенного вида.

Проведем анализ данных таблиц 8.18 и 8.19. По величине коэффициента детерминации (r^2) нет существенной разницы ни по рассматриваемыми объектам (ЮФО, СКФО, РД), ни по видам уравнений рядов динамики (линейным и/или степенным), ни по временным интервалам (2005-2010, 2010-2017 гг.): для R_t от D_t и D_t от ZP_t r^2 более 0,99; для R_t от ZP_t – 0,95-0,99.

По величине средней ошибки аппроксимации (А,%) – все уравнения являются приемлемыми с оценкой на «хорошо», т.е. во всех случаях А<10%.

Однако по экономическим объектам есть заметная разница. Так, для зависимости R_t от D_t по РД величина (А) в 2 раза больше, чем по ЮФО и в 1,5 раза больше чем по СКФО; для зависимости R_t от ZP_t– наоборот для РД величина А является минимальной.

Перейдем к оценке параметра (m), являющего одновременно предельным эффектом показателя-фактора в линейных уравнениях и коэффициентам эластичности в уравнениях степенного вида.

Доходы и расходы в каждый момент времени должны быть примерно равными; они должны быть примерно равными и в среднем за определенные интервалы времени. Но в отдельные моменты времени доходы могут быть больше расходов и, наоборот, в зависимости от того является год экономически благоприятным или неблагоприятным (например, экономика сельского хозяйства зависит от погодно-климатических условий и годы бывают для сельского хозяйства как высоко-, так и низкоурожайными.

Более желателен, естественно, вариант, когда доходы выше расходов, поскольку у экономических объектов всегда должен быть резерв на непредвиденные цели, в т.ч. на случай неблагоприятных погодно-климатических и иных условий.

Для трех рассматриваемых объектов в уравнениях для зависимости R_t от D_t величины параметра (m) за оба рассматриваемых временных интервалов по ЮФО и СКФО меньше единицы, а по РД – больше единицы, т.е. в РД нежелательный вариант соотношений D_t и R_t , в течение 13 лет предельная эффективность $\partial R_t/\partial D_t$ более 1,00 руб.

Аналогична ситуация и для уравнений рядов динамики, выражающих зависимость расходов (R_t) от заработной платы (ZP_t): увеличение заработной платы на 1 руб. по РД сопровождается ростом расходов более чем на 1 руб. Для уравнений, выражающих зависимость доходов (D_t) от заработной платы (ZP_t) величина (m) равна единице для ЮФО и более единицы для СКФО и РД, причем для РД она является максимальной. В нормальной экономической ситуации на 1 руб. роста зарплаты рост доходов должен быть менее единицы.

В уравнениях степенного вида величина (m) выражает рост зависимого показателя приросте показателя-фактора на 1%. Поэтому для нормально функционирующей экономики в уравнениях степенного вида величина (m)должна быть менее единицы. В первом периоде (2005-2010 гг.) из девяти построенных нами уравнений рядов динамики степенного вида только в одном величина $m<1$, то (для зависимости R_t от D_t по РД $m=0,9681$ – факт положительный). Во втором временном периоде величина $m>1$ в уравнениях R_t от D_t (по СКФО), в уравнениях R_t от ZP_t (по СКФО и РД) и в уравнениях D_t от ZP_t (по ЮФО).

Иными словами во втором периоде имеют место весьма незначительные улучшения в соотношениях между тремя рассматриваемыми показателями.

Глава 9. Компьютерные модели для прогнозирования показателей экономических объектов

9.1. Прогнозирование в экономике: сущность, основные понятия, виды, методы

Прогнозом (от греч. предвидение, предсказание) называется предсказание будущего с помощью научных методов, а также сам результат предсказания. В экономике прогноз - это расчет неизвестного экономического показателя по заданным значениям одного или нескольких факторов на основе разработанной для этой цели модели. Разработка прогноза называется прогнозированием.

Различают следующие виды прогнозов:

- по срокам: краткосрочные, среднесрочные, долгосрочные, дальнесрочные;
- по масштабу: частные, местные, региональные, отраслевые, страновые, мировые (глобальные);
- по ответственности (авторству): личные, на уровне предприятия (организации), на уровне государственных органов.

К основным методам, с помощью которых осуществляется прогнозирование, относятся: статистические методы; экспертные оценки (метод Дельфи); моделирование.

Научная дисциплина, изучающая общие принципы и методы прогнозирования развития объектов любой природы, закономерности процесса разработки прогнозов, называется научной прогностикой. Как наука прогностика сформировалась в 70-80 годы XX века. Как любая наука прогностика имеет набор своих терминов, употребляемых для обозначения определенных понятий. Определения понятий прогностики были зафиксированы в 1978 году.

Рассмотрим некоторые из них.

Процесс, система, или явление, о состоянии которого даётся прогноз, называется объектом прогнозирования. Суждение о возможном состоянии объекта в будущем или альтернативных путях и сроках достижения этих состояний называется прогнозом.

Ключевыми понятиями прогнозирования являются модель, метод и методика. Модель прогнозирования - модель объекта прогнозирования, исследование которой позволяет получить информацию о возможных состояниях объекта прогнозирования в будущем и путях и сроках их осуществления. Метод прогнозирования - способ исследования объекта прогнозирования, направленный на разработку прогноза. Методика прогнозирования - совокупность специальных правил и приемов (одного или нескольких методов) разработки прогнозов.

Важными понятиями в прогнозировании являются периоды основания и упреждения прогноза, прогнозный горизонт и верификация прогноза

Промежуток времени, за который используют информацию для разработки прогноза, называют периодом основания прогноза, а промежуток времени, на который разрабатывается прогноз, - периодом упреждения прогноза.

Максимально возможный период упреждения прогноза заданной точности представляет собой прогнозный горизонт. Верификация прогноза – это оценка достоверности и точности или обоснованности прогноза. Точность прогноза - оценка доверительного интервала прогноза для заданной вероятности его осуществления, а достоверность прогноза - оценка вероятности осуществления прогноза для заданного доверительного интервала.

Обязательной составляющей прогнозирования является оценка ошибки прогноза, под которой понимается величина отклонения прогноза от действительного состояния объекта.

Если объектом прогнозирования является экономический объект (различные звенья народного хозяйства), процесс или явление, то прогнозирование называется экономическим. Следовательно, экономическое прогнозирование представляет собой систему научных исследований качественного и количественного характера, направленных на выяснение тенденций развития народного хозяйства или его частей (отраслей, регионов, предприятий и т. п.) и поиск оптимальных путей достижения целей этого развития. Прогнозирование в узком значении - это специальное научное исследование конкретных перспектив развития какого-либо явления.

Экономическое прогнозирование охватывает три основные области:

- ресурсов (естественных, демографических, национального богатства), развития научно-технического прогресса;
- народнохозяйственной динамики (темпов и факторов роста, структурных сдвигов, развития отдельных отраслей);
- общественных потребностей (производственных, личных, общегосударственных).

Возможны два различных подхода к прогнозированию: поисковый и нормативно-целевой. Поисковое – это прогнозирование, начиная с сегодняшнего дня, постепенно проникая от имеющегося базиса информации в будущее. Нормативно-целевое – это когда определяются будущие цели и ориентиры, а от них постепенно двигаются к настоящему.

Прогноз во многом зависит от выбранных методов прогнозирования, которые подразделяются на:

- методы тренда, т. е. экстраполяции, продолжения в будущее тех тенденций, которые сложились в прошлом;
- методы анализа причинных связей, которые используют кроме данных о прошлом также некоторые экономико-математические модели, т. е. модели, увязывающие в прогнозе различные показатели, полученные из анализа общих тенденций и выявления причин взаимосвязей между этими показателями.

Совокупность условий, в которых происходит развитие объекта и существенных для прогноза, называется прогнозным фоном.

Отличительной особенностью прогнозирования является вероятностный подход к предметам исследования. К 70-м годам 20 века было разработано свыше 100 методов прогнозирования, начиная с общенаучных (анализ и синтез, экстраполяция и интерполяция, индукция и дедукция, аналогия, гипотеза, эксперимент и т.д.) и кончая частнонаучными, пригодными лишь для нескольких или для одной науки.

Обычно выделяют три класса методов прогнозирования: экстраполяция, моделирование, опрос экспертов.

Экономическое прогнозирование опирается на развитый математико-статистический инструментарий, использование ЭВМ. Насчитываются сотни моделей прогнозирования.

На основе группы взаимосвязанных методов формируются конкретные методики.

Общая типовая методика прогнозирования содержит следующие основные этапы исследования:

- предпрогнозная ориентация (определение предмета, цели, задач, времени упреждения, рабочих гипотез, методов, структуры и организации исследования);
- прогностический фон (сбор готовых данных по смежным, непрофильным отраслям прогнозирования);
- исходная или базовая модель, т. е. система показателей, параметров, отображающая характер и структуру объекта;
- оценка степени достоверности (верификация) и уточнение моделей;
- выработка рекомендаций для оптимизации принятия решений в планировании, управлении и т.п. на основе сопоставления прогностических моделей.

Важнейшими понятиями, связанными с прогнозированием, являются экстраполяция, интерполяция **и** ретроспективный прогноз.

Экстраполяцией (лат. приглаживаю, выправляю, изменяю) называется приближённое определение значений функции f (x) в точках x, лежащих вне отрезка [x_0, x_n], по её значениям в точках $x_0 < x_1 < \dots < x_n$ или перенос выводов, сделанных относительно какой-либо части объектов или явлений на всю совокупность данных объектов или явлений, а также на их другую какую-либо часть, а также распространение выводов, сделанных на основе настоящих и прошлых состояний явления или процесса на их будущее.

Интерполяция (от лат. - изменение, переделка) в математике и статистике - отыскание промежуточных значений величины по некоторым известным ее значениям. Например, отыскание значений функции f(x) в точках x, лежащих между точками x_o<...<x_n..

Ретроспективным прогнозом называют имитационный эксперимент, позволяющий: прогнозировать данные прошедшего периода; сопоставлять полученные значения переменных имитационной модели с известными (фактическими) данными.

В ретроспективном прогнозе сравниваются две траектории: анализируемой переменной и соответствующего показателя моделируемой реальной системы. Например, по данным за 2010-2017 гг. (или 2005-2015 гг.) выполнить прогнозные расчёты на 2018-2020 гг. (или 2018-2022 гг.) и сравнить полученные прогнозные значения с фактическими.

9.2. Компьютерные модели для прогнозирования показателей экономических объектов с помощью уравнений временных рядов

Прогнозирование является важнейшей функцией лиц принимающих решения. Прогнозы чаще всего основываются на экстраполяции, т.е. переносе закономерностей и тенденций предыдущих периодов на будущее. Закономерности и тенденции можно применить при прогнозировании, если их выразить количественно, например, в виде уравнений временных рядов и/или рядов динамики.

Методика выявления закономерностей и тенденций с помощью уравнений временных рядов и рядов динамики рассмотрена в предыдущей главе.

Большинство методов экономики, используемые для прогнозирования, основаны на выявлении тенденций за определенный интервал времени и их экстраполяция на «допустимый» прогнозный интервал, который должен быть, с нашей точки зрения, меньше или равен одной трети интервала, по данным за который выявляется тенденция.

Модели, используемые для выявления тенденции и прогнозирования, могут быть разными, и выбор их зависит от различных факторов: особенностей объектов и их прогнозируемых экономических показателей, длины интервала времени в исходной выборке и др.

Модели временных рядов и рядов динамики являются одним из наиболее эффективных методов выявления тенденций и прогнозирования. Трудно, а порой и невозможно подобрать модель, однозначно описывающую динамические тенденции. Отметим также, что не следует стремиться к использованию сложных моделей, результаты которых трудно экономически интерпретировать.

Особенностью предлагаемой нами методики является то, что она основывается на применении различных видов взаимодополняющих уравнений временных рядов и рядов динамики, а также известных встроенных математических и статистических функциях MS Excel.

Основой методики является компьютерная модель, разработанная для одного экономического объекта, позволяющая автоматизировать все необходимые расчеты и процедуры обработки информации, а также сформировать выходные аналитические материалы в виде таблиц, удобных для аналитика или лиц, принимающих решения.

Прогнозирование с помощью временных рядов и рядов динамики существенно отличается. Поэтому рассмотрим отдельно сущность каждого из них.

Разработанная нами компьютерная модель для прогнозирования с помощью уравнений временных рядов предусматривает выполнение расчетов по пяти видам уравнений (линейного, показательного, гиперболического, степенного и параболического), а также использование следующих функций MS Excel:

а) математических - корень, степень, log10, сумм, ср.знач.;

б) статистических - корелл, отрезок, наклон, стошух, предсказ, тенденция, рост, линейн, лгрфприбл и др.

Некоторые расчеты на арифметические действия в компьютерной модели выполняются по формулам, введенным в ячейки excel-таблиц.

Рассмотрим особенности каждого из видов уравнений временных рядов как инструментов прогнозирования.

Прогноз с помощью уравнения временного ряда линейного вида

$CH_t = b + m * t$ можно проводить, используя встроенную статистическую функцию «ПРЕДСКАЗ» ИЛИ «ТЕНДЕНЦИЯ». Для работы с любой из встроенных функций в MS Excel надо знать ее синтаксис, под которым понимается имя функции и ее аргументы.

Синтаксис для «ПРЕДСКАЗ» и «ТЕНДЕНЦИЯ» имеет вид:

ПРЕДСКАЗ (x; известные значения y; известные значения x);

ТЕНДЕНЦИЯ (известные значения y; известные значения x; новые значения x, конст).

Функция «ТЕНДЕНЦИЯ» позволяет выполнять расчеты по двум уравнениям линейного вида. Это обеспечивается с помощью аргумента «КОНСТ»: если «КОНСТ»=0, то прогнозные расчеты выполняются с помощью уравнения $y_t = mt$, если «КОНСТ»=1, то – с помощью уравнения $y_t = b + mt$. У функции «ПРЕДСКАЗ» отсутствует аргумент «КОНСТ». Расчеты при использовании этой функции выполняются с помощью уравнения $y_t = b + mt$.

Прогнозные расчеты можно выполнить как для одного отдельно взятого показателя, так и для двух и более показателей.

Прогнозные расчеты нами выполнены на примере трех показателей: численности занятых в экономике (CH_t), среднемесячной заработной платы на 1 работника (ZP_t) и валового регионального продукта (Y_t).

Для выполнения прогнозных расчетов с помощью функций «ПРЕДСКАЗ» и «ТЕНДЕНЦИЯ» создается:

- таблица-шаблон с исходными данными (таблица 9.1);

Таблица 9.1

Таблица-шаблон для прогнозирования ключевых социально-экономических показателей Российской Федерации, с помощью уравнений временных рядов линейного и показательного видов

		числ.		зарп	ВРП						
		CH_t		ZP_t	Y_t		t		t	t	
(а) Исходные данные											
2005	…	66407,2	…	8550	14555,1	…	1	…	1	1	…
2006	…	66791,6	…	10728	17999,9	…	2	…	2	2	…
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
2015	…	67813,3	…	33981	58900,7	…	11	…	11	11	…
2016	…	68389,1	…	36746	64997,0	…	12	…	12	12	…
2017	…	72065,2	…	39144	69254,1	…	13	…	13	13	…
(б) прогнозные данные, рассчитанные по линейным уравнениям временных рядов ($y=b+m_1t$)											
		Тенден-ция		линейн							
2018		69903,2	…	42136	70911,6	…	14	…	14	14	…
2019		70190,4	…	44716	75150,3	…	15	…	15	15	…
2020	…	70477,7	…	47296	79388,9	…	16	…	16	16	…
2021	…	70765,0	…	49876	83627,6	…	17	…	17	17	…
2022	…	71052,2	…	52457	87866,2	…	18	…	18	18	…
(в) прогнозные данные, рассчитанные по уравнениям временных рядов показательного вида (y=b*m^x)											
		Рост		показат							
2018	…	69328,7	…	51019	73323,4	…	14	…	14	14	…
2019		69623,5	…	57591	84799,6	…	15	…	15	15	…
2020		69919,6	…	65009	98072,0	…	16	…	16	16	…
2021	…	70216,9	…	73382	113421,7	…	17	…	17	17	…
2022	…	70515,4	…	82834	131173,9	…	18	…	18	18	…

- в ячейки 1-го столбца таблицы-шаблона 9.1 для прогнозных значений численности вводится встроенная функция «ПРЕДСКАЗ» (или «ТЕНДЕНЦИЯ»), которая выбирается через процедуру «Мастер функций» из категорий «статистические», затем в качестве аргументов из той же таблицы 9.1 выбираются фактические значения CH_t (66407,2,…, 72065,2), фактические значения t (1,2,…,13) и прогнозные значения t (14, 15, …, 18); операция завершается нажатием клавиши «ОК»;

- комбинация клавиш F2; Shift+Ctrl+OK выводит в ячейки 1-го столбца таблицы-шаблона 9.1а прогнозные значения для CH_t – на 2018-2022 гг.(t=14-18);

- функции «ТЕНДЕНЦИЯ» и «РОСТ», встроенные в ячейки прогнозных значений для показателя численность копируется в соответствующие столбцы для показателей «зарплата» и ВРП (ZP_t, Y_t).

Прогнозные расчеты с применением уравнения временного ряда гиперболического вида $x_t = b + m/t$ можно выполнить с помощью функций «ПРЕДСКАЗ» и «ТЕНДЕНЦИЯ», преобразовав его в линейный вид $x_t = b + m * t_1$, где $t_1 = 1/t$. Методику расчетов иллюстрирует таблица 9.2.

В соответствии с таблицей 9.2 столбцы 1/t являются расчётными. Для этого достаточно в ячейку за 2005 г. столбца 1/t ввести формулу «= 1/t», которая копируется в остальные ячейки столбцов (1/t).

Далее прогнозирование по таблице 9.2 выполняется с помощью функции «ТЕНДЕНЦИЯ».

Таблица 9.2

Таблица-шаблон для прогнозирования социально-экономических показателей с помощью уравнений временных рядов гиперболического вида

		числ.		зарп	ВРП						
		CH_t		ZP_t	Y_t		1/t		1/t	1/t	
2005	…	66407,2	…	8550	14555,1	…	1,0000	…	1,0000	1,0000	..
2006	…	66791,6	…	10728	17999,9	…	0,5000	...	0,5000	0,5000	..
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	..
2015	…	67813,3	…	33981	58900,7	…	0,2500	…	0,2500	0,2500	…
2016	…	68389,1	…	36746	64997,0	…	0,2000	…	0,2000	0,2000	…
2017	…	72065,2	…	39144	69254,1	…	0,1667	…	0,1667	0,1667	…
		предсказ		гипер	y=b+m/t						
2018	…	68191,9	…	29328	43579,1	…	0,0588	…	0,0588	0,0588	…
2019		68207,6		29473	43765,5		0,0556		0,0556	0,0556	
2020		68221,6		29599	43932,2		0,0526		0,0526	0,0526	
2021	…	68234,2	…	29711	44082,3	…	0,0500	…	0,0500	0,0500	…
2022	…	68245,6	…	29810	44218,1	…	0,0476	…	0,0476	0,0476	…

Прогнозные расчеты по уравнению степенного вида $x_t = b * t^m$ также можно выполнить по функциям «ПРЕДСКАЗ» и «ТЕНДЕНЦИЯ», если привести его к линейному виду путем логарифмирования:

$$lgx_t = lgb + m * lgt.$$

Введем обозначения: $y_t = lgx_t;\ b_1 = lgb;\ t_1 = lgt.$

Тогда прологарифмированное уравнение примет вид

$$y_t = b_1 + m * t_1.$$

Методика выполнения прогнозных расчетов по уравнениям степенного вида иллюстрирует таблица 9.3.

При этом прогнозные значения результативного показателя рассчитываются в виде логарифма показателей (см. таблицу 9.3). В качестве «известных значений y», «известных значений x», «новых значений x» используются не исходные данные из таблицы 9.1, а их логарифмы.

Прогнозные значения в таблице 9.3 получены для $y_t = lgx_t$. Их следует преобразовать в абсолютные величины путём потенцирования. Прогнозные значения для x_t можно рассчитать по формуле $x_t = 10^{y_t}$.

Для этого 1-ю ячейку 1-го столбца таблицы-шаблона 9.3а вводится формула «$= 10^{y_t}$», выбрав в качестве y_t его значения из таблицы 9.3б. Эта формула копируется в остальные ячейки таблицы-шаблона (см. таблицу 9.3а).

Выполнить прогнозные расчеты с помощью уравнений параболического вида с использованием функций «ПРЕДСКАЗ», «ТЕНДЕНЦИЯ» и

Таблица 9.3

Таблица-шаблон для прогнозирования социально-экономических показателей с помощью уравнений временных рядов степенного вида

		числ.		зарп	ВРП						
		$lgCH_t$		$lgZP_t$	lgY_t		lgt		lgt	lgt	
2005	…	4,8222	…	3,9320	4,1630	…	0,0000	…	0,0000	0,0000	…
2006	…	4,8247	…	4,0305	4,2553	…	0,3010	…	0,3010	0,3010	…
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	..
2015	…	4,8313	…	4,5312	4,7701	…	1,1461	…	1,1461	1,1461	…
2016	…	4,8350	…	4,5652	4,8129	…	1,1761	…	1,1761	1,1761	…
2017	…	4,8577	…	4,5927	4,8404	…	1,2041	…	1,2041	1,2041	…
		б)							а)		
		Потенци рование		степ	y=b*t^m		тенденция				
2018		69024,0		38486	63372,4		1,2304		1,2304	1,2304	
2019		69135,3		40179	66604,0		1,2553		1,2553	1,2553	
2020	…	69215,0	…	41841	69823,2	…	1,2788	…	1,2788	1,2788	…
2021	…	69310,7	…	43461	73013,0	…	1,3010	…	1,3010	1,3010	…
2022	…	69406,5	…	45040	76190,4	…	1,3222	…	1,3222	1,3222	…

«РОСТ» непосредственно невозможно. Однако это можно сделать по частям, разбив уравнение $y_t = b + m_1 * t + m_2 * t^2$ на два более простых уравнения:

а) $y_t = b + m_1 * t$ и $y_t = m_2 * t^2$

или б) $y_t = m_1 * t$ и $y_t = b + m_{2*}t^2$.

Прогнозные расчеты по каждому из 4-х последних уравнений можно выполнить, используя функцию «ПРЕДСКАЗ» или «ТЕНДЕНЦИЮ». Результаты расчетов отражаются в е таблице-шаблоне (см. таблицу 9.4).

На основе данных таблицы 9.4 можно выполнять прогнозные расчёты и по уравнениям параболического вида, если:

а) суммировать прогнозные значения, полученные для $y_t = b_1 + m_1 * t$ (таблица 6б) и $y_t = m_2 * t^2$;

б) суммировать прогнозные значения, полученные для $y_t = m_1 * t$ (таблица 6а) и $y_t = b_2 + m_2 * t^2$;

в) результаты суммирования, полученные в соответствии с пунктами (а) и (б) разделить на два.

Так при выполнении прогнозных расчётов в соответствии с пунктом (а) получим по формуле $y_t = 0{,}5 * b_1 + 0{,}5 * m_1 * t + 0{,}5 * m_2 * t^2$, а при выполнении расчётов в соответствии с пунктом (б) по формуле $y_t = 0{,}5 * b_2 + 0{,}5 * m_1 * t + 0{,}5 * m_2 * t^2$.

Прогнозные расчёты по уравнению параболы можно выполнить и путем суммирования формул 4б и 5б и делением обеих частей полученной суммы на два. В этом случае парабола будет иметь вид:

$$y_t = 0{,}5 * (b_1 + b_2) + 0{,}5 * m_1 * t + 0{,}5 * m_2 * t^2.$$

Таблица 9.4

Таблица-шаблон для прогнозирования социально-экономических показателей с помощью уравнений временных рядов параболического вида

		числ.		зарп	ВРП							
		CH_t		ZP_t	Y_t		t	t^2		t	t^2	
2005	…	66407,2	…	8550	14555,1	…	1	1	…	1	1	…
2006	…	66791,6	…	10728	17999,9	…	2	4	…	2	4	…
…	…	…	…	…	…	…	…	…		…	…	…
2015	…	67813,3	…	33981	58900,7	…	11	121	…	11	121	…
2016	…	68389,1	…	36746	64997,0	…	12	144	…	12	144	…
2017	…	72065,2	…	39144	69254,1	…	13	169	…	13	169	…

продолжение таблицы 9.4

	ВРП от t	ВРП от t^2	сумма	Параб= =сумма/2		t	t^2
2018	70911,6	82005,1	152916,8	76458,4		14	196
2019	75150,3	90441,3	165591,6	82795,8		15	225
2020	79388,9	99359,5	178748,4	89374,2		16	256
2021	83627,6	108759,8	192387,4	96193,7		17	289
2022	87866,2	118642,2	206508,4	103254,2		18	324

продолжение таблицы 9.4

	Числ от t	Числ от t^2	Сумма	Параб= =сумма/2		t	t^2
2018	69903,2	70579,7	140482,9	70241,5		14	196
2019	70190,4	71138,0	141328,4	70664,2		15	225
2020	70477,7	71728,1	142205,8	71102,9		16	256
2021	70765,0	72350,1	143115,1	71557,6		17	289
2022	71052,2	73004,1	144056,3	72028,2		18	324

продолжение таблицы 9.4

	Зарпл от t	Зарпл от t^2	Сумма	Параб= =сумма/2		t	t^2
2018	42136,0	47191,5	89327,5	44663,8		14	196
2019	44716,1	52232,0	96948,1	48474,1		15	225
2020	47296,3	57620,0	104916,3	52458,1		16	256
2021	49876,4	63355,7	113232,1	56616,0		17	289
2022	52456,5	69439,0	121895,5	60947,7		18	324

Уравнения временных рядов параболического вида, построенные описанными методами, можно назвать «гибридными» уравнениями.

Из таблицы-шаблона (см. таблицу 9.4) видны особенности организации исходных данных для прогнозирования рассмотренных показателей по уравнению временного ряда параболического вида с помощью функции «ТЕНДЕНЦИЯ».

С помощью моделей временных рядов практически можно прогнозировать любые из социально-экономических показателей. Однако их целесообразно использовать в первую очередь для прогнозирования показателей–ресурсов (численность работников, стоимость основных фондов, объем инвестиций и др.).

С помощью моделей рядов динамики целесообразнее прогнозировать результативные показатели через показатели-факторы. При этом в качестве прогнозных значений показателей-факторов можно использовать их величины, полученные с помощью временных рядов. Например, прогнозировать ВРП можно с помощью одно или двухфакторных моделей рядов динамики, выражающих зависимость ВРП (Y_t) от численности занятых в экономике (CH_t), стоимости основных фондов (OF_t) и объема инвестиций (I_t). При этом целесообразно строить различные модели рядов динамики (линейные, степенные, показательные, параболические и др.);

С помощью рядов динамики целесообразно прогнозировать и показатели эффективности,а также некоторые из социальных показателей. Так производительность труда (PT_t) можно прогнозировать по модели её зависимости от фондовооруженности труда (Fv_t): $PT_t=f(Fv_t)$. При этом саму Fv_t можно прогнозировать с помощью уравнений временных рядов. Важнейший из социальных показателей заработную плату (ZP_t) на одного работника можно прогнозировать по модели её зависимости от производительности труда:

$$ZP_t = f(PT_t).$$

Объединив три уравнения можно получить систему рекурсивных уравнений, которая при линейном виде зависимости будет иметь вид:

(1) $Fv_t = b + m * t;$

(2) $PT_t = b_1 + m_1 * Fv_t;$

(3) $ZP_t = b_2 + m_2 * PT_t.$

Подставляя величину Fv_t из первого уравнения во второе, а PT_t из второго - в третье, уравнение 2 и 3 можно представить в виде уравнений:

(4) $PT_t = b_1 + m_1 * (b + m * t) = (b * m_1 + b_1) + m * m_1 * t;$

(5) $ZP_t = b_2 + m_2 * [(b * m_1 + b_1) + m * m_1 * t] =$

$= [b_2 + m_2 * (b * m_1 + b_1)] + m * m_1 * m_2 * t.$

9.3. Модели для прогнозирования социально-экономических показателей с помощью уравнений рядов динамики

Ряд социально-экономических показателей, являющихся результативными, зависят от ряда других показателей, которых можно назвать затратными, ресурсными или факторными. В этом случае более обоснованные прогнозные значения для результативных или зависимых показателей можно рассчитать на основе рядов динамики.

Прогноз результативных показателей уравнений временных рядов имеет серьезный недостаток, он не учитывает влияние на них независимых показателей-факторов.

Применение рядов динамики, в отличие от временных рядов, позволяет учесть эти зависимости:

- во-первых, по однофакторным уравнениям можно выполнить прогнозные расчеты для любого из зависимых показателей от любого из независимых показателей (показателей-факторов);

- во-вторых, прогнозные расчеты можно проводить как по одно-, так и по многофакторным уравнениям рядов динамики;

- в-третьих, прогнозные расчеты по уравнениям рядов динамики можно выполнить, заменяя показатель-фактор уравнением его временного ряда. Например, пусть $Y_t = b + m * X_t$, $X_t = b_1 + m_1 * t$. Подставляя в 1-е уравнение вместо X_t его значение из 2-го уравнения, получим $Y_t = b + m * (b_1 + m_{1*}t)$ или окончательно $Y_t = (b + m * b_1) + (m \cdot m_1) * t$.

Так, для зависимости ВРП (Y_t) от численности занятых в экономике (CH_t) получено уравнение рядов динамики линейного вида:

$$Y_t = -598613{,}9 + 9{,}2797 * CH_t;$$
$$CH_t = 65898{,}6 + 258{,}1 * t.$$

Подставляя в 1-е уравнение вместо CH_t его значение (правая часть) из 2-го уравнения, получим:

$$Y_t = (-598613{,}9 + 9{,}2797 * 65898{,}6) + 9{,}2797 * 258{,}1 * t \quad \text{или}$$
$$Y_t = 12905{,}3 + 2645{,}6 * t.$$

Уравнение линейного вида для ВРП от t, полученное непосредственно на основе значений Y_t и t имеет вид $Y_t = 7493{,}9 + 3847{,}9 * t$.

Естественно из двух этих уравнений предпочтительнее первое, поскольку оно учитывает сложившую динамическую зависимость ВРП от численности занятых в экономике.

Однако нет необходимости выполнять прогнозные расчеты по описанному алгоритму. Его можно заменить равносильным алгоритмом, а именно в формуле $(Y_t) = \int(CH_t)$ в качестве прогнозных значений (CH_t) задавать его значения, рассчитанные по уравнениям временных рядов.

Рассмотрим особенности выполнения прогнозных расчетов по уравнениям рядов динамики на примере пяти зависимостей: ВРП от численности занятых в экономике (Y_t от CH_t), ВРП от стоимости основных фондов (Y_t от OF_t), ВРП от объема инвестиций (Y_t от I_t), среднемесячной заработной платы от производительности труда (ZP_t от PT_t) и производительности труда от фондовооруженности труда (PT_t от Fv_t).

Создаем исходную таблицу–шаблон параметров для перечисленных пяти зависимостей, построенных по компьютерной модели, описанной в предыдущей главе (см. таблицу 9.5).

Таблица 9.5

Величины параметров уравнений однофакторных рядов динамики, рассчитанные по сводным данным регионов России за 2005-2017 гг.

зависимости	линейн		показат		степен	
	b	m	b	m	b	m
ВРП от числ	-650627,6	10,162	0,0000011	1,000356	1,23E-114	24,5118
ВРП от ст-ти ОФ	1535,5	0,3898	9581,2	1,000013	0,3227	1,0208
ВРП от инвест	-1267,5	4,0620	8121,74	1,00014	6,8197	0,9385
Зарплата от произ-ти труда	580,90	39,43	7285,25	8121,74	40,6893	0,9991
Произ-ть труда от фондовоор-ти	21,3	0,3909	141,32	1,000873	0,3524	1,0208

Для выполнения прогнозных расчетов по уравнениям рядов динамики должны быть заданы лишь величины прогнозируемых значений независимого показателя-фактора (или показателей-факторов). При этом сами прогнозируемые значения показателей-факторов могут быть определены разными методами. В частности, пользователь (исследователь) может вводить в исходную таблицу-шаблон прогнозные значения, рассчитанные самим пользователем, или вводит их прогнозные значения, рассчитываемые с помощью уравнений временных рядов.

В соответствии с данными таблицы 9.5 можно записать в математическом виде любое из трех уравнений (линейного, показательного и степенного), параметры которых приведены в этой таблице. Так, линейные уравнения записываются следующим образом:

а) для зависимости ВРП от численности занятых в экономике, стоимости основных фондов и объем инвестиций

$$Y_t = -598613{,}9 + 9{,}2797 * CH_t;$$

$$Y_t = 1078{,}4 + 0{,}4071 * OF_t; \qquad Y_t = -3191{,}6 + 3{,}1971 * I_t;$$

б) для зависимости среднемесячной заработной платы от производительности труда $ZP_t = -875{,}8 + 43{,}337 * PTt$;

в) для зависимости производительности труда от фондовооруженности труда $PT_t = 17{,}559 + 0{,}4050 * FV_t$.

Как видно из формул для ВРП прогнозные расчеты можно выполнить по трем уравнениям рядов динамики. Прогноз ВРП можно выполнить и путем суммирования прогнозов, полученных с помощью двух уравнений (1-го и 2-го; 1-го и 3-го или 2-го и 3-го), и деления этих сумм на два, а также путем суммирования прогнозов, полученных с помощью трех уравнений и деления этой суммы на три.

Чтобы выполнить прогнозные расчеты в MS Excel создаем таблицу-шаблон (см. таблицу 9.6). Прогнозные величины показателей-факторов (CH_t,

Таблица 9.6

Таблица-шаблон с прогнозными величинами показателей-факторов и результативных (зависимых) показателей по Российской Федерации, рассчитанных на основе данных за 2005-2017 гг. с помощью уравнений временных рядов и рядов динамики

	Показатели-факторы				Зависимые показатели				
	CH_t	OF_t	I_t	FVt	Y_t от CH_t	Y_t от OF_t	Y_t от I_t	PTt от FVt	ZP_t от PTt
2017 (факт)	**72065,2**	**183404,0**	**15967,0**	**254,5**	**69254,1**	**69254,1**	**69254,1**	**961,0**	**39144**
			линей		лин				
2018	69903,2	176749	17587,8	252,8	59694,2	70437,3	70173,9	1020,7	40832
2019	70190,4	187479	18609,9	267,1	62613,2	74620,2	74325,8	1080,6	43194
2020	70477,7	198209	19632,0	281,2	65532,1	78803,0	78477,6	1140,4	45552
2021	70765,0	208939	20654,1	295,3	68451,1	82985,8	82629,5	1200,3	47914
2022	71052,2	219669	21676,3	309,2	71370,0	87168,7	86781,3	1260,2	50276
			показ		показ				
2018	69919,6	236478	25505,6	3382,1	67971,9	91079,5	97029,7	1316,6	47815,4
2019	70216,9	272904	29589,5	3886,6	75292,0	104422,1	112075,3	1504,9	53395,5
2020	70515,4	314941	34327,4	4466,3	83400,6	119719,3	129453,9	1720,3	59626,8
2021	70815,3	363453	39823,9	5132,4	92382,3	137257,5	149527,3	1966,4	66585,3
2022	71116,4	419437	46200,4	5897,9	102331,4	157364,9	172713,3	2247,7	74355,9
			степ		степ				
2018	69027,8	150131	16870,5	2174,9	68663,5	73381,2	65741,6	1007,6	40730
2019	69127,9	157454	17788,3	2277,7	75931,4	77931,8	69321,1	1063,1	42971
2020	69222,7	164710	18702,3	2379,4	83936,9	82487,9	72888,4	1118,1	45192
2021	69312,8	171902	19612,8	2480,1	92748,6	87049,1	76444,4	1172,7	47397
2022	69398,6	179034	20520,0	2579,8	102440,4	91615,3	79989,9	1226,8	49581

OF_t, I_t, Fv_t) рассчитываются по уравнениям временных рядов, алгоритмы которых вводятся в ячейки для строк за 2018 г. каждого из четырех первых столбцов. Прогнозные величины зависимых показателей (Y_t, Y_t, Y_t, PT_t, ZP_t) рассчитываются по уравнениям рядов динамики, алгоритмы которых вводятся в ячейки строки за 2018 г. от 5-го до 9-го столбцов.

Таблица-шаблон с прогнозными величинами показателей-факторов и результативных (зависимых) показателей по Российской Федерации, рассчитанных с помощью уравнений временных рядов и рядов динамики, построенных нами на основе данных за 2005-2017 гг. имеет вид таблицы 9.6.

Таблица 9.6 предусматривает выполнение прогнозных расчетов на 2018 – 2022 гг. по трем видам уравнений (линейным, показательным и степенным). При этом прогнозные значения для ВРП рассчитываются по трем разным зависимостям (ВРП от численности, ВРП от стоимости основных фондов и ВРП от объема инвестиций).

Таким образом, таблицы 9.5 и 9.6 с встроенными в них алгоритмами расчетов в совокупности представляют собой модуль компьютерной модели для прогнозирования с помощью уравнений однофакторных рядов динамики.

Методика проведения прогнозных расчетов для уравнений многофакторных рядов динамики (2-х-факторных, 3-х-факторных и т.д.) аналогична методике их проведения для уравнений однофакторных рядов динамики.

Однако имеются отличия в форме представления исходных, промежуточных и аналитических данных в таблицах-шаблонах. Эти отличия видны из таблиц-шаблонов, приведенных в таблицах 9.7, 9.8 и 9.9:

Таблица 9.7

Величины параметров уравнений двух- и трехфакторных рядов динамики, рассчитанные по сводным данным регионов России за 2005-2017 гг.

			ОФ	Числ	Инв
		b	m_1	m_2	m_3
	линейн				
1	ВРП от ОФ и числ	-23878,4	0,3797	0,3896	
2	ВРП от числ и инвест	-71078,9		1,0734	3,7697
3	ВРП от ОФ и инвест	223,1	0,2753		1,2479
4	ВРП от ОФ, числ, и инвест	-13068,3	0,2717	0,2041	1,2296
	показат				
1	ВРП от ОФ и числ	35,8	1,000011	1,000086	
2	ВРП от числ и инвест	388,8		1,000047	1,000128
3	ВРП от ОФ и инвест	7983,4	0,999997		1,000173
4	ВРП от ОФ, числ, и инвест	156,9	0,999996	1,000060	1,000170
	степен				
1	ВРП от ОФ и числ	1,777E-08	0,9754	1,5489	
2	ВРП от числ и инвест	5,117E-12		2,5658	0,8697
3	ВРП от ОФ и инвест	1,061E+00	0,5831		0,4158

4	ВРП от ОФ, числ, и инвест	3,277Е-05	0,5634	0,9602	0,4077

- в первой таблице-шаблоне (таблица 9.7) приведены величины параметров уравнений 2-х и 3-х факторных рядов динамики, на основе которых можно математически записать любое из уравнений и выполнить с его помощью прогнозные расчеты;
- во второй таблице-шаблоне (таблица 9.8) приведены прогнозные значения показателей-факторов, рассчитанные по уравнениям временных рядов;
- в третьей таблице-шаблоне (таблица 9.9) приведены прогнозные значения ВРП, рассчитанные с помощью уравнений 2-х и 3-х факторных рядов динамики (см. столбцы 3-6).

Таблица 9.8

Таблица-шаблон с прогнозными значениями для показателей-факторов (численность занятых в экономике, стоимость основных фондов и объем инвестиций), рассчитанными по уравнениям временных рядов для регионов России

	Числ, тыс.чел.	ОФ, млрд.руб.	Инвест, млрд.руб.
	CH_t	OF_t	I_t
2017 (факт)	**72065,2**	**183404,0**	**15967,0**
	линейн		
2018	69903,2	176749	17587,8
2019	70190,4	187479	18609,9
2020	70477,7	198209	19632,0
2021	70765,0	208939	20654,1
2022	71052,2	219669	21676,3
	показ		
2018	69919,6	236478	25505,6
2019	70216,9	272904	29589,5
2020	70515,4	314941	34327,4
2021	70815,3	363453	39823,9
2022	71116,4	419437	46200,4
	степен		
2018	69027,8	150131	16870,5
2019	69127,9	157454	17788,3
2020	69222,7	164710	18702,3
2021	69312,8	171902	19612,8
2022	69398,6	179034	20520,0

В таблице 9.9 для сравнения приведены прогнозные значения ВРП, рассчитанные по уравнениям временных рядов (столбец 2).

По данным столбцов (3-6) таблицы 9.9 можно получить и другие варианты прогнозных расчетов (суммированием данных любых 2-х, 3-х или всех четырех столбцов и их делением на количество слагаемых сумм, т.е. на 2;

3 или 4). Результаты таких расчетов для сводных величин ВРП регионов РФ приведены в столбцах (7-11) таблицы 9.9.

Таблица 9.9

Прогноз ВРП с помощью 2-х и 3-х факторных рядов динамики, рассчитанных по сводным данным регионов России за 2004-2011 гг.

	По времен.ряду	по числ и ОФ	по числ и инвест	по ОФ и инвест	по числ, ОФ и инвест
1	2	3	4	5	6
линейн					
2018	70911,6	70467,5	70255,9	70829,9	70847,6
2019	75150,3	74653,6	74417,2	75059,4	75078,3
2020	79388,9	78839,7	78578,6	79288,8	79309,1
2021	83627,6	83025,8	82740,0	83518,3	83539,8
2022	87866,2	87211,9	86901,7	87747,8	87770,7
показат					
2018	73323,4	102099,7	98666,9	95030,5	101951,6
2019	84799,6	117763,3	113985,1	109581,7	118220,6
2020	98072,0	135831,2	131682,1	126360,9	137086,4
2021	113421,7	156671,2	152126,7	145709,4	158963,0
2022	131173,9	180706,9	175747,0	168023,4	184332,6
степен					
2018	63372,4	74404,8	67777,6	70893,8	71498,4
2019	66604,0	79309,5	71943,4	75116,2	75932,6
2020	69823,2	84265,3	76161,9	79338,3	80392,7
2021	73013,0	89272,6	80434,2	83560,0	84878,8
2022	76190,4	94331,6	84761,6	87781,6	89391,2

Продолжение таблицы 9.9

	(ст3+ст4)/2	(ст3+ст5)/2	(ст4+ст5)/2	(ст3+ст4+ ст5)/3	(ст3+ст4+ ст5+ст6)/4
1	7	8	9	10	11
линейн					
2018	70361,7	70648,7	70542,9	70517,8	70600,2
2019	74535,4	74856,5	74738,3	74710,1	74802,1
2020	78709,2	79064,3	78933,7	78902,4	79004,1
2021	82882,9	83272,1	83129,2	83094,7	83206,0
2022	87056,8	87479,9	87324,8	87287,1	87408,0
показат					
2018	100383,3	98565,1	96848,7	98599,0	99437,2
2019	115874,2	113672,5	111783,4	113776,7	114887,7
2020	133756,7	131096,1	129021,5	131291,4	132740,2
2021	154399,0	151190,3	148918,1	151502,4	153367,6
2022	178227,0	174365,2	171885,2	174825,8	177202,5
степен					
2018	71091,2	72649,3	69335,7	71025,4	71143,7
2019	75626,5	77212,9	73529,8	75456,4	75575,4
2020	80213,6	81801,8	77750,1	79921,8	80039,6

2021	84853,4	86416,3	81997,1	84422,3	84536,4
2022	89546,6	91056,6	86271,6	88958,3	89066,5

Таблицы-шаблоны, приведенные в таблицах 9.7, 9.8 и 9.9 и встроенные в ячейки таблицы 9.9 алгоритмы расчетов образуют второй модуль компьютерной модели, предназначенный для выполнения прогнозных расчетов по уравнениям 2-х или 3-х факторных временных рядов.

Если объединить компьютерные модели для прогнозирования с помощью уравнений временных рядов, одно- и многофакторных рядов динамики, то получим одну модель, обеспечивающую выполнение различных вариантов прогнозных расчетов, в интегрированном режиме.

Глава 10. Моделирование связей между показателями в экономике по панельным данным (на материалах регионов РФ за 2014-2017 гг.)

10.1.Моделирование связей между показателями производства продукции и затрат ресурсов по панельным данным федеральных округов России за 2014-2017 гг.

Данные двух и более показателей для совокупности объектов за два и более временных периода называются панельными данными. По таким данным можно выявить, математически описать и проанализировать связи (зависимости) между показателями.

Многолетней мечтой ученых-экономистов было выявить и описать в виде математических формул связи и зависимости. В начале 20-го века (почти 100 лет тому назад) два американских ученных выявили и описали зависимость между самыми важными показателями экономики предприятий, представляющую важный теоретический и практический интерес.

На примере трех десятков промышленных предприятий США они построили модель (формулу) производственной функции, выражающую зависимость объема промышленной продукции (Y) от двух ключевых ресурсов (стоимости основных фондов – K и численностью работников – L) в виде уравнения степенного вида $Y=A*K^{\alpha}*L^{\beta}$, которое получило название функции Кобба-Дугласа (по именам авторов), благодаря которым в настоящее время сформировалось научное направление получившее название «Эконометрики». Дисциплина с таким названием изучается в вузах, роль и значение ее все возрастает. Методы и модели этой дисциплины должны стать сердцевиной разрабатываемых на всех уровнях стратегий развития экономики на основе принятой государственной программы «Цифровая экономика Российской Федерации», рассчитанной на 2018-2024 гг.[1].

О важности «Эконометрики» свидетельствует тот факт, что в настоящее время на предприятиях и организациях различных сфер экономики появилась должность «эконометрика».На эту должность могут претендовать лишь экономисты высокой квалификации (как правило, с высшим образованием) хорошо владеющие компьютерными технологиями обработки экономической информации, а также способные анализировать результаты.

По данным совокупности однотипных объектов за один временной период (например, год) можно выявить, описать и оценить связи и зависимости между показателями, как для всей совокупности, так и для различных групп этой совокупности.

Связи и зависимости между показателями для совокупности объектов являются приближенными (их принято называть корреляционными).

Математические формулы, выражающие корреляционные связи (зависимости) для таких совокупностей объектов, называются уравнениями регрессии [2].

Построить уравнения регрессии означает определить его параметры. Наиболее широко применяемым в настоящее время является линейное уравнение регрессии, математическая запись которого имеет вид:

$$Y = b + m_1 X_1 + m_2 X_2 + \cdots + m_p X_p,$$

где Y - зависимый (результативный) экономический показатель,

$X_1, X_2, \ldots X_p$– независимые экономические показатели (показатели-факторы), от которых зависит Y,

b – свободный член (1-й параметр) уравнения регрессии,

$m_1, m_2, \ldots, m_p$–коэффициенты регрессии (параметры) при показателях – факторах,

p - число показателей–факторов, от которых зависит результативный показатель (Y).

Выбор экономических показателей (зависимых и показателей-факторов) – задача, требующая от специалистов-экономистов высокой квалификации и эрудиции.

Отметим, что количество показателей-факторов, включаемых в уравнения, должно быть ограниченным. Здесь: во-первых, не приемлем тезис «чем больше, тем лучше»; во-вторых, показатели-факторы, включаемые в уравнение регрессии не должны быть взаимно коррелированными.

Данные показателей совокупности экономических объектов за один временной период (например, за год) называются пространственными. Уравнения регрессии, выражающие связи и зависимости между экономическими показателями за один временной период сами по себе представляют весьма значительную аналитическую ценность. Но если построить уравнения регрессии по показателям для одних и тех же совокупностей объектов за два и более разных временных периода, то возникает возможность их сравнительного анализа, ценность которого существенно выше.

Отметим, что сравнительный анализ за разные временные периоды целесообразнее при разрыве во времени в 3,4,5 и более временных периодов (например, целесообразно строить и сравнивать уравнения регрессии для совокупности объектов за 2005, 2010, 2015, 2017 гг.).

Построив уравнения за два, три и более временных периода, можно выявить особенности связей (зависимостей) за разные временные периоды, произошедшие изменения и попытаться выявить причины этих изменений, их характер и т.д.

По панельным данным можно выявить и проанализировать связи (зависимости) показателей для одной и той же совокупности объектов за несколько последовательных временных периодов (два, три и более).Например, можно по данным показателей для совокупности регионов России (всех или их групп) за 2016, 2017 гг. выявить, описать и оценить зависимость валового регионального продукта (Y,млрд.руб.) от стоимости основных фондов (K,млрд. руб.), численности занятых в экономике (L,тыс.чел.) и объема инвестиций (I, млрд.руб.). При этом связи (зависимости) можно выявить:а) ВРП от каждого из трех показателей (однофакторные уравнения регрессии);б) ВРП от двух факторов (Y от K,L); в) ВРП от трех факторов (Y от K,L,I).

Построенные по панельным данным уравнения представляют ценность: а) сами по себе; б) их можно и целесообразно сравнивать с уравнениями пространственных данных за каждый отдельный временной период.

Панельные модели можно строить и сравнивать за разные временные периоды, например, за 2014-2015 гг. с 2016-2017 гг. Можно и следует строить панельные уравнения по данным за два, за три и более временных периода. Например, для совокупности регионов России можно простроить и проанализировать по панельным данным уравнения регрессии: за 2015, 2016, 2017 гг. (по данным за три года); за 2014, 2015, 2016 и 2017 гг. (по данным за четыре года), за 2013-2017 гг. (по данным за пять лет). Возможны и другие комбинации.

Сущность и особенности уравнений регрессии по панельным данным рассмотрим на примере восьми федеральных округов России за два, три и четыре временных периода: соответственно 2014-2015, 2016-2017 и 2014-2017 гг.[1].

Целью настоящего исследования является выявление, описание и анализ зависимости ВРП от стоимости основных фондов, численности занятых в экономике и инвестиций по панельным данным 80-ти регионов РФ за 2014-2017 гг. Для достижения поставленной цели решены следующие задачи: а) создано исходное информационное обеспечение; б) рассчитаны статистические характеристики для трех возможных видов уравнений регрессии и на их основе проведен анализ степени их приемлемости в) рассчитаны параметры уравнений регрессии и дано их описание; г) рассчитаны и проанализированы предельные эффекты и коэффициенты эластичности; д) построены уравнения изоквант и на их основе рассчитаны предельные нормы взаимодействия ресурсов и проведен их анализ.

Исходное информационное обеспечение – это разработанная нами на основе социально-экономических показателей регионов [1] таблица с величинами четырех ключевых показателей (валовой региональный продукт, млрд. руб., стоимость основных фондов, млрд. руб., численность занятых в экономике, тыс. чел. и объемы инвестиций, млрд. руб.) в разрезе федеральных округов и регионов РФ за разные временные периоды (за 2014- 2017 гг.). Сущность исходного информационного обеспечения иллюстрирует таблица

10.1, в которой приведены величины исследуемых четырех показателей по федеральным округам за 2014 и 2017 г.

В этой таблице приведены и величины показателей в целом по стране, а также величины темпов роста этих показателей по стране в 2017 г. к 2014 г.

Таблица 10.1

Величины четырех ключевых показателей регионов Российской Федерации в разрезе федеральных округов по данным за 2014 и 2017 гг.

		ВРП, млрд.руб.	**ст-ть ОФ, млрд.руб.**	**Числ. работ., тыс.чел.**	**Инвест., млрд.руб.**
		Y	**K**	**L**	**In**
	2014	**54013,6**	**133522**	**67901,0**	**13527,7**
	2017	**69254,1**	**183404**	**72065,2**	**15967,0**
	Темпы роста в 2017 г. к 2014 г.,%	**128,2**	**137,4**	**106,1**	**118,0**
2014	Центральный фед. округ	18975,9	43532	18894,7	3436,0
	Северо-Запад.фед. округ	5586,6	14411	6768,0	1357,9
	Южный фед. округ	3528,2	8348	6197,8	1277,2
	Северо-Кавк. фед. округ	1359,3	3273	3423,3	516,9
	Приволж. фед. округ	8571,2	19685	14217,0	2356,0
	Уральский фед. округ	7648,6	23584	6053,4	2322,6
	Сибирский фед. округ	5535,4	12329	9061,0	1441,0
	Дальневост. фед.округ	2808,4	8360	3285,8	820,1
2017	Центральный фед. округ	24135,0	58401	21181,9	4173,0
	Северо-Запад.фед. округ	7803,7	20330	7251,1	1872,0
	Южный фед. округ	4896,3	14201	7402,8	1397,3
	Северо-Кавк. фед. округ	1798,0	4516	3778,9	503,9
	Приволж. фед. округ	10375,9	25330	14116,2	2412,2
	Уральский фед. округ	9354,7	33651	6347,1	2870,1
	Сибирский фед. округ	7133,9	15338	8783,8	1521,1
	Дальневост. фед.округ	3756,6	11637	3203,4	1217,4

Как видно из таблицы 10.1, объем ВРП за три года вырос на 28,2 %; темпы роста для стоимости основных фондов почти в 1,5 раза выше, а для инвестиции почти в 1,5 раза ниже, чем для ВРП; численность занятых выросла всего на 6%. Соотношение темпов роста ВРП и трех основных ресурсов экономики в целом соответствует требованиям технического прогресса.

Данные двух и более показателей совокупности однотипных экономических объектов за один и тот же временный период принято называть пространственными данными. Таковыми являются в нашем случае величины четырех экономических показателей для совокупности восьми федеральных округов и 80-ти регионов РФ за каждый из четырех лет.

По пространственным данным можно выявлять, описывать и анализировать связи и зависимости за каждый год, а также проводить анализ уравнений, построенных за разные моменты времени.

Показатели совокупности за последующий временной период, как правило, корреляционно связаны с показателями одного, двух предыдущего периодов. Это означает, что можно исследовать в нашем случае: во-первых, наличие зависимости ВРП в 2017 г. от ВРП за 2016 г. (и/или 2015, 2014 гг.); во-вторых, ВРП за 2017 г. от стоимости основных фондов, численности занятых и инвестиций за один-два предыдущих периода.

Методика выявления и оценки таких связей (зависимостей) такая же, как для пространственных данных.

Особый интерес представляет исследование связей (зависимостей) между одними и теми же показателей для одних и тех же совокупностей объектов за несколько (два, три и более) последовательных временных периодов (например, в наше случае можно исследовать связи зависимости для регионов в разрезе федеральных округов по данным за 2014-2015; 2014-2016, 2014-2017; 2015-2017; 2016-2017 гг. и т.д.).

Как отмечалось выше, задачей настоящего исследования является построение уравнений регрессии по панельным данным 8-ми федеральных округов и 80-ти регионов РФ за разные временные периоды (от двух до четырех лет).

Поскольку возможные виды уравнений регрессии невозможно заранее однозначно определить возникает необходимость в проверке различных видов уравнений. Нами были проверены на приемлемость пять наиболее простых уравнений, известных каждому по школьной программе: линейное, показательное, степенное, гиперболическое и параболическое.

Не следует, с нашей точки зрения, строить сложные формулы, параметры которых трудно экономически интерпретировать. В частности, в нашем случае более приемлемыми оказались уравнений линейного, показательного и степенного видов.

Построение и анализ уравнений регрессии принято начинать с расчета и анализа статистических характеристик, предназначенных для оценки степени приемлемости различных видов уравнений. В таблице 10.2 приведены величины трех наиболее значимых статистических характеристик и средние арифметические значения зависимого показателя, рассчитанные по панельным данным 80-ти регионов страны за 2014-2015 и 2016-2017 гг.

Отметим, что во всех уравнениях в качестве зависимого (результативного) показателя нами принят валовой региональный продукт (Y), а в качестве независимых показателей-факторов - стоимость основных фондов (K, млрд. руб.), численность занятых в экономике (L, тыс. чел.) и объем инвестиций (I, млрд. руб.).При этом рассматриваются зависимости: Y от K; Y от K, L и Y от K, L, I. Уравнения для таких зависимостей принято называть производственными функциями.

В таблице 10.2 приведены величины трех наиболее значимых, с нашей точки зрения, статистических характеристик (sey, r^2, A) и средние арифметические величины зависимого показателя (Yср) для моделей

Таблица 10.2

Величины ключевых статистических характеристик уравнений регрессии для зависимостей ВРП от стоимости ОФ, численности занятых в экономике и инвестиций по панельным данным 80-тирегионов РФ

а) за 2016-2017 гг.

			линейн	показат	степен
			Для зависимости ВРП от ОФ		
1	Станд-я ошибка для завис.показ.	sey	404,1	0,8304	0,1081
2	Индекс детерминации	r^2	0,9446	0,4389	0,9496
3	Средняя ошибка аппроксимации	А,%	48,49	31,71	4,13
4	Сред.зн-я завис. показателей	Ср.знач	833,3	2,6191	2,6191
			Для зависимости ВРП от ОФ, числ		
1	Станд-я ошибка для завис.показ.	sey	264,5	0,6869	0,0897
2	Индекс детерминации	R2	0,9764	0,6185	0,9655
3	Средняя ошибка аппроксимации	А,%	31,75	26,23	3,42
4	Сред.зн-я завис. показателей	Ср.знач	833,3	2,6191	2,6191
			Для зависимости ВРП от ОФ, числ, инвест		
1	Станд-я ошибка для завис.показ.	sey	245,7	0,5491	0,0784
2	Индекс детерминации	r^2	0,9798	0,7578	0,9738
3	Средняя ошибка аппроксимации	А,%	29,48	20,96	2,99
4	Сред.зн-я завис. показателей	Ср.знач	833,3	2,6191	2,6191

б) за 2014-2015 гг.

			линейн	показат	степен
			Для зависимости ВРП от ОФ		
1	Станд-я ошибка для завис.показ.	sey	310,0	0,0474	0,1053
2	Индекс детерминации	r^2	0,9568	0,9396	0,9518
3	Средняя ошибка аппроксимации	А,%	44,01	1,87	4,15
4	Сред.зн-я завис. показателей	Ср.знач	704,4	2,5395	2,5395
			Для зависимости ВРП от ОФ, числ		
1	Станд-я ошибка для завис.показ.	sey	226,5	0,6336	0,0915
2	Индекс детерминации	r^2	0,9771	0,6731	0,9638
3	Средняя ошибка аппроксимации	А,%	32,15	24,95	3,60
4	Сред.зн-я завис. показателей	Ср.знач	704,4	2,5395	2,5395
			Для зависимости ВРП от ОФ, числ, инвест		
1	Станд-я ошибка для завис.показ.	sey	178,0	0,5308	0,0780
2	Индекс детерминации	r^2	0,9860	0,7720	0,9739
3	Средняя ошибка аппроксимации	А,%	25,27	20,90	3,07
4	Сред.зн-я завис. показателей	Ср.знач	704,4	2,5395	2,5395

панельных данных, построенных по показателям регионов РФ за 2014-2015 и 2016-2017 гг.

По данным за 2014-2015 и 2016-2017 гг. по величине индекса детерминации (r^2) степень корреляционной связи по всем трем панельным уравнениям регрессии линейного и степенного видов практически равны.По величине средней ошибки аппроксимации (А,%) во всех рассматриваемых случаях уравнения степенного вида предпочтительнее уравнений линейного и показательного видов; при этом величина А для степенных уравнений менее 5%, а для линейного и показательного видов – более 20%.

В таблице 10.3 приведены величины параметров (b, m_1, m_2, m_3) моделей производственных функций линейного и степенного видов для зависимости ВРП (Y) от трех основных ресурсов (стоимости основных фондов – K, численности занятых в экономике – L и инвестиций – I), построенных по панельным данным регионов РФ за 2014-2015 и 2016-2017 гг. (параметры уравнений показательного вида в таблице не приведены, поскольку показательные уравнения по величинам статистических характеристик существенно уступают линейным и степенным).

Таблица10.3

Величины параметров моделей производственных функций линейного и степенного видов для зависимости ВРП (Y) от стоимости основных фондов (K), численности занятых в экономике (L) и инвестиций (I), построенных по панельным данным 80-ти регионов РФ за 2014-2015 и 2016-2017 гг.

2016-2017 гг.	**b**	**m_1**	**m_2**	**m_3**
	линейный вид			
Y от K	37,5	0,3748	-	-
Y от K,L	-224,5	0,2594	0,5859	
Y от K,L,I	-167,3	0,3307	0,5593	-0,8894
	степенной вид			
Y от K	0,5043	0,9655	-	-
Y от K,L	0,3524	0,7169	0,3287	
Y от K,L,I	0,6997	0,4622	0,2903	0,2913
2014-2015 гг.	**b**	**m_1**	**m_2**	**m_3**
	линейный вид			
Y от K	7,112	0,3989	-	-
Y от K,L	-202,9	0,3072	0,4365	-
Y от K,L,I	-145,7	0,3987	0,4553	-1,3518
	степенной вид			
Y от K	0,4902	0,9700	-	-
Y от K,L	0,3466	0,7394	0,3006	
Y от K,L,I	0,6922	0,4924	0,2193	0,3310

Выводы из таблицы 10.3:

- величины параметра m_3 в моделях линейного вида оказались отрицательными, т.е. инвестиции данного (текущего) года оказывают отрицательное влияние на ВРП, что вполне естественно, поскольку отдача от них в виде роста продукции должна происходить в последующие годы; однако в моделях степенного вида они являются положительными;

- величины параметра m_1 при K (стоимости основных фондов) в моделях построенных по панельным данным за 2016-20117 гг. в уравнениях как линейного, так и степенного видов меньше таких величин за 2014-2015 гг.;

- величины параметра m_2 при показателе-факторе L (численность занятых в экономике) в моделях линейного вида за 2016-2017 гг. больше, а в моделях степенного вида меньше, чем соответствующие параметры в моделях, построенных по панельным данным за 2014-2015 гг.

Главный аналитический интерес при построении панельных уравнений (как и других уравнений регрессии) представляют сами уравнения, т.е. их математическая запись. Классический вариант производственной функции был построен почти 100 лет назад американскими ученымиКоббом и Дугласом и имеет вид $Y = A * K^{\alpha} L^{\beta}$, где Y – объем валовой продукции предприятия; K, L – стоимость основных фондов и численность занятых в экономике.

Ниже приведена математическая запись производственных функций типа Кобба-Дугласа, построенных нами по панельным данным 80-ти регионов РФ:

а) за 2016-2017 гг:$Y = 0{,}3524 * K^{0{,}7169} * L^{0{,}3287}$;

б) за 2014-2015 гг.:$Y = 0{,}3466 * K^{0{,}7394} * L^{0{,}3006}$.

Конечно, через 100 лет нельзя ограничиться только построением известной из учебной литературы по «Эконометрике» уравнения производственной функции Кобба-Дугласа.

Во-первых, следует строить уравнения не только степенного, но и других видов (линейного, гиперболического, степенного, показательного и др.). Во-вторых, целесообразно строить не толькодвухфакторные (Y от K, L), но и трех и более факторные (например, Y от K, L, I; Y от K, L, IT; Y от K, L, I, IT), где IT–объемы затрат на информационные технологии. В-третьих, целесообразно строить однофакторные (Y от K; Y от L; Y от I; Y от IT). В-четвертых, можно строить уравнения зависимости ресурсов от объемов производства (например, K от Y; L от Y; I от Y; IT от Y). В-пятых, можно строить уравнения, выражающие корреляцию между ресурсами (например, K от L; L от K; I от K; K от I). В-шестых, все вышерассмотренные модели можно строить не только для 80-ти регионов, но и для различных совокупностей и их групп (например, для регионов каждого федерального округа; для групп малых, средних и крупных регионов и т.д.).

Ценность уравнений панельных данных, как и уравнений регрессии, построенных по пространственным данным,состоит в возможности расчёта на их основе ряда новых аналитических показателей, в частности, предельных эффектов и коэффициентов эластичности показателей-факторов, предельных норм взаимозаменяемости ресурсов и др. Особый интерес представляют дополнительно определяемые показатели для уравнений линейного и степенного видов. Предельные эффекты для уравнений линейного вида равны параметрам (m_i)при показателях-факторах и показывают, что, если каждый показатель-фактор увеличится на одну абсолютную единицу, то зависимый (результативный) показатель увеличится на m_iабсолютных единиц.

Ниже приведены уравнения производственных функций линейного вида, построенные нами по панельным данным:

а) за 2014-2015 гг.:

$Y = 7{,}1122 + 0{,}3989 * K$;

$Y = -202{,}9 + 0{,}3072 * K + 0{,}4365 * L;$
$Y = -145{,}7 + 0{,}3987 * K + 0{,}4553 * L - 1{,}3518 * I;$
а) за 2016-2017 гг.:
$Y = 37{,}6 + 0{,}3748 * K;$
$Y = -224{,}5 + 0{,}2594 * K + 0{,}5859 * L;$
$Y = -167{,}3 + 0{,}3307 * K + 0{,}5394 * L - 0{,}8895 * I.$

Одним из проблем экономики является определение оптимального состава ресурсов, используемых для производства продукции. Дело в том, что ресурсы в экономике являются взаимозаменяемыми и чтобы определить оптимальный состав ресурсов требуется выявить нормы взаимозаменяемости ресурсов, т. е. определить сколько ресурсов каждого вида требуется для замены единицы какого-либо одного из ресурсов.

В настоящее время в вузах изучается научная дисциплина «Эконометрика», позволяющая решить проблему оптимизации ресурсов. Эконометрика позволяет ответить на два вопроса, связанных с оптимизацией состава и структуры ресурсов:

а) определить множество сочетаний величин показателей-ресурсов, при которых можно обеспечить производство одного и того же объема продукции;

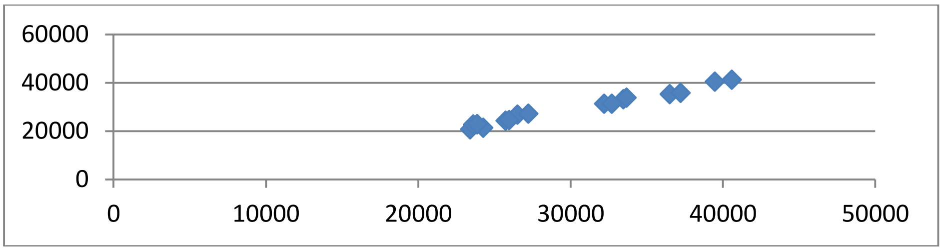
б) определить предельные нормы взаимозаменяемости ресурсов.

Множество сочетаний значений показателей-ресурсов, при которых можно обеспечить производство одного и тот же объема продукции принято выражать математической формулой, называемой изоквантой. Для ее построения результативный показатель уравнения принимается за константу и один из показателей-ресурсов выражается через остальные. Так, например, если в трехфакторном уравнении $Y = b + m_1 * K + m_2 * L + m_3 * I$, где Y - ВРП, млрд. руб., K - стоимость основных фондов, млрд. руб., L - численность работников, тыс. чел., I - объем инвестиций, млрд. руб., Y принять за константу (Y=const) и один из ресурсов (например, стоимость основных фондов) выразить через остальные, то получим следующее уравнение изокванты: $K = \frac{Y-b}{m_1} - \frac{m_2}{m_1} * L - \frac{m_3}{m_1} * I.$

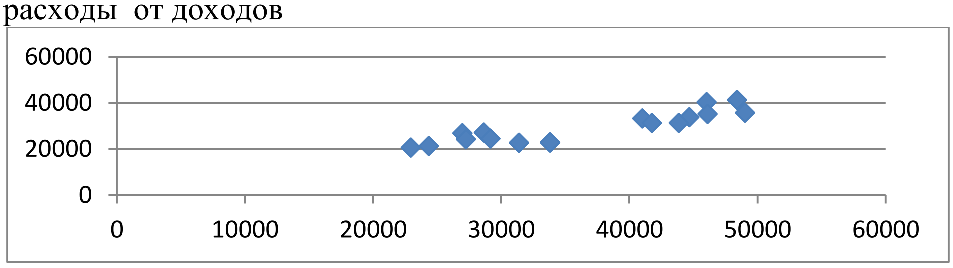
По формуле изокванты можно определить величины численности занятых в экономике (L) и объемов инвестиций (I), которые могут заменить одну абсолютную единицу стоимости основных фондов (K). Они представляют собой формулы частных производных, определяемых по изокванте. В нашем случае $\frac{\partial K}{\partial L} = -\frac{m_2}{m_1}$; $\frac{\partial K}{\partial I} = -\frac{m_3}{m_1}$. Аналогично можно найти $\frac{\partial L}{\partial K} = -\frac{m_1}{m_2}$; $\frac{\partial L}{\partial I} = -\frac{m_3}{m_2}$; $\frac{\partial I}{\partial K} = -\frac{m_1}{m_3}$; $\frac{\partial I}{\partial L} = -\frac{m_2}{m_3}$. Знак минус (-) означает, что ресурсы взаимозаменяемы.

10.2. Моделирование связей между показателями доходов, расходов и зарплаты по панельным данным федеральных округов России

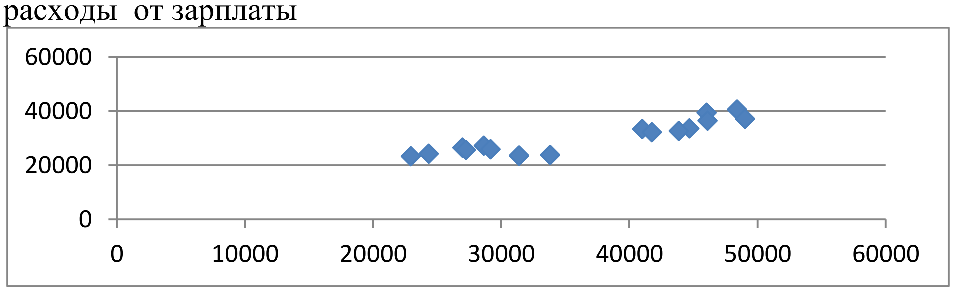
В случае однофакторных уравнений наличие зависимости можно проверить графически. На рис.10.1а, 10.1б приведены графики, выражающие зависимости в динамике изменения трех пар показателей по панельным данным федеральных округов России за 2016-2017 гг.: среднемесячных расходов на душу населения от среднемесячных доходов, среднемесячных расходов от среднемесячной заработной платы на одного занятого в экономике; доходов на душу населения от заработной платы.



расходы от доходов

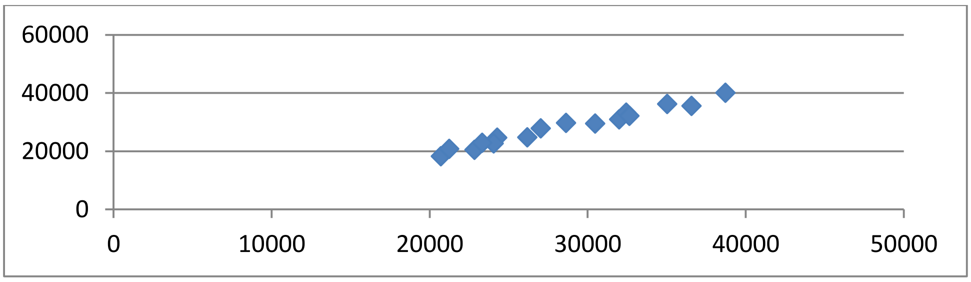


расходы от зарплаты

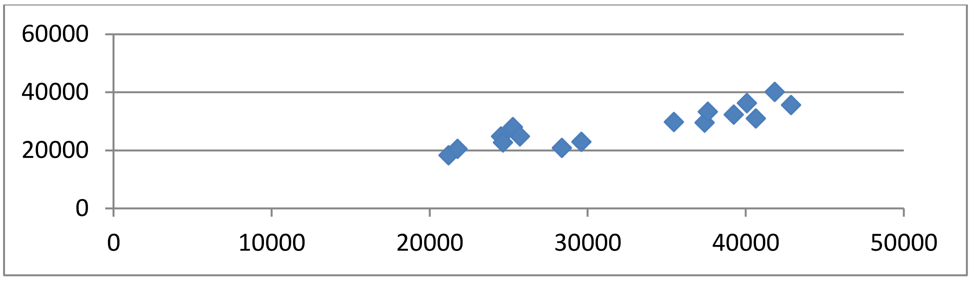


доходы от зарплаты

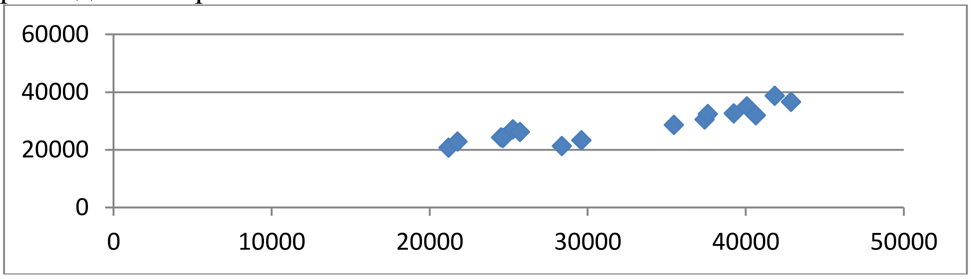
Рис.10.1а. Графики, выражающие зависимости между показателями (доходы, расходы и зарплата) по панельным данным федеральных округов РФ за 2016 и 2017 гг.



расходы от доходов



расходы от зарплаты



доходы от зарплаты

Рис.10.1б. Графики, выражающие зависимости между показателями (доходы, расходы и зарплата) по панельным данным федеральных округов РФ за 2014-2015гг.

Каждый график состоит как бы из двух частей по восемь точек каждая (а в сумме 16-ть точек). Напомним, что экономика страны представлена совокупностью 80-ти регионов восьми взаимосвязанных федеральных округов.По графику можно предположительно определить наличие корреляционной зависимости как за каждый год в отдельности, так и за оба периода вместе. При этом более высокой представляется корреляционная зависимость расходов от доходов. Весьма схожими представляются зависимости расходов и доходов от заработной платы.

Однозначно судить о степени корреляции не позволяют ни визуальный анализ, ни графический метод. Поэтому следует строить несколько видов уравнений из предположительно возможных. В частности, в таблице 10.4 приведены три наиболее значимых, с нашей точки зрения, статистических характеристик, по величинам которых можно оценить приемлемость трех видов уравнений регрессии: линейного,показательного, степенного для трех пар зависимостей (расходов от доходов, расходов от заработной платы, доходов от заработной платы) по панельным данным федеральных округов РФ за 2016-2017 гг. (см. таблицу 10.4).

Как видно из таблицы 6.4 по величинам r^2 все три уравнения для всех трех рассматриваемых зависимостей колеблются в пределах: 0,97-0,98 (R от D); 0,82-0,84 (R от ZP) и 0,83-0,86 (D от ZP).

Величины стандартной ошибки для результативного показателя (sey) нельзя сравнивать для разных видов уравнений регрессии, поскольку они строятся по разным исходным данным: а) для линейных уравнений по заданным фактическим исходным данным (в нашем случае величины доходов, расходов и заработной платы в руб.); б) для уравнений степенного вида по величинам логарифмов исходных данных (lgD, lgR, lgZP); в) дляуравнений показательного вида по величинам логарифмов для

Таблица 10.4

Величины трех ключевых статистических характеристик для оценки приемлемости уравнений регрессии, выражающих взаимосвязи между показателями среднедушевых доходов, расходов и заработной платы на одного занятого в экономике, построенных по панельным данным федеральных округов РФ за 2016-2017 гг.

			линейн	показат	степен
			Для зависимости расходов от доходов		
1	Станд-я ошибка для завис.показ.	sey	959,5	0,0419	0,0158
2	Индекс детерминации	r^2	0,9807	0,9677	0,9757
3	Средняя ошибка аппроксимации	A,%	3,13	0,93	0,35
4	Сред.зн-я завис. показателей	Ср.знач	30621	4,4860	4,4860
			Для зависимости расходов от заработной платы		
1	Станд-я ошибка для завис.показ.	sey	2839,2	0,0923	0,0424
2	Индекс детерминации	r^2	0,8318	0,8429	0,8243
3	Средняя ошибка аппроксимации	A,%	9,24	2,06	0,95
4	Сред.зн-я завис. показателей	Ср.знач	30621	4,4860	4,4860
			Для зависимости доходов от заработной платы		
1	Станд-я ошибка для завис.показ.	sey	2351,7	0,0751	0,0365
2	Индекс детерминации	r^2	0,8568	0,8624	0,8281
3	Средняя ошибка аппроксимации	A,%	7,56	1,67	0,81
4	Сред.зн-я завис. показателей	Ср.знач	31096	4,4927	4,4927

результативного (зависимого) показателя и фактическим исходным данным для показателя-фактора (например, чтобы определить параметры характеристик для зависимости $R=b*m^D$ требуется прологарифмировать это уравнение: lgR=lgb+D*lgm). Следовательно, в качестве исходных данных выступают lgR и D.

Но можно сравнивать величины средней ошибки аппроксимации, рассчитываемые по формуле $A = \frac{sey*100}{Ycp}$ – для линейных уравнений и по формуле $A = \frac{sey*100}{\lg(Ycp)}$ – для уравнений степенного и показательного видов.

Как видно из таблицы 10.4 по величине средней ошибки аппроксимации предпочтительнее уравнения степенного вида, затем показательного вида. Величины средних ошибок аппроксимации для уравнений линейного вида существенно выше. Однако, если величины этой

ошибки менее 10%, то уравнениесчитается приемлемым с оценкой «хорошо». Таким образом, по трем статистическим характеристикам из таблицы 10.4 все три вида уравнения для всех трех видов зависимостей являются приемлемыми.

В таблице 10.5 приведены величины двух параметров всех 9-ти построенных уравнений по панельным данным за 2016-2017гг.

Таблица 10.5

Величины параметров уравнений, построенных по панельным данным федеральных округов Российской Федерации за 2016-2017 гг.

	линейн.	показат.	степен.
	для зависимости R от D		
b	-3815,9	9421,6	0,2389
m	1,0991	1,0000369	1,1358
	для зависимости R от ZP		
b	5777,4	12860,6	9,2289
m	0,6511	1,0000221	0,7684
	для зависимости Dот ZP		
b	8618,1	14642,8	26,7861
m	0,5951	1,0000195	0,6698

В настоящем исследовании рассмотрены разные виды связей, описывающие однофакторные уравнения регрессии. При прочих примерно равных условиях более предпочтительнымиоказались уравнения линейного и степенного видов в силу их простоты и интерпретируемости их коэффициентов регрессии (параметров).

Описание и анализ связей и зависимостей следует начинать с уравнений линейной регрессии (как наиболее простых). В принятых нами обозначениях линейные уравнения имеют следующий вид:

а)для зависимости доходов от заработной платы $D = b_1 + m_1 * ZP$;

б) для зависимости расходов от доходов $R = b_2 + m_2 * D$;

в) для зависимости расходов от заработной платы $R = b_3 + m_3 * ZP$.

Заключительным этапом в исследовании связей (зависимостей) является анализ построенных уравнений регрессии. В случае однофакторных уравнений регрессии анализ уравнений состоит в расчете и оценке двух экономических показателей: предельных эффектов и коэффициентов эластичности.

Предельные эффекты определяются как производные, которые в случае линейных уравнений равны:

$dD/dZp = m_1$; $dR/dD = m_2$; $dR/dZP = m_3$.

В соответствии с величинами предельных эффектов при увеличении заработной платы на 1 руб. доходы должны вырасти на m_1, а расходы на m_3 руб., а при увеличении доходов на 1 руб. расходы должны вырасти на m_2 (см. таблицу10.6).

Таблица 10.6

	D	ZP	R
D	1,00	m_1	-
ZP	-	1,00	-
R	m_2	m_3	1,00

По уравнениям регрессии, выражающим зависимость расходов от заработной платы (R от ZP) и от доходов (R от D) можно построить еще одно уравнение регрессии; выражающее зависимость доходов от заработной платы:$\mathrm{b}_2 + \mathrm{m}_2 * \mathrm{D} = \mathrm{b}_3 + \mathrm{m}_3 * \mathrm{ZP}$. Откуда

$D = (\mathrm{b}_3 - \mathrm{b}_2)/\mathrm{m}_2 + (m_3/m_2) * ZP.$

Предельный эффект в этом случае равен $\frac{dD}{dZP} = m_3/m_2.$

Таким образом, по четырём уравнениям регрессии (или системе четырех уравнений) можно выразить возможные взаимосвязи трех очень важных социально-экономических показателей и на их основе рассчитать предельные эффекты.

Ниже приведена математическая запись системы четырех линейных уравнений, построенных нами по панельным данным федеральных округов за 2016-2017 гг.

$D = 8618{,}1 + 0{,}5951 * ZP;$

$R = -3815{,}9 + 1{,}0991 * D;$

$R = 5777{,}4 + 0{,}6511 * ZP;$

$D = -2584{,}6 + 1{,}0941 * ZP.$

Как известно, параметры уравнений линейного вида равны предельным эффектам и показывают, на какую абсолютную величину изменится зависимый показатель, если независимый показатель-фактор увеличится на одну абсолютную единицу. Все три показателя (D, R, ZP) измеряются в одних и тех же единицах (руб.). Следовательно:

а) в соответствии с первым уравнением, увеличение заработной платы на 1 руб. сопровождается увеличением доходов на 0,5951 руб., чтоявляется вполне нормальной ситуацией;

б) в соответствии со вторым уравнением если доходы будут увеличены на 1 руб., то расходы должны увеличиться на 1,0991 руб., что является фактом нежелательным;

в) в соответствии с третьим уравнением увеличение заработной платы на 1 руб. сопровождается увеличением расходов на 0,6511 руб., что также является нормальной ситуацией.

В пределах 3-х-5-ти лет доходы и расходы должны быть примерно равны, но в отдельные годы расходы могут превышать доходы и наоборот.

В соответствие с таблицей10.3 доходы зависят от заработной платы, расходы от доходов и от заработной платы. Заработная плата не зависит ни от доходов, ни от расходов. Доходы от расходов тоже не зависят.

Согласно четвертому уравнению при увеличении среднемесячной заработной платы на одного работника занятого в экономике федеральных округов среднедушевые месячные доходы могут возрасти на 1,094 руб., что также является фактом, свидетельствующем о проблемах отечественной экономики.

Наряду с линейными, представляют относительно высокую ценность уравнения регрессии степенного вида, поскольку их коэффициенты регрессии (параметры) равны коэффициентам эластичности. Особенность степенных уравнений состоит в том, что их коэффициенты регрессии равны коэффициентам эластичности.

Например, для уравнения $D = b_1 * ZP^{m_1}$коэффициент эластичности рассчитывается по формуле$E_{D/ZP} = \frac{dD}{dZP} * \frac{ZP}{D}$,где$D = b * ZP^{m_1}$.

Откуда справедлива формула$E_{\frac{D}{ZP}} = \frac{dD}{dZP} * \frac{ZP}{b_1 * ZP^{m_1}} = \frac{m_1 * \cancel{b_1} * \cancel{ZP^{m_1 - 1} * ZP}}{\cancel{b_1} * \cancel{ZP^{m_1}}} = m_1$.

Аналогично $E_{R/D} = m_2$;$E_{R/ZP} = m_3$;$E_{D/ZP} = m_3/m_2$.

Ниже приведена математическая запись системы уравнений регрессии степенного вида, построенных нами по панельным данным федеральных округов за 2016-2017 гг.:

$D = 26{,}8 * ZP^{0{,}6698}$;

$R = 0{,}2389 * D^{1{,}1358}$;

$R = 9{,}2289 * ZP^{0{,}7684}$;

$D = (3б8631 * ZP^{0{,}7684})/0{,}8804$.

Четвертое уравнение получено по второму и третьему уравнениям, приравняв их правые части и выразив Dчерез ZP:

$D^{1{,}1359} = (9{,}2289 * ZP^{0{,}7684})/0{,}2389 = 3{,}8631 * ZP^{0{,}7684}$.

В таблице 10.7 приведены величины предельных эффектов (для линейных уравнений) и коэффициентов эластичности (для уравнений степенного вида), построенных нами по панельным данным федеральных округов РФ за 2016-2017 гг.

Таблицы 10.7

	D от ZP	R от D	R от ZP
Предельный эффект, руб.	0,5951	1,0991	0,6511
Коэффициент эластичности, %	0,6698	1,1358	0,7684

Выводы из таблицы 10.4:

- в соответствии с величинами предельных эффектов рост среднемесячной заработной платы на 1 руб. сопровождается увеличением доходов на 0,5951, а расходов на 0,6511 руб. (рост расходов опережает рост доходов – факт парадоксальный);

- на 1 руб. увеличения среднедушевых месячных доходов приходится рост расходов на 1,0991 руб. (также парадоксальная ситуация);

- в соответствии с величинами коэффициентов эластичности для уравнений регрессии степенного вида на 1% роста ZP приходится 0,6698% роста доходов (для зависимости D от ZP), 0,7684% роста расходов (для зависимости R от ZP), а однопроцентный рост доходов приводит к росту расходов больше, чем на один процент (на 1,1358% для зависимости R от D).

Представляет аналитический интерес сравнение уравнений регрессии, построенных по панельным данным за разные временные периоды. Такие уравнение нами построены по панельным данным федеральных округов РФ за 2014-2015 и 2016-2017 гг. В таблице 10.8 приведены величины параметров для уравнений линейных и степенных видов (b, m).

Таблица 10.8

Величины параметров (b, m) уравнений линейных и степенных видов, построенных по панельным данным федеральных округов РФ за 2014-2015 и 2016-2017 гг.

	Линейные, 2016-2017			**Степенные, 2016-2017**		
	R от D	**R от ZP**	**D от ZP**	**R от D**	**R от ZP**	**D от ZP**
b	-3298,9	4084,3	6871,1	0,2389	9,2289	26,785
m	1,0846	0,6789	0,6242	1,1358	0,7684	0,6698
	Линейные, 2014-2015			Степенные, 2014-2015		
b	-3564,9	4465,7	7197,2	0,2270	5,5372	18,107
m	1,1133	0,7348	0,6605	1,1431	0,8220	0,7093

Как видно из таблицы 10.8, в уравнениях для всех трех зависимостей величины коэффициентов регрессии (m) за 2016-2017 гг. ниже, чем за 2014-2015 гг., что является фактом положительным.

Глава 11. Построение и оценка моделей с лаговыми переменными по пространственным данным совокупностей экономических объектов (на примере регионов РФ за 2014-2017 гг.)

11.1. Модели авторегрессии для показателя валового продукта регионов РФ

Особое место в экономике на всех уровнях управления занимают модели авторегрессии и с распределенным лагом времени. Такие модели, как правило, принято строить для отдельных экономических объектов по данным их рядов динамики.Однако, с нашей точки зрения, можно строить модели авторегрессии (с распределенным лагом времени) и для совокупностей экономических объектов.

Различие между моделями видно из математической записи:

- для отдельных экономических объектов

а) авторегрессии

$Y_t = b + m_1Y_{t-1} + m_2Y_{t-2} + \cdots + m_lY_{t-l}$;

б) с распределённым лагом времени

$Y_t = b + m_0X_t + m_1X_{t-1} + m_2X_{t-2} \dots + m_lX_{t-l}$;

- для совокупностей экономических объектов:

а) авторегрессии

$$Y_{it} = b + m_0Y_{i(t-1)} + m_2Y_{i(t-2)} + \cdots + m_lY_{i(t-l)}$$

б) с распределенным лагом времени

$Y_{it} = b + m_0X_{it} + m_1X_{i(t-1)} + m_2X_{i(t-2)} \dots + m_lX_{i(t-l)}$,

где Y_t, $Y_{t-1}, \dots, Y_{t-l}$– величины результативного экономического объекта в моменты времени t,t-1,t-2,…,*t-l*;*l* – лаг времени;

$b, m_0, m_1, \dots, m_l$–параметры моделей;

Y_{it}, $Y_{i(t-1)}, \dots, Y_{i(t-l)}$ – величины зависимого показателя для i-го объекта из их совокупности в моменты времени t,t-1,…,*t-l*;

X_t, $X_{t-1}, \dots, X_{t-l}$– величины показателя фактора от которого зависит результативный показатель (Y_t).

Настоящее исследование посвящено построению и анализу трех видовмоделей с лаговыми переменными по пространственным данным совокупности регионов РФ: авторегрессии; с распределенным лагом времени; смешанных (авто- и с распределенным лагом времени).

С нашей точки зрения такие модели, как и других видов, могут быть:

а) одно- и многофакторными;

б) с лагом времени один, два и более.

Задачи по построению моделей авторегрессии и моделей с распределённым лагом времени формулируются следующим образом: заданы величины показателя производства продукции (Y) и инвестиций (I) для совокупности однотипных экономических объектов за 2,3 и более моментов времени (или для одного и того же экономического объекта за пять и более временных периода). Требуется построить модели авторегрессии и модели с распределенным лагом времени, т.е. рассчитать параметры и статистические характеристики и оценить степень приемлемости, а также провести анализ параметров и статистических характеристик.

В таблице 11.1 приведен фрагмент, иллюстрирующий сущность исходных данных для построения моделей авторегрессии, с распределительным лагом времени и смешанного вида для совокупности экономических объектов по заданным величинам ВРП и инвестиций. Объектами выступают регионы РФ.

Таблица 11.1

Величины ВРП и объемов инвестиций в разрезе регионов РФ по данным за 2014-2017 гг.

№ п/п	Наименование регионов	ВРП (Yt, млрд.руб.)				Инвестиции (Xt, млрд.руб.)			
		2017	2016	2015	2014	2017	2016	2015	2014
		Y_t	Y_{t-1}	Y_{t-2}	Y_{t-3}	X_t	X_{t-1}	X_{t-2}	X_{t-3}
1	Белгородская область	730,6	686,4	619,4	569,4	139,2	143,8	146,4	120,4
2	Брянская область	285,9	269,9	243,0	223,3	54,8	68,3	61,7	66,8
…	……	…	…	…		…	…		…
80	Чукотский автон. округ	66,1	63,9	56,6	47,0	11,8	8,4	8,4	6,6
	Сумма	**68618**	**64711**	**58695**	**54014**	**15741**	**14537**	**14058**	**13528**
	Срзнач	**857,7**	**808,9**	**733,7**	**675,2**	**196,77**	**181,7**	**175,7**	**169,1**

Исходные данные представлены величинами двух важных экономических показателей регионов: валового регионального продукта (ключевого результативного показателя) и объемов инвестиций (одного из ключевых ресурсов, влияющих на объем ВРП). Особенности инвестиций: а) с одной стороны, их объемы зависят от величин ВРП; б) с другой стороны, объемы инвестиций как в данный, так и в предыдущие периоды (как правило, от 1 до 5-7 лет) в зависимости от особенностей объектов экономики оказывают влияние на объемы ВРП. Свои особенности имеет и ВРП: на его объемы в период t влияют его объемы с лагом времени от одного до трех-пяти лет.

Модели, выражающие зависимость ВРП от его величин за предыдущие периоды, называются моделями авторегрессии, а модели, выражающие зависимость ВРП от объемов инвестиций за предыдущие периоды, называются моделями с распределенным лагом времени.

Модели авторегрессии и с распределённым лагом можно строить для совокупностей однотипных экономических объектов, а также для одного и того же экономического объекта по данным его показателей за 5-10 и более временных периодов.

Данные показателей совокупности однотипных экономических объектов за один временной период называются пространственными данными, а данные показателей одного и того же объекта за 5-10 и более временных периодов называются временными рядами (для каждого отдельного показателя) и рядами динамики (для двух и более совместно рассматриваемых показателей).

По данным четырех столбцов $Y_t, Y_{t-1}, Y_{t-2}, Y_{t-3}$ таблицы 11.1 можно строить модели авторегрессии для ВРП $Y_t = f(Y_{t-1}, Y_{t-2}, Y_{t-3})$, по данным пяти столбцов ВРП за 2017 г. (Y_t) и инвестиций за 2014-2017 гг. (X_{t-3},X_{t-2}, X_{t-1},X_t) - модели с распределённым лагом времени $Y_t = f(X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, X_{t-3})$, а по данным всех восьми столбцов – модели смешанного вида (авто- и с распределённым лагом времени).

Математическая запись модели смешанного вида приведена ниже:

$Y_t = f(Y_{t-1} Y_{t-2}, Y_{t-3}, X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, X_{t-3})$.

Построить модели авторегрессии (с распределенным лагом времени и смешанного вида) означает рассчитать их параметры и статистические характеристики.

В MS Excel имеется инструментарий, позволяющий одновременно рассчитать в виде одного массива данных параметры модели, их стандартные ошибки, а также шесть статистических характеристик для оценки приемлемости построенной модели в целом.

Сущность массива данных иллюстрирует таблица 11.2.

Таблица 11.2

Массив данных, создаваемый с помощью функции «ЛИНЕЙН» в MSExcel для расчета и размещения параметров и статистических характеристик моделей линейного вида.

m_p	m_{p-1}	…	m_2	m_1	b
sep	se(p-1)	…	se2	se1	seb
r^2	sey	-	-	-	-
F	df	-	-	-	-
SSresid	SSreg	-	-	-	-

Примечание. В первой строке приведены обозначения параметров модели (регрессии, авторегрессии, с распределённым лагом времени); во второй строке-стандартные ошибки для каждого параметра; sey-стандартная ошибка для показателя, принятого за зависимую переменную;r^2- индекс детерминации; df-число степеней свободы; F-критерий Фишера;SSreg, SSresid- суммы квадратов отклонений фактических значений зависимой переменной от ее расчетных и от среднего арифметического значений.

Ниже в таблице 11.3 приведён один из массивов данных для модели авторегрессии, построенной для зависимости ВРП регионов России за 2017г. от его значений за 2014, 2015, 2016 гг.

Таблица 11.3

Величины параметров и статистических характеристик модели авторегрессии для показателя ВРП, построенной по данным 80-ти регионов РФ за 2014-2017гг.

-0,5452	**-0,0317**	**1,5550**	**-8,734**

0,2465	0,1899	0,1773	10,291
0,9982	**77,2**		
13736,5	76		
2,459E+08	4,535E+05		

В соответствии с массивом данных, приведённым в таблице 11.3, математическая запись модели авторегрессии для 80-ти регионов РФ имеет вид:

$$Y_{it} = -8{,}734 + 1{,}5550 * Y_{i(t-1)} - 0{,}0317 * Y_{i(t-2)} - 0{,}5452 * Y_{i(t-3)},$$

где Y_{it}, $Y_{i(t-1)}$, $Y_{i(t-2)}$, $Y_{i(t-3)}$ - объем ВРП i-го региона в t-м, (t-1)-м, (t-2)-м, (t-3)-м годах (т.е. в 2017, 2016, 2015 и 2014 гг. соответственно).

Покажем сущность и особенности каждого из трех видов моделей с лаговыми переменными, построенными нами по данным совокупности 80-ти регионов России за 2014-2017 гг., приведенным в таблице 11.1.

В таблице 11.4 приведены величины параметров и четырех статистических характеристик (стандартной ошибки для результативного показателя – sey, индекса детерминации – r^2, критерия Фишера – F и средней ошибки аппроксимации – A) построенных нами моделей авторегрессии для ВРП (Y_t) по данным 80-ти регионов РФ за 2014-2017 гг.

Таблица 11.4

Величины параметров и четырех статистических характеристик моделей авторегрессии для ВРП (Y_t), построенных по пространственным данным совокупности 80-ти регионов РФ за 2014-2017 гг.

	Ytот Yt-1	**Yt от Yt-2**	**Yt от Yt-3**	**Yt от Yt-1, Yt-2**	**Ytот Yt-1, Yt-2,Yt-3**
b	1,3910	25,7457	24,054	-4,3027	-8,7342
m1	1,0587			1,3212	1,5550
m2		1,1340		-0,2817	-0,0317
m3			1,2348		-0,5452
…	…	…	…	…	…
sey	80,3	113,1	110,3	79,2	77,2
r^2	0,9980	0,9960	0,9961	0,9980	0,9982
F	38121,7	19192,4	20162,1	19611,2	13736,5
A,%	9,36	13,19	12,86	9,23	9,00
Ycp	**857,7**	**857,7**	**857,7**	**857,7**	**857,7**

Из величин статистических характеристик (см. таблицу11.4) видно:

а) высокая степень коррелированности (r^2) ВРП регионов РФ за 2017 г. как от каждого из лаговых переменных в отдельности, так и от двух- *(l=1,2)* и трехфакторных *(l=1,2,3)*;

б) приемлемость всех пяти уравнений по величинам средней ошибки аппроксимации (11,0<A<16,0).

Анализ величин параметров при лаговых переменных показывает, что: во-первых, объем ВРП по годам в целом для совокупности регионов растет, поэтому величина коэффициента регрессии m_l с увеличением лага также увеличивается (m_1=1,06; m_2=1,13; m_3=1,23); во-вторых, при лагах *l=1,2* и *l=1.2.3* m_1 имеет положительный знак, а m_2 и m_3 – отрицательны; отрицателен и параметр b.

Представляет интерес суммарные величины параметров (коэффициентов регрессии), рассчитанные по данным двух- и трехфакторных моделей. Они равны соответственно 1,04 и 0,98, т.е. увеличение величины лага сопровождается снижением этой суммы. Одной из причин является наличие высокой корреляции между лаговыми переменными.

Построение моделей, выражающих связи, зависимости и тенденции имеет смысл, если эти модели могут быть многократно применены.

В нашем случае в таблице 11.4 приведены величины параметров и статистических характеристик регионов для моделей, построенных по данным 80-ти регионам РФ. Но созданный нами модельный инструментарий можно применять не только для 80-ти, но и для других количеств регионов. Например, г. Москва выделяется величиной своих показателей от остальных.

Следовательно, можно построить модели для 79-ти регионов (без г. Москвы). Сравнивая параметры и характеристики моделей для 80-ти и 79-ти регионов можно выявить степень влияния показателей г. Москвы на связи и зависимости.

Анализ данных таблицы 11.1 показывает, что четыре региона по величине ВРП и ресурсов резко отличается от остальных (Московская область, г. Санкт-Петербург, Тюменская область и г. Москва). Следовательно, можно выполнять расчеты для 76-ти регионов.

По 8-ми регионам объем ВРП составляет менее 100 млрд.руб. (от 46 до 91 млрд.руб.), что не сопоставимо меньше, чем по остальным регионам. Следовательно, можно построить модели авторегрессии для68-ми регионов исключив из рассмотрения восемь малых.

Представляет интерес сравнительный анализ моделей, построенных для различных групп регионов. Например, все регионы можно разбить:

а) на малые (27), средние (27) и крупные (26),

б) на семь групп (в соответствии с методом Стерджесса).

в) целесообразно построение моделей для регионов в разрезе федеральных округов и т.д.

Для построения моделей авторегрессии для всех вышеперечисленных (и не перечисленных) групп регионов нет необходимости каждый раз заново выполнять все расчеты и процедуры обработки информации. Достаточно создать один модельно-компьютерный инструментарий, включающий все необходимые компоненты (от создания таблицы с исходными данными до формирования аналитических документов таблиц, графиков и др.) и использовать копии этого инструментария для построения моделей для каждой группы регионов.

Сердцевиной такого инструментария являются математические и компьютерные модели и алгоритмы, обеспечение выполнения всех расчетов, процедур обработки информации и формирование аналитических документов.

Перечислим компоненты разработанного нами модельно-компьютерного инструментария для построения моделей авторегрессии:

- электронные варианты таблиц социально-экономических показателей из статистических ежегодников Росстата;
- таблица с исходными данными (в нашем случае таблица размерности 80*8 (с данными 80-ти регионов за восемь лет (2010,2011,…,2017)); это своего рода база данных;
- рабочая таблица с исходными данными, созданная по БД с данными регионов РФ за 2017, 2016, 2015 и 2014гг. (см. таблицу 11.1);
- две таблицы для расчёта и размещения величин параметров и статистических характеристик моделей авторегрессии: первая для двухмерных массивов данных, вторая- для одного трехмерного и одного четырехмерного массивов данных;
- встроенная статистическая функция ЛИНЕЙН из MSExcel, с помощью которой созданы массивы данных и выполнены расчеты;
- математические формулы, которые могут быть построены; таких формул в нашем случае пять:

Y_t от Y_{t-1},Y_t от Y_{t-2}, Y_t от Y_{t-3}; Y_t от Y_{t-1}, Y_{t-2};
Y_t от $Y_{t-1}, Y_{t-2}, Y_{t-3}$;

формулы могут быть как линейными, так и нелинейными; чаще всего применяются линейные как наиболее простые и поддающиеся экономической интерпретации; в нашем случае вполне приемлемыми оказались модели линейного вида; в общем случае они имеет вид:

$$Y_t = b + m_1 Y_{t-1} + m_2 * Y_{t-2} + m_3 Y_{t-3} + \ldots;$$

- аналитическая таблица, каждый столбец которой содержит величины параметров и статистических характеристик одного из пяти построенных моделей авторегрессии;
- формулы присвоения, размещенные в каждую ячейку аналитической таблицы и связывающие ячейки каждого массива данных с ячейками аналитической таблицы.
- обозначения различных экономических показателей и единиц измерения.

11.2. Модели с распределенным лагом времени для зависимости объемов ВРП от объемов инвестиций.

Ценность модели с распределенным лагом времени заметно выше, поскольку в них выявляются и оцениваются связи между двумя показателями.При построении модели с распределенным лагом времени возникает ряд вопросов.Первый вопрос - выбор зависимого показателя и независимого. В качестве таковых нами выбраны ВРП (Y_t) и инвестиции (X_t,X_{t-1},X_{t-2},…). Второй вопрос – выбор длины лага (количества лаговых переменных). На этот вопрос не может быть вперед дан однозначный ответ. С нашей точки зрения целесообразно строить модели с распределенным лагом с различным количеством лаговых переменных с целью получения различной аналитической информации. Третий вопрос – выбор совокупности объектов исследования. Нами выбрана совокупность 80-ти регионов РФ, хотя это принципиально не важный вопрос.

Целью нашего исследования являются не построить и проанализировать модели с распределенным лагом времени для конкретного заранее заданного количества совокупности объектов (нашем случае регионов РФ), а разработать модельно-компьютерный инструментарий, с помощью которого можно строить модели для различных групп регионов, анализировать параметры и статистические характеристики, а также выявлять особенности моделей.

Нами разработан инструментарий, позволяющий строить следующие модели с распределенным лагом времени:

- пять однофакторных для выявления и оценки влияния каждой лаговой переменной (X_t,X_{t-1},X_{t-2}, X_{t-3},X_{t-4});

- четыре модели с длиной лага один, два, три и четыре соответственно (Y_t=f(X_t,X_{t-1}), Y_t=f(X_t,X_{t-1},X_{t-2}),Y_t=f(X_t,X_{t-1},X_{t-2}, X_{t-3}), Y_t=f(X_t,X_{t-1},...X_{t-4})

В таблице6.5 приведены величины параметров и статистических характеристик моделей с распределительный лагом времени, построенных по данным 80-ти регионов РФ при различных лагах времени, выражающих зависимость ВРП от инвестиций.При этом отметим, что целью исследования является не построение и анализ модели с распределенным лагом времени по конкретным данным, а создание модельно-компьютерного инструментария для построения и оценки таких моделей для разных групп регионов и с различным количеством лаговых переменных.

На примере данных ВРП за 2017 г. (Y_t) и данных инвестиций за 2014-2017 гг. 80-ти регионов РФ покажем методику анализа параметров и статистических характеристик моделей с распределенным лагом времени.

На основе данных таблицы 11.5 сформулируем некоторые выводы:

а) для однофакторных; б) для 2-х, трех и четырех.

Анализ уравнений с распределенным лагом времени (как и др. уравнений регрессии) принято начинать с оценки их приемлемости по статистическим характеристикам. Ключевыми статистическими характеристиками, с помощью которых целесообразно оценивать

Таблица 11.5

Величины параметров и статистических характеристик
моделей с распределенным лагом времени для 80-ти регионов РФ,
выражающих зависимости ВРП за 2017 г. от инвестиций за 2014-2017 гг.

	Yt от Xt	**Yt от Xt-1**	**Yt от Xt-2**	**Yt от Xt-3**	**Yt от Xt,Xt-1**	**Yt от Xt,Xt-1, Xt-2**	**Yt от Xt,Xt-1, Xt-2, Xt-3**
b	-24,65	-21,213	-75,016	-131,773	10,017	-73,2	-76,272
m0	4,4844				13,4904	13,203	13,16
m1		4,8371			-9,9429	-18,2729	-17,929
m2			5,3078			9,4093	8,6059

m3				5,8518			0,5303
…	…	…	…	…	…	…	…
sey	839,1	893,1	857,9	848,8	797,5	755,7	760,6
r^2	0,7770	0,7474	0,7670	0,7719	0,8012	0,8238	0,8239
F	271,8	230,8	256,7	263,9	155,2	118,5	87,7
A,%	**97,83**	**104,13**	**100,02**	**98,96**	**92,98**	**88,1**	**88,68**
Ycp	**857,7**	**857,7**	**857,7**	**857,7**	**857,7**	**857,7**	**857,7**

приемлемость моделей с распределённым лагом времени, являются, с нашей точки зрения, стандартная ошибка для результативного показателя(sey), индекс детерминации (r^2), критерий Фишера(F) и средняя ошибка аппроксимации (A,%).

Величины индекса детерминации (r^2) в соответствии с данными таблицы 6.5 находятся в пределах 0,7470<r^2< 0,8239, т.е. степень корреляционной зависимости ВРП (Y_{it}) от лаговых переменных (объемов инвестиций X_{it}, $X_{i(t-1)}$, $X_{i(t-2)}$, $X_{i(t-3)}$) при различных длинах лага времени является достаточно высокой и приемлемой.Минимальной оказалась корреляция для уравнения,выражающего зависимость ВРП по данным за 2017 г. от инвестиций за 2016 г. (при лаге времени *l=1*); максимальной – ВРП за 2017 от инвестиций за 2014 г. (при l=3). Нами построено уравнение и при *l=0* по данным Y_tот X_t за 2017 г.; степень корреляции (по r^2) оказалась равной 0,7770. Для трех- и четырехфакторных моделей с распределенным лагом длиной лага равной двум и трем (*l=0,1,2; l=0,1,2,3*)величины индекса детерминации выше, чем для однофакторных.Рост индекса детерминации (r^2) с увеличением лага незначителен (от 0,8012 до 0,8239).

Величина критерия Фишера находится в пределах 87,7<F<271,8. Чем больше величина F-критерия Фишера, тем выше считается степень приемлемости моделей с распределенным лагом времени. Величина стандартной ошибки для результативности показателя (sey) находится в пределах 755,7<sey<893,1. По величине стандартной ошибки (sey) не всегда можно оценить степень приемлемости модели с распределенным лагом времени. Для этого целесообразно рассчитать относительную величину этой ошибки, называемую средней ошибкой аппроксимации (A, %), по формуле:

$$A=\frac{sey*100}{Y\text{ср}},$$

где Yср- средняя арифметическая величина результативного показателя (Yср=ΣY_i/N),i=1,2...,N–индекс (номер) региона в рассматриваемой совокупности.

В учебной литературе по «Эконометрике», в которой изучаются корреляционные связи и зависимости, строятся различные корреляционно-регрессионные модели, в т.ч. модели с распределительным лагом времени. При величине средней ошибки аппроксимации (A, %) менее 10% приемлемость моделей считается «хорошей».

В соответствии с величинами средней ошибки аппроксимации (A,%) приемлемость моделей с распределенным лагом является сомнительной; они составляют 88-100%. Тем не менее, построенные нами модели с распределенным лагом времени представляют определенный интерес.

Об этом свидетельствует и тот факт, что после исключения из совокупности регионов г. Москвы (для 79-ти регионов) величины индекса детерминации (r^2) выросли (минимальная до 0,8553, максимальная 0,8926), а величины средней ошибки аппроксимации (A,%) снизилась почти в два раза.

Кроме того отметим, что целью исследования является не построение и анализ модели с распределенным лагом времени для 80-ти или другого количества регионов РФ, а создание модельно-компьютерного инструментария для построения и оценки таких моделей для различных групп регионов.

Перейдем к анализу величин параметров моделей с распределенным лагом времени. В частности, на основе данных таблицы 11.5 можно сформулировать следующие выводы:

а) для однофакторных величины параметров равны 4,48-5,85;

б) для двух-, трех- и четырехфакторных параметр m_1 - отрицателен;

в) суммарные величины параметров для двух-, трех- и четырехфакторных с увеличением длины лага растут и составляют соответственно 3,55; 4,34 и 4,36.

Для построения моделей с распределенным лагом времени,как и для моделей авторегрессии, целесообразен и нами разработан модельно-компьютерный инструментарий, состав и структура которого аналогичен инструментарию для моделей авторегрессии.

11.3. Смешанные модели авто- и с распределенным лагом времени.

Можно и целесообразно построение моделей смешанного вида, выражающих зависимость какого-либо экономического показателя от его лаговых значений, а также от лаговых переменных показателя-фактора.

Нами построены два варианта таких моделей для 80-ти регионов РФ:

а) по данным ВРП и инвестиций за 2014-2017 гг.;

б) по данным ИТ-затрат и ВРП за 2014-2017 гг.

В таблице 11.6 приведены величины параметров и статистических характеристик шести моделей с лаговыми переменными смешанного вида, построенных нами по данным 80-ти регионов РФ при различных лагах времени, выражающих зависимость ВРП за 2017 г. от его значений за три предыдущих временных периода (2016, 2015 и 2014 гг.) и от значений инвестиций за 2017, 2016, 2015 и 2014 гг.).

Таблица 11.6

Величины параметров и статистических характеристик смешанных моделей авто- и с распределенным лагом времени, построенныхдля 80-ти регионов РФ по данным ВРП от инвестиций за 2014-2017 гг.

	YtотYt-1, Xt,Xt-1,Xt-2	**Ytот Yt-1, Xt, Xt-1,Xt-2,Xt-3**	**Ytот Yt-2, Yt-1, Xt,Xt-1, Xt-2**	**YtотYt-2, Yt-1, Xt, Xt-1, Xt-2, Xt-3**	**Ytот Yt-3, Yt-2,Yt-1, Xt,Xt-1,Xt-2**	**Ytот Yt-3, Yt-2, Yt-1, Xt, Xt-1, Xt-2,Xt-3**
	1	**2**	3	4	**5**	**6**
b	1,0885	5,0733	2,6143	-1,9040	2,8536	-2,6793
m1	-0,2182	1,0885	-1,0805	-1,0611	0,0291	-0,0806
m2	0,7968	-0,2182	2,1447	2,1260	-1,1014	-1,0025
m3	-1,6189	0,7968	-0,3148	-0,3757	2,1398	2,1393
m4	0,9155	-1,6189	0,2238	0,7508	-0,3024	-0,4115
m5		0,9155	-0,3740	-1,5966	0,1993	0,8316
m6				0,8072	-0,3654	-1,6507
m7						0,8271
…	…	…	…	…	…	…
sey	76,3310	76,3310	63,7359	61,9341	64,1656	62,3215
r^2	0,9982	0,9982	0,9988	0,9989	0,9988	0,9989
F	8440,9	8440,9	12113,1	10691,0	9959,5	9050,2
A,%	8,90	8,90	7,43	7,22	7,48	7,27
Ycp	**857,7**					

В качестве примера ниже приведена математическая запись наиболее значимой из смешанных моделей, параметры и статистические характеристики которой приведены в столбце 6 таблицы 11.6:

$$Y_{it} = -2{,}6793 - 0{,}0806 * Y_{i(t-1)} - 1{,}0025 * Y_{i(t-2)} + 2{,}1393 * Y_{i(t-3)} -$$
$$-0{,}4115 * X_{it} + 0{,}8316 * X_{i(t-1)} - 1{,}6507 * X_{i(t-2)} + 0{,}8271 * X_{i(t-3)}.$$

Как видно из величин четырех ключевых статистических характеристик все шесть моделей смешанного вида являются высоко приемлемыми: величины индекса детерминации составляют более 0,99, а величины средней ошибки аппроксимации менее 9,0% (что считается "хорошей").

С точки зрения системного подхода построение и анализ не одного-двух, а группы моделей смешанного вида (как и других) целесообразно, поскольку: во-первых, каждая модель в отдельности представляет собой аналитическую ценность; во-вторых, представляет интерес сравнение разных моделей и выявления их отличительных особенностей, преимуществ и недостатков.

Ниже нами приведено такое сравнение, что позволило сформулировать выводы, представляющие, с нашей точки зрения, научно-практический интерес.

Сравним вторую модель с первым; она отличается добавлением пятой лаговой переменной (X_{t-3}), означающий объем инвестиций за 2014 г. (напомним X_t - объем инвестиций за 2017 г., X_{t-1} - за 2016 г., X_{t-2} - за 2015 г.). В первую модель было включено четыре лаговых переменных (Y_{t-1},X_t, X_{t-1},X_{t-2}); при этом место и роль всех четырех показателей, выражающих лаговые переменные в корне изменились, о чём свидетельствуют величины параметров при переменных: m_1 и m_3 в первой модели отрицательны, а m_2 и m_4 - положительны; во второй модели их знаки поменялись на противоположные; согласно величине параметра m_5 лаговая переменная X_{t-3} оказалась самой значительной среди лаговых переменных, выражающих объемы инвестиций.

Добавление в первую модель лаговой переменной Y_{t-2} (см.таблицу 11.6 третью модель) не повлияло на знаки параметров m_1,m_2, m_3, m_4, но повлияло на их численные величины: m_1, m_4уменьшились, m_2, m_3 - увеличились; величина параметра m_5 в третьей модели оказалась отрицательной.

Сравним четвёртую модель (добавлена лаговая переменная X_{t-3}) с третьей:

- знаки параметров m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 не изменились;
- величины m_1, m_4 в четвертой модели больше, а m_2, m_3, m_5 - меньше, чем у третьей модели;
- параметр m_6 - положительный и оказался максимальным по величине среди параметров лаговых переменных по инвестициям.

Добавлением в третью модель лаговой переменной (Y_{t-3}) нами построена пятая модель. Их сравнение позволяет выявить следующие существенные различия:

- поменялись знаки пяти параметров (m_1,...,m_5) на противоположные;
- величина параметра m_6 оказалась отрицательной.

Сравним шестую модель (добавлена лаговая переменная X_{t-3}) с пятой; различия:

- изменился знак параметра только одной лаговой переменной (m_1) с положительной на отрицательную;
- существенно изменились (увеличились) величины двух параметров m_5 и m_6;
- параметр m_7 оказался положительным и по величине весьма незначительно отличается от m_5.

Создан модельно-компьютерный инструментарий (сокращённо "компьютерная модель") для многократного применения.

Возможные варианты применения:

а) построение только моделей авторегрессии;

б) построение моделей с распределенным лагом;

в) построение моделей смешанного вида;

г) построение всех моделей одновременно.

Принятый нами подход к построению моделей с лаговыми переменными отличается определенной новизной, к которой можно отнести:

во-первых, построение моделей для совокупностей объектов (всех регионов РФ или их групп);

во-вторых, построение моделей с различным количеством лаговых переменных;

в-третьих, построение моделей с различными длинами лагов времени;

в-четвертых, обоснование целесообразности построения моделей смешанного вида (наряду с авторегрессионными и с распределенным лагом времени).

В частности, в рамках настоящего исследования нами построены пять моделей авторегрессии, семь моделей с распределенным лагом времени и шесть моделей смешанных видов.

11.4. ИКТ-затраты и ВРП: модели с лаговыми переменными.

Что от чего зависит ВРП и ИТ-затраты? Зависимость - взаимная. Цель данной задачи построить и оценить модели авторегрессии и с распределенным лагом времени. Ниже приведена их схематическая запись:

$IT_{2017} = f(IT_{2014}, IT_{2015}, IT_{2016})$ – модель авторегерссии;

$IT_{2017} = f(Y_{2014}, Y_{2015}, Y_{2016}, Y_{2017})$ – модель с распределенным лагом времени,

где $IT_{2014}, \dots, IT_{2017}$ – объем затрат на информатизацию, $Y_{2014}, \dots, Y_{2017}$ – величина ВРП.

С нашей точки зрения можно строить и модель смешанного вида:

$IT_{2017} = f(IT_{2014}, IT_{2015}, IT_{2016}, Y_{2014}, Y_{2015}, Y_{2016}, Y_{2017})$.

Такие модели нами построены по данным регионов Российской Федерации за четыре года 2014-2017 гг.

Сущность исходных данных иллюстрирует таблица 11.7.

По этим данным нами построены пять моделей авторегрессии: IT_{2017} от IT_{2014}, от IT_{2015}, от IT_{2016}, от IT_{2015} и IT_{2016},от IT_{2014}, IT_{2015} и IT_{2016}.

В таблице 11.8 приведены величины параметров b, m_1, m_2, m_3 и трех ключевых статистических характеристик (стандартной ошибки для

Таблица 11.7

Величины ВРП и объемов инвестиций в разрезе регионов РФ по данным за 2014-2017 гг.

№ п/п	Наименование регионов	ВРП (Yt, млрд.руб.)				ИТ-затраты (ITt, млрд.руб.)			
		2017	2016	2015	2014	2017	2016	2015	2014
		Y_t	Y_{t-1}	Y_{t-2}	Y_{t-3}	IT_t	IT_{t-1}	IT_{t-2}	IT_{t-3}
1	Белгородская область	730,6	686,4	619,4	569,4	0,421	0,377	0,390	0,218
2	Брянская область	285,9	269,9	243,0	223,3	0,474	0,016	0,069	0,357
…	……	…	…	…		…	…		…
80	Чукотский автон. округ	66,1	63,9	56,6	47,0	0,078	0,024	0,021	0,279
	Сумма	**68618**	**64711**	**58695**	**54014**	147,8	69,9	69,7	105,2
	Срзнач	**857,7**	**808,9**	**733,7**	**675,2**	1,847	0,874	0,871	1,315

зависимой переменной IT_{2017} (sey), индекса детерминации (R) и средней ошибки аппроксимации (A,%). Модели авторегрессии построены по данным:

а) 80-ти регионов РФ; б) 79-ти регионов РФ; в) 13-ти регионов Южного и Северо-Кавказского федеральных округов.

Таблица 11.8

Величины параметров и статистических характеристики для моделей авторегрессии, построенных по данным ИТ-затрат 80-ти регионов РФ за 2014-2017 гг.

		Стат.характер-ки		
	Для 80 регионов	**sey**	**R**	**A.%**
1	ИКТ 2017 от ИКТ 2016	1,7834	0,9593	96,6
2	ИКТ 2017 от ИКТ 2015	2,3143	0,9315	125,3
3	ИКТ 2017 от ИКТ 2014	3,6632	0,8284	198,3
4	ИКТ 2017 от ИКТ 2015-2016	1,4551	0,9733	78,8
5	ИКТ 2017 от ИКТ 2014-2016	1,4247	0,9747	77,1
	Для 79 регионов			
1	ИКТ 2017 от ИКТ 2016	0,9646	0,6514	109,4
2	ИКТ 2017 от ИКТ 2015	1,0452	0,5908	118,6
3	ИКТ 2017 от ИКТ 2014	1,2808	0,3855	145,3
4	ИКТ 2017 от ИКТ 2015-2016	0,9503	0,6661	107,8
5	ИКТ 2017 от ИКТ 2014-2016	0,8599	0,7302	97,6
	Для 13 рег. ЮФО и СКФО			
1	ИКТ 2017 от ИКТ 2016	0,2465	0,8739	57,0
2	ИКТ 2017 от ИКТ 2015	0,5232	0,4322	120,9
3	ИКТ 2017 от ИКТ 2014	0,2727	0,8457	63,0
4	ИКТ 2017 от ИКТ 2015-2016	0,2577	0,8748	59,6
5	ИКТ 2017 от ИКТ 2014-2016	0,2605	0,8848	60,2

продолжение таблицы11.8

	Параметры			
	b	**m1**	**m2**	**m3**
	80 рег.			
1	-0,4510	2,6303		
2	-0,5904		2,7983	
3	-0,8460			2,0475
4	-0,1998	6,1964	-3,8653	
5	-0,3023	5,6168	-3,472	0,2022
	79 рег.			
1	0,2183	1,2592		
2	0,2682		1,1021	
3	0,3973			0,5171
4	0,2131	2,2196	-0,8997	
5	0,0977	1,4059	-0,3404	0,2485
	13 рег.			
1	-0,0200	1,9958		
2	-0,0604		1,6305	
3	0,1857			0,1614
4	-0,0030	2,0618	-0,1058	
5	0,0318	1,0672	0,1639	0,0714

Статистические характеристики – это показатели, по которым оценивается степень корреляции и приемлемость моделей для научных и практических целей. По величине R (называется индекс детерминации) все модели приемлемы по степени корреляционных связей, но приемлемость разная: для 80-ти регионов он находится в пределах 0,83-0,97, при такой величине R связь считается высокой; для 79-ти регионов (после исключения г. Москвы) величины индекса детерминации существенно снизились до средне приемлемого уровня 0,39-0,73.

Для 13-ти регионов ЮФО и СКФО величины индекса детерминации незначительно отличаются от их величин для 80-ти регионов и находятся в пределах 0,85-0,88 (одно исключение: для модели IT_{2017} от IT_{2015} величина R почти в 2 раза меньше, чем для остальных четырех моделей.

Две другие статистические характеристики являются взаимосвязанными; средняя ошибка аппроксимации (А,%) рассчитывается на основе стандартной ошибки для зависимого показателя (sey). Поэтому достаточно провести сравнительный анализ моделей авторегрессии по средней ошибке аппроксимации.

Если величина средней ошибки аппроксимации менее 10%, то построенную модель принято считать «хорошей». Как видно из таблицы 6.8 (а, б, в) в нашем случае нет моделей авторегрессии, которые могут считаться «хорошими». Тем не менее, с нашей точки зрения, все построенные модели представляют аналитический интерес. Так, для совокупности 79-ти регионов величина средней ошибки аппроксимации при длине лага времени два (1,2) и три (1,2,3) существенно больше, чем для 80-ти регионов. Для регионов Южного и Северо-Кавказского федеральных округов величины А (%) оказались низкими, чем для 80-ти и 79-ти регионов.

Конечно же, основную ценность в моделях представляют их параметры (b, m_1, m_2, m_3). Все параметры для 80-ти регионов в моделях авторегрессии за каждый из трех лет являются максимальными, а различие между этими параметрами минимальным; для 79-ти регионов их величины в два и более раза меньше, чем для 80-ти.

В однофакторных моделях авторегрессии для 13-ти регионов ЮФО и СКФО величины параметров m_1 и m_2 существенно выше, а m_3 ниже, чем в моделях для 79-ти регионов.

В моделях с лагом времени два и три величины m_1 для 80-ти регионов в 3 раза больше, чем для 79-ти регионов, а для 79-ти регионов заметно выше, чем для 13-ти регионов; величины m_2 – отрицательны (исключение в модели для 13-ти регионов с лагом времени три m_2 – положителен); m_3 для 79-ти регионов больше, чем для 80-ти, для 13-ти регионов величина m_3 в 3 раза меньше.

Во всех моделях для 79-ти регионов величины свободного члена (параметра b) положительны, для 80-ти и в четырех моделях (из пяти) для 13-ти регионов – отрицательны.

Методика построения моделей с распределенным лагом времени не отличается от методики построения моделей авторегрессии.Нами построены семь моделей с распределенным лагом времени: четыре однофакторных и по одной двух-, трех- и четырехфакторных.

В случае четырехфакторных модель будет иметь вид:

$IT_{2017} = b + m_1 Y_{2017} + m_2 Y_{2016} + m_3 Y_{2015} + m_4 Y_{2014}$.

Все семь моделей с распределенным лагом времени можно построить по данным таблицы 11.7.

В таблице 11.9 приведены величины параметров (b, m_1, m_2, m_3, m_4) и трех основных статистических характеристик (sey, R,A) моделей с распределенным лагом времени, построенных по данным 80-ти регионов РФ за 2014-2017 гг.

Таблица 11.9

Величины параметров и статистических характеристики для моделей с распределенным лагом временидля зависимости ИТ-затрат от ВРП, построенных по данным 80-ти регионов РФ за 2014-2017 гг.

		Стат.характер-ки				
	Для 80-ти рег.	**sey**	**R**	**A.%**		
		1	**2**	**3**		
6	ИКТ 2017 от ВРП 2014	3,3227	0,8588	179,9		
7	ИКТ 2017 от ВРП 2015	3,1452	0,8735	170,3		
8	ИКТ 2017 от ВРП 2016	3,3659	0,8551	182,2		
9	ИКТ 2017 от ВРП 2017	3,3530	0,8562	181,5		
10	ИКТ 2017 от ВРП 2016-2017	3,3743	0,8562	182,7		
11	ИКТ 2017 от ВРП 2015-2017	2,0549	0,9474	111,3		
12	ИКТ 2017 от ВРП 2014-2017	1,8960	0,9558	102,7		
		Параметры				
		b	**m1**	**m2**	**m3**	**m4**
		4	**5**	**6**	**7**	**8**
6	ИКТ 2017 от ВРП 2014	-2,0043				0,0057
7	ИКТ 2017 от ВРП 2015	-2,0296			0,0053	
8	ИКТ 2017 от ВРП 2016	-2,0969		0,0049		
9	ИКТ 2017 от ВРП 2017	-2,1178	0,0046			
10	ИКТ 2017 от ВРП 2016-2017	-2,1156	0,0039	0,00071		
11	ИКТ 2017 от ВРП 2015-2017	-1,1884	0,0120	-0,0523	0,0478	
12	ИКТ 2017 от ВРП 2014-2017	-1,3838	0,0091	-0,0384	0,0578	-0,0236

Проведем анализ статистических характеристик из таблицы 11.9. В соответствии с величинами индекса детерминации (R) все семь моделей выражают высоко коррелированные зависимости: $0,86<R<0,96$. Величины средней ошибки колеблются в широких пределах $102,7<A<182,7$. При такой величине ошибки модели считаются неприемлемыми. Однако, с нашей точки зрения, во-первых, модели не являются равно приемлемыми, поскольку между 102,7 и 182,7 большая разница (в 1,8 раз); во-вторых, целью исследования является создать компьютерную модель, с помощью которой можно проводить расчеты для различных групп регионов, которые могут оказаться приемлемыми.

Перейдем к анализу величин параметров из таблицы 11.9:

- во-первых, величины свободного члена (параметра (b)) все оказались отрицательными;

- во-вторых, величины каждого из четырех параметров в однофакторных моделях с увеличением лага времени весьма незначительно возрастают (от 0,0046 до 0,0057);

- в-третьих, в моделях с длиной лага времени один, два, три знаки параметра m_1 положительны и заметно различаются по величине; параметр m_2 положителен только при лаге времени один; обе величины параметра m_3 положительны; величина параметра m_4 отрицательна.

Город Москва занимает особое место.Чтобы выявить влияние г. Москвы нами построены модели для 79-ти регионов, исключив из рассмотрения г. Москву.Показатели для 79-ти регионов существенно отличаются от показателя для 80-ти регионов.Параметры и характеристики для 79-ти регионов приведены в таблице 11.10.

Анализ данных таблицы 11.10 показывает:

- во-первых, величины индекса детерминации для всех семи моделей снизились и находятся в пределах 0,63-0,81 (по приемлемости такие модели можно оценить на «хорошо»);

- во-вторых, средняя ошибка аппроксимации снизилась во всех моделях до уровня $81{,}3<A<111{,}2$;

- в-третьих, существенно изменились величины всех параметров; в однофакторных моделях параметры уменьшились в три раза $0{,}0015<m_i<0{,}0018$; существенно они различаются и в моделях с лагом времени один, два и три.

Модели с распределенным лагом времени нами построены и для 18-ти регионов Центрального и 13-ти регионов Южного и Северо-Кавказского федеральных округов. Величины R для обеих совокупностей регионов оказались более 0,92, что свидетельствует о высокой степени корреляции. Величины средней ошибки аппроксимации (%) для регионов ЦФО находятся в пределах 13,0-33,9, а для регионов ЮФО и СКФО – в пределах 17,5-43,9, т.е. различия заметные.

Таблица 11.10

Величины параметров и статистических характеристики для моделей с распределенным лагом времени для зависимости ИТ-затрат от ВРП, построенных по данным 79-ти регионов РФ за 2014-2017 гг.

		Стат.характер-ки				
	Для 79-ти рег.	**sey**	**R**	**A.%**		
		1	**2**	**3**		
6	ИКТ 2017 от ВРП 2014	0,9879	0,6344	111,2		
7	ИКТ 2017 от ВРП 2015	0,9804	0,6400	111,2		
8	ИКТ 2017 от ВРП 2016	0,9553	0,6582	108,4		
9	ИКТ 2017 от ВРП 2017	0,8910	0,7026	101,1		
10	ИКТ 2017 от ВРП 2016-2017	0,7649	0,7837	86,8		
11	ИКТ 2017 от ВРП 2015-2017	0,7165	0,8127	81,3		

12	ИКТ 2017 от ВРП 2014-2017	0,7205	0,8131	81,7		
		Параметры				
		b	**m1**	**m2**	**m3**	**m4**
		4	**5**	**6**	**7**	**8**
6	ИКТ 2017 от ВРП 2014	-0,0951				0,0018
7	ИКТ 2017 от ВРП 2015	-0,1329			0,0017	
8	ИКТ 2017 от ВРП 2016	-0,1310		0,0016		
9	ИКТ 2017 от ВРП 2017	-0,1622	0,0015			
10	ИКТ 2017 от ВРП 2016-2017	-0,1374	0,0076	-0,0065		
11	ИКТ 2017 от ВРП 2015-2017	-0,0432	0,0065	0,0032	-0,0097	
12	ИКТ 2017 от ВРП 2014-2017	-0,0615	0,0064	0,0034	-0,0088	-0,0011

Величины параметров для 18-ти регионов ЦФО и 13-ти ЮФО и СКФО приведены в таблице 11.11.

Таблица 11.11

Величины параметров моделей с распределенным лагом временидля зависимости ИТ-затрат от ВРП,построенных по данным 18-ти регионов ЦФО и 13-ти регионов ЮФО и СКФО за 2014-2017 гг.

		b	**m1**	**m2**	**m3**	**m4**
	Для 18-ти рег. ЦФО					
1	ИКТ 2017 от ВРП 2014	-1,8237				0,0068
2	ИКТ 2017 от ВРП 2015	-1,8084			0,0062	
3	ИКТ 2017 от ВРП 2016	-2,0130		0,0058		
4	ИКТ 2017 от ВРП 2017	-2,0321	0,0055			
5	ИКТ 2017 от ВРП 2016-2017	-1,8944	-0,0250	0,03233		
6	ИКТ 2017 от ВРП 2015-2017	-1,2771	0,0077	-0,0233	0,0222	
7	ИКТ 2017 от ВРП 2014-2017	-1,2958	-0,0022	-0,0121	0,0067	0,0163
	Для 13-ти рег.ЮФО и СКФО					
1	ИКТ 2017 от ВРП 2014	-0,0966				0,0014
2	ИКТ 2017 от ВРП 2015	-0,1020			0,0013	
3	ИКТ 2017 от ВРП 2016	-0,0961		0,0011		
4	ИКТ 2017 от ВРП 2017	-0,0959	0,0011			
5	ИКТ 2017 от ВРП 2016-2017	-0,0801	-0,0061	0,00753		
6	ИКТ 2017 от ВРП 2015-2017	-0,0171	-0,0163	0,0254	-0,0080	
7	ИКТ 2017 от ВРП 2014-2017	-0,0293	-0,0104	0,0137	-0,0064	0,0051

Сравнительный анализ показывает большое различие между параметрами моделей для двух совокупностей. Так, величины параметров в однофакторных моделях для регионов ЦФО в 5 раз больше, чем ЮФО, СКФО.

Существенно различаются по знакам и величинам параметры моделей при длине лага времени один, два и три (см. модели с номерами 5,6 и 7).

Можно и целесообразно построение моделей смешанного вида, выражающих зависимость какого-либо экономического показателя от его лаговых значений, а также от лаговых переменных показателя-фактора.

В частности, нами построена модель смешанного вида, в которой в качестве зависимой переменной принята величина ИТ-затрат за 2017 г. (IT_{2017}), а в качестве лаговых переменных величины ИТ-затрат за 2014-2016 гг. (IT_{2014}, IT_{2015}, IT_{2016}) и величины ВРП за 2014-2017 гг. (Y_{2014}, Y_{2015}, Y_{2016}, Y_{2017}).

Три ключевые статистические характеристики (R,sey,A) и параметры ($b,m_1,..,m_7$) для четырех совокупностей регионов приведены в таблице 11.12.

Таблица 11.12

Величины трех статистических характеристик (R, sey, A) и параметров ($b,m_1,..,m_7$) для четырех совокупностей регионов.

	R	sey	A,%	m_7	m_6	m_5
Для 80-ти	0,9846	1,1423	61,8	-0,0025	0,0092	0,0063
Для 79-ти	0,8526	0,6534	74,1	0,0018	-0,0122	0,0087
Для 18-ти ЦФО	0,9999	0,1999	3,7	0,0016	0,0055	-0,0057
Для 13-ти ЮФО,СКФО	0,9914	0,0952	22,0	0,0047	-0,0059	0,0132

продолжение таблицы11.12

	m_4	m_3	m_2	m_1	b
Для 80-ти	-0,0114	-0,0359	-1,2461	3,4883	-0,4645
Для 79-ти	0,0013	0,0866	-0,5292	1,1619	-0,0002
Для 18-ти ЦФО	-0,0002	1,9800	-0,5718	0,7653	-0,3296
Для 13-ти ЮФО,СКФО	-0,0101	-0,0077	-0,0721	0,1380	-0,0318

Разница в величинах индекса детерминации незначительная (min=0,85, max=0,99). Однако разница в величинах средней ошибки аппроксимации существенная: для 18-ти регионов она на уровне, при которой модель оценивается на «хорошо», для 13-ти регионов можно считать приемлемой с оценкой «удовлетворительно». Для совокупностей 80 и 79 регионов ошибки соответственно 61,8 и 74,1%, что считаются высокими.

Даже при таких ошибках построение моделей, с нашей точки зрения, целесообразно чтобы знать, чему равны индексы детерминации, ошибки аппроксимации, которые само по себе представляет аналитический интерес. Но еще более значительный интерес представляют параметры модели.

В отношении параметров моделей смешанного вида картина в соответствии с таблицей 11.12 выглядит противоречивой.

По данным 80-ти регионов из семи параметров положительными оказались только три параметра (m_1,m_5,m_6).

Естественно вовсе не обязательно, чтобы все параметры были положительными величинами. Однако знать какие параметры являются положительными и отрицательными, какие больше, а какие меньше по числовым значениям знать не только желательно, но и необходимо. Так, в модели смешанного вида положительные параметры m_1,m_5,m_6представляют собой коэффициенты регрессии при лаговых переменных объем ИТ-затрат за 2016 г. (IT_{2016}) ВРП за 2015 и 2016 гг. (Y_{2015},Y_{2016}).

После исключения г. Москвы величины параметров существенно изменились. В частности, положительными оказались пять параметров m_1, m_3 (соответственно коэффициенты регрессии при лаговых переменных $IT_{2016,}IT_{2014}$) и m_4,m_5,m_7 (коэффициенты регрессии при лаговых переменных $Y_{2015},Y_{2016},Y_{2017}$).

В таблице 6.12 нами приведены параметры еще двух совокупностей 18-ти регионов Центрального федерального округа и 13-ти регионов Южного и

Северо-Кавказского федеральных округов: регионы ЦФО относятся к относительно благополучным, а регионы Южного и Северо-Кавказского – к относительно менее благополучным (в силу аграрной направленности их экономик).

Для регионов ЦФО положительными оказались четыре параметра m_1,m_3(IT_{2016},IT_{2014}) и m_6,m_7(Y_{2015},Y_{2014}); по регионам ЮФО и СКФО положительными являются m_1 (IT_{2016}) и m_5,m_7 (Y_{2016},Y_{2014}).

Заслуживает внимания и сравнение величин положительных параметров: m_1 (при переменной IT_{2016}) максимальна для 80-ти и минимальна для 13-ти регионов ЮФО и СКФО; m_2 все отрицательны, m_3 (при переменной IT_{2014}) максимальна для 13-ти регионов ЦФО; m_4 – положительна для 79-ти регионов; m_5– максимален для 13-ти регионов и минимален для 80-ти регионов; m_6 максимален для 80-ти регионов и m_7 - максимален для 13-ти регионов.

В заключении ниже приведена математическая запись моделей смешанного вида для совокупностей 80-ти, 79-ти, 18-ти и 13-ти регионов:

$$IT_{2017} = -0{,}4645 + 3{,}4883 * \mathrm{IT}_{2016} - 1{,}2461 * \mathrm{IT}_{2015} - 0{,}0359 * \mathrm{IT}_{2014} - 0{,}0114 * \mathrm{Y}_{2017} + \\ +0{,}0063 * \mathrm{Y}_{2016} + 0{,}0092 * \mathrm{Y}_{2015} - 0{,}0025 * \mathrm{Y}_{2014};$$

$$IT_{2017} = -0{,}0002 + 1{,}1619 * \mathrm{IT}_{2016} - 0{,}5292 * \mathrm{IT}_{2015} + 0{,}0866 * \mathrm{IT}_{2014} + \\ + 0{,}0013 * \mathrm{Y}_{2017} + 0{,}0018 * \mathrm{Y}_{2016} - 0{,}0122 * \mathrm{Y}_{2015} + 0{,}0087 * \mathrm{Y}_{2014};$$

$$IT_{2017} = -0{,}3296 + 0{,}7653 * \mathrm{IT}_{2016} - 0{,}5718 * \mathrm{IT}_{2015} + 1{,}9800 * \mathrm{IT}_{2014} - 0{,}0002 * \mathrm{Y}_{2017} + \\ + 0{,}0016 * \mathrm{Y}_{2016} + 0{,}0055 * \mathrm{Y}_{2015} - 0{,}0057 * \mathrm{Y}_{2014};$$

$$IT_{2017} = -0{,}0318 + 0{,}1380 * \mathrm{IT}_{2016} - 0{,}0721 * \mathrm{IT}_{2015} - 0{,}0077 * \mathrm{IT}_{2014} - 0{,}0101 * \mathrm{Y}_{2017} + \\ + 0{,}0047 * \mathrm{Y}_{2016} - 0{,}0059 * \mathrm{Y}_{2015} + 0{,}0132 * \mathrm{Y}_{2014}.$$

Глава 12. Трансформация системы высшего образования в цифровую.

12.1. Необходимость повышения уровня компьютерной подготовки специалистов.

В книге «Бизнес со скоростью мысли» Билл Гейтс более 20-ти лет назад написал [1.Билл Гейтс., 2001], что:

а) для большинства людей ПК станет незаменимым атрибутом домашней и рабочей обстановки, а электронная почта и связь через Интернет - обычным делом, они будут носить с собой цифровые устройства, хранящие их личную и деловую информацию. Появятся устройства, которые будут обрабатывать практически любой вид информации - текст, числа, голос, фотографии, видеозаписи - в цифровом формате;

б) компании будут внедрять у себя «электронную нервную систему», которая станет ключевым элементом координации деятельности в трех областях – управлении знаниями, деловых операциях и коммерции.

В 21-м веке, который назван веком информатизации, различным экономическим объектам, в первую очередь предприятиям, требуется работа совершенного другого ряда, чем в 20-м веке. М.Дертузос автор книги «Что нас ждет» [2.] называет такую работу «информационной». По его определению информационная работа представляет собой преобразование информации посредством человеческого мозга или компьютерной программы.

В настоящее время человечество проходит самый крутой поворот в своей истории. Заканчивается индустриальная эпоха, которая опиралась на расширенное воспроизводство и вовлечение в хозяйственный оборот всех доступных ресурсов. Характерными особенностями этой эпохи были «…массовое производство, массовые армии, массовое образование, массовая культура, оружие массового уничтожения... Массовость, стандартизация, взаимозаменяемость являлись отличительными чертами уходящего века»[3., 2017].

За прошедший век численность людей, которые нужны для производства товаров, необходимых обществу, уменьшилась. По данным ученых и специалистов о занятости населения в странах-лидерах из 100 человек 2 работают в сельском хозяйстве и кормят себя и всех остальных, 10 - в промышленности, 13 - в управлении. И задают вопрос, что должны делать остальные 75? Это ключевой вопрос, ответ на который должен дать XXI век.

Ответ на него определит будущее цивилизации. Прямое отношениек ответу на этот вопросимеют компьютер и телекоммуникации.

Ситуация с компьютеризацией кардинально изменилась в последние два-три десятилетия. Однако, как считают ученые и специалисты, общество не готово к тому, что его большая часть будет безработными даже при наличии достаточных средств на их содержание. По их мнению, компьютеры в современном обществе выполняют важнейшую социальную функцию – «убийц свободного времени» для большинства населения. Вот подтверждающие данные: в 2016 г. 3419 млн. чел. пользовались интернетом, что на 10% больше чем в 2015 г.; в 1997 г. объем интернет-трафика составлял 0,3 Гб в сек., в 2002 - 100 Гб в сек., в 2018 он превысил 50000 Гб в сек. С их точки зрения, это означает, что жизнь большинства членов общества заменена ее компьютерной имитацией [3., 2017.с.11-13].

В этих условиях обладание высокими технологиями и лидерство в них становится стратегическим преимуществом. Без обладания современными макротехнологиями страна становится ресурсным донором, независимо от объема природных ресурсов, численности населения и площади территории.

Считается, что в период индустриальной эпохи произошла технологическая революция. Именно технологии, а не капитал стали определять развитие регионов, стран, цивилизаций. Ключевое значение приобрели технологии, направленные не на производство и распределение товаров и услуг, а на самого человека. В результате человек становится иным, он «упрощается» и становится более удобным объектом для манипуляции [3. с. 15].

Поэтому в США, в других развитых странах и в России разработаны и активно реализуются программы по цифровой экономике. Считают, что старт «цифровой экономике» был дан на Давосском форуме. На нем президент форума проф. Клаус Шваб предупредил о грядущей четвертой промышленной революции и как следствии о глобальном социальном кризисе. По его мнению, развитие технологий в ближайшие годы могут оставить без работы десятки миллионов человек [4.Шваб К, 2017].«Мы стоим у истоков революции, которая фундаментально изменит то, как мы живем, работаем и общаемся друг с другом»,- пишет он.

Президент России В.В.Путин в 2016 г. поручил Федеральному собранию разработать программу развития экономики нового технологического поколения - цифровой экономики, реализация которой должен опираться на российские компании и научно-исследовательские центры [5.Путин].

В соответствии с этим поручением Правительством РФ в 2017 г. была разработана программа «Цифровая экономика Российской Федерации», рассчитанная на 2018-2024 гг. В ней были определены пять базовых направлений развития экономики: нормативное регулирование, кадры и образование, исследования и разработки, информационная инфраструктура и информационная безопасность [3. с.4].

Таким образом, мир вступил в новую стадию своего развития, одной из особенностей которой является компьютеризация всех сторон человеческой жизнедеятельности.

В соответствии с программами цифровой экономики, разработанными во всех развитых странах, в т.ч. в Российской Федерации, будущее человеческое общество должно стать обществом «пожизненного» обучения, во всей технологической цепочке (дошкольное, школьное, вузовское, послевузовское) которого ключевая роль будет принадлежать компьютерным технологиям. Во-первых, на каждом этапе обучающийся (дошкольник, учащийся, студент, специалист) должен получать определенную соответствующую уровню обучения компьютерную подготовку. Во-вторых, в саму систему подготовки все более и более будут встраиваться элементы компьютерных технологий (деловые игры, обучающие программы, системы и комплексы, методы дистанционного обучения и др.).

Российская Федерация занимает 41-е место по готовности к цифровой экономике со значительным отрывом от десятки лидирующих стран, таких, как Сингапур, Финляндия, Швеция, Норвегия, Соединенные Штаты Америки, Нидерланды, Швейцария, Великобритания, Люксембург и Япония.

Низкий уровень применения цифровых технологий бизнес-структурами в России по сравнению с государственными органами и населением также отмечено в докладе 2016 г. Всемирного банка о глобальном развитии.

Существуют различные определения понятия цифровой экономики, наиболее емкими и полными из которых нам представляются определения Всемирного банка, а также Исследовательского центра журнала «Economist» и компании IBM, которые приведены ниже:

- «Система экономических, социальных и культурных отношений, основанных на использовании цифровых информационно-коммуникационных технологий» (Всемирный банк);

- «Экономика, способная предоставить высококачественную ИКТ-инфраструктуру и мобилизовать возможности ИКТ на благо потребителей, бизнеса и государства» (Исследовательский центр журнала «Economist» и компания IBM).

В соответствии с принятой Правительства Российской Федерации в 2017 г. Программой «Цифровая экономика Российской Федерации» (на 2018-2024 гг.) ключевым фактором производства во всех сферах социально-экономической деятельности должны стать данные в цифровой форме. Определяющую роль в трансформации экономики в цифровую призваны сыграть два ключевых направления: а) кадры и образование; б) исследования и разработки.

Основными целями направления «Кадры и образование» являются создание ключевых условий для подготовки кадров цифровой экономики, а также обеспечивать цифровую экономику компетентными кадрами.

На реализацию программы «Цифровая экономика Российской Федерации» планируется затратить 2,7 трлн. руб. Как отметил премьер-министр Д. Медведев, стране нужны современные специалисты, которые хорошо ориентируются в цифровой среде, которые понимают, как применять новейшие технологии и в своей работе, и просто в жизни. По его словам, нужно совершенствовать систему образования, чтобы она могла обеспечить цифровую экономику грамотными кадрами. К этому нужно привлекать и работодателей;они могли бы создавать обучающие сервисы, курсы.

Для достижения перечисленных целей должны быть решены 13-ть задач, шесть из которых прямо или косвенно связаны с созданием системы пожизненного цифрового образования, механизмов переподготовки, повышения квалификации и вовлечения в цифровую экономику трудоспособного населения, в т.ч. старше 50 лет, пенсионеров и инвалидов.

Основной целью направления формирования исследовательских компетенций и технологических заделов, является создание системы поддержки поисковых, прикладных исследований в области цифровой экономики (исследовательской инфраструктуры цифровых платформ).

Решающую роль в компьютерной подготовке общества будут играть высшие учебные заведения, в которых в настоящее время сосредоточены технический и кадровый потенциал. Во-первых, высшая школа осуществляет компьютерную подготовку на двух последних этапах технологии обучения (вузовской и послевузовской); во-вторых, высшая школа осуществляет методическое руководство и подготовку кадров для всех этапов; в-третьих, высшие учебные заведения влияют на компьютеризацию в общеобразовательной системе и системе средних специальных учебных заведений своим конкурсным отбором абитуриентов в период их поступления в вузы; в-четвертых, высшая школа влияет на все стороны образовательного процесса, в т. ч. на компьютерную подготовку, через Internet, поскольку информационные ресурсы и средства доступа к ним формируются при активном влиянии высшей школы.

12.2. Компьютерные технологии в учебном процессе преподавателя-экономиста

Информатизация в разных сферах профессиональной деятельности существенно различается, требует разных подходов, происходит разными темпами, используются разные средства и технологии. Одной их самых важных и сложных сфер профессиональной деятельности человека является экономика, т. е. народное хозяйство со всеми ее отраслями и уровнями управления.

Как известно, развитие экономики зависит, в первую очередь, от трех ключевых ресурсов: стоимости основных фондов (основной капитал), численности работников, занятых в экономике (человеческий капитал) и инвестиций (дополнительный капитал).

При этом численность занятых в экономике (человеческий капитал) является особым и особенно важным среди трех названных ресурсов:

во-первых, самым трудно воспроизводимым;

во-вторых, подготовка рабочей силы для экономики является длительным и дорогостоящим процессом, связанным с общеобразовательным и профессиональным обучением;

в-третьих, качество и эффективность использования двух других ресурсов в конечном итоге зависит от качества человеческого капитала;

в-четвертых, человеческий капитал требуется готовить для всех звеньев и уровней экономики;

в-пятых, требуется создавать соответствующие условия для подготовки человеческого капитала.

Перечень можно продолжить, но и из сказанного очевидна особая роль и значение человеческого капитала как ресурса.

Среди множества профессий для различных звеньев и уровней народного хозяйства особое место занимают профессии экономистов. Это очевидно из сравнения терминов экономика (как синоним народному хозяйству) и экономист.

Таким образом, развитие народного хозяйства во многом зависит от наличия экономистов для всех звеньев, участков и уровней, и также от их образовательного, научного и квалификационного потенциала, которое можно назвать одним термином «профессиональный потенциал» (человеческий потенциал).

На современном этапе важной составляющей этого потенциала становится владение экономистов компьютерными технологиями и умение их применять в своей профессиональной деятельности. Профессионально ориентированное обучение информационным технологиям начинается и проводится в средних специальных и высших учебных заведениях.

Отметим, что в настоящее время в какой бы сфере профессиональной деятельности не трудился человек, он не может считаться полноценным профессионалом, если не владеет информационными технологиями, разработанными и применяемыми в сфере его деятельности.

Чтобы готовить экономистов высшей квалификации для народного хозяйства (бакалавров, магистров, аспирантов) к работе в условиях цифровой экономики цифровыми (компьютерными) технологиями на необходимом уровне должны владеть сами преподаватели независимо от читаемой дисциплины. Каждая дисциплина, читаемая в ВУЗе, - это профессиональная дисциплина, отличающаяся от дисциплин, читаемых другими. Следовательно, каждый преподаватель должен владеть теми цифровыми технологиями, которые необходимы для читаемой им дисциплины. Это означает, что средства, технологии и др. компоненты, используемые при преподавании разных дисциплин, могут отличаться. В то же время есть такие компоненты технологий, которыми должны владеть все преподаватели экономических дисциплин, а также преподаватели не экономических дисциплин (математики, философии, истории, иностранных языков и др.).

Использование вычислительной техники и информационных технологий в профессиональной деятельности преподавателя-экономиста следует рассматривать со всех сторон его деятельности, но в первую очередь, в учебном процессе и научно-исследовательской работе.

Учебный процесс в ВУЗе включает:

- разработку рабочих программ;
- подготовку курсов лекций;
- подготовку заданий для практических (семинарских), контрольных (модульных), для самостоятельных и др. видов занятий, а также подготовку методических материалов по их выполнению;
- разработку контрольно-оценочных материалов (тестовых заданий, вопросов и задач для письменного (и/или устного) оценивания обучающихся и др.);
- чтение лекций, проведение практических занятий, а также руководство и консультирование по всем другим видам занятий.

Где и для каких целей можно и следует преподавателю-экономисту использовать вычислительную технику и информационные технологии (ПК, прикладное программное обеспечение, Интернет и др.)?

Во-первых, все документы, используемые в учебном процессе, должны быть созданы в электронном виде и предоставлены студентам (бакалаврам, магистрам, аспирантам).

Во-вторых, чтобы разработать рабочую программу по любой дисциплине, курс лекций, подготовить задания для любых видов занятий следует проводить поиск учебных документов, а также нормативно-справочных материалов, разработанных Министерством образования и науки, самым ВУЗом, профессорами и преподавателями других ВУЗов и научных учреждений через Интернет.

В-третьих, проведение любых видов занятий преподавателем должно сопровождаться использованием электронных демонстрационных материалов (слайдов, презентаций, различных э-материалов из Интернет).

В-четвертых, преподаватели ВУЗа независимо от их специальностей, но, в первую очередь, преподаватели экономических дисциплин, свободно должны владеть, как минимум, текстовым редактором MS Word и электронной таблицей MS Excel (в частности, все экономические задачи на любых видах занятий должны решаться с использованием MS Excel).

В-пятых, все электронные материалы, разрабатываемые преподавателем должны храниться и систематически дополняться и обновляться, и в конечном итоге должны быть созданы базы и банки данных.

К этому вузы не готовы в силу как объективных, так и субъективных причин. Главными из них являются:

а) нехватка финансово-денежных средств для создания цифровой инфраструктуры в соответствии с требованиями направлений «Исследования и разработки» и «Кадры и образование»программы «Цифровая экономика РФ»;

б) физическая изношенность и моральная устарелость вычислительной техники и коммуникационных средств;

в) недостаточный уровень владения части преподавательского состава методами применения математического и компьютерного моделирования в учебном процессе и в научных исследованиях.

В частности, все аудитории должны быть оснащены вычислительной техникой и проекционными средствами; все преподаватели и сотрудники, весь персонал должны пройти соответствующее обучение, все обучающие и контролирующие документы должны быть переведены в электронный вид.

12.3. Компьютерные технологии в научно-исследовательской работе преподавателя-экономиста

Учебный процесс в ВУЗе неразрывно связан с научно-исследовательской работой (НИР). Видами работ наиболее тесно связанными с наукой являются: курсовые и выпускные квалификационные (дипломные) работы, магистерские диссертации и диссертации на соискание степеней кандидатов и докторов наук. По каждой из перечисленных видов учебно-научной работы должен быть разработан и применен свой научный инструментарий.

Наука в ВУЗе, в первую очередь, при подготовке экономистов начинается со сбора информации. Задачей преподавателей (доцентов, профессоров и др.) и руководителей курсовых, выпускных квалификационных и др. видов учебно-научных работ является оказание необходимой помощи обучаемым: какую именно информацию, за какой период, по каким объектам следует собирать и из каких источников: учетно-отчетных, статистических и др.

На первом месте в научно-исследовательской работе стоит проведение обзора нормативно-справочных материалов, разработанных государственными органами управления, публикаций ученых и специалистов. Цель этой части научного исследования состоит в выявлении степени изученности исследуемой темы и целесообразности проведения исследований по данной тематике: выявить и оценить вклад отечественных и зарубежных ученых и специалистов, занимавшихся ранее; оценить достижения и выявить нерешенные проблемы; исключить возможные повторы и др. Проведение обзора является очень ответственной и трудоемкой частью при выполнении курсовых, выпускных квалификационных работ, диссертаций, других исследований.

При выполнении учебно-научно-исследовательских работ, прямо или косвенно связанных с экономикой, исключительно важной ее частью является разработка информационных документов (информационного обеспечения). Как правило, различают исходную, промежуточную и результативную (итоговую) информацию. Исходная информация представляет собой информация, содержащаяся в учетно-отчетных и статистических документах, учебной литературе, а также в материалах научно-исследовательских и практических конференций, совещаний и семинаров и др. Промежуточной можно назвать информацию таблично-графического характера, создаваемую самим исследователем в ходе обработки исходной информации.

Ниже приведен пример, иллюстрирующий сущность и особенности исходной и промежуточной информации.

Пример. Заданы величины четырех показателей регионов России в разрезе федеральных округов за 2017 г. (см. таблицу 12.1).

Требуется: а) определить удельный вес (в %) каждого федерального округа в каждом из 4-х показателей; б) рассчитать три показателя эффективности использования ресурсов каждым федеральным округом и страной в целом (фондоотдачу, производительность труда, инвестиционноотдачу); в) определить фондовооруженность труда, а также ИТ-затраты на одного работника в экономике; г) выявить и описать с помощью математических формул связии (зависимости) между показателями.

Таблица 12.1

Величины четырех основных социально-экономического показателей регионов России в разрезе федеральных округов по данным за 2017 г.

		ВРП, млрд. руб	Ст-ть ОФ, млрд. руб.	Числ. занят., тыс. чел.	ИТ-затраты, млрд. руб.
		Y	K	L	IT
1	ЦФО	24135,0	60640	21259,7	961,2
2	СЗФО	7803,7	21842	7161,5	107,3
…	…	…	…	…	…
8	ДВФО	3756,6	12404	3189,7	40,7
	Итого РФ	69254,1	194649	71842,7	1487,6

Примечание. Таблица составлена автором по данным статсборника «Россия в цифрах», 2018.

Между показателями экономики может существовать два вида связей (зависимостей): функциональные и корреляционные. Функциональными называются точные и однозначные зависимости. Например, производительность труда - один из ключевых показателей эффективности экономики - определяется по формуле: $y = Y * 1000/L$, где Y - ВРП, млрд.руб.; L - численность занятых в экономике, тыс.чел.; y – производительность труда, тыс.руб. Согласно формуле производительность труда однозначно (функционально) зависит от величины ВРП (Y) и численность работников (L).

Для описания корреляционных связей (зависимостей) нет заранее определенных однозначных формул. Такие зависимости справедливы только для совокупности экономических объектов или для совокупности данных отдельных объектов за ряд последовательных временных периодов.

Наличие корреляционных связей (зависимостей) принято математически записывать в виде уравнения: Y=f(X_1,X_2,..,X_p), где Y - зависимый показатель, $X_1, X_2, \dots, X_p$ – показатели-факторы, от которых зависит Y. Такие уравнения в экономике принято называть уравнениями регрессии.

Одной из самых известных уравнений регрессии является производственная функция Кобба-Дугласа, которая имеет вид: $Y = A \cdot K^a \cdot L^b$.

Продолжим пример. Ответим сначала на вопросы пунктов (а, б, в).

Чтобы определить удельный вес федерального округа в любом из 4-х показателей следует величины показателя округа умножить на 100 и разделить на величину этого показателя по стране в целом. Результаты расчетов удобно свести в таблицу (см. таблицу 12.2).

Таблица 12.2

Структура четырех социально-экономических показателей регионов России по федеральным округам по данным за 2017 г., в %

	ВРП	Ст-ть ОФ	числ. занят.	ИТ-затраты
ЦФО	34,8	31,2	29,6	64,6
СЗФО	11,3	11,2	10,0	7,2
…	…	…	…	…
ДВФО	5,4	6,4	4,4	2,7
РФ	100,0	100,0	100,0	100,0

Чем отличаются данные таблицы 12.2 от данных таблицы 12.1: они являются расчетными. Обязательно отметить, что таблицы созданы (и следует создавать) на ПЭВМ с помощью MS Excel (электронные таблицы). Чтобы ответить на второй (б) и третий (в) вопросы требуется выяснить, что такое показатели эффективности и как они рассчитываются, а также как рассчитываются фондовооруженность и ИТ-затратывооруженность труда.

В таблице 12.1 заданы четыре абсолютных (объемных) показателя, первый из них валовой региональный продукт (ВРП) – результат производства, а три остальных – ресурсы, без использования которых невозможно производство продукции.

Показатели эффективности использования ресурсов являются относительными показателями, рассчитываемыми путем деления (отношения) ВРП на объем каждого ресурса. Они называются соответственно: фондоотдачей, производительностью труда и ИТ-затратыотдачей.

Показатели фондовооруженность и ИТ-затратывооруженность труда называются показателями уровня технического развития и тоже представляют собой относительные показатели.

Величины трех показателей эффективности и двух показателей технического уровня можно свести в одну таблицу 12.3.

Отличительная особенность данных таблицы 12.3 – они являются важными аналитическими показателями: а) большая величина любого из трех показателей эффективности свидетельствует о более эффективном использовании соответствующего ресурса; б) большие величиныФв и ИТЗв свидетельствуют о более высоком уровне технического развития соответствующего федерального округа.

Таблица 12.3

Величины показателей эффективности использования ресурсов и уровня технического развития по федеральным округам России по данным за 2017 г.

	эффективности			технического развития	
	Фо, руб	Пт, тыс.руб	ИТо, руб	Фв, тыс. руб	ИТЗв, тыс. руб
ЦФО	0,398	1135,3	25,1	2852,4	45,2
СЗФО	0,357	1089,7	72,7	3049,9	15,0
…	…	…	…	…	…
ДВФО	0,303	1177,7	92,3	3888,9	12,8
РФ	0,356	964,0	46,6	2709,4	20,7

Таким образом, в таблицах 12.2 и 12.3 приведены аналитические данные, которые определены путем выполнения простых арифметических действий. Благодаря современным информационным технологиям все эти расчеты переведены на компьютерную основу. В принципе, такие таблицы приходится составлять для экономических объектов любого уровня. Иными словами, подобные задачи приходится выполнять преподавателям любых экономических дисциплин.

С математической точки зрения все расчеты просты и понятны, но их приходится выполнять многократно и для различных совокупностей объектов. Поэтому преподаватели сами свободно должны владеть компьютерными технологиями для решения подобных задач и учить студентов на своих занятиях.

Выполнение расчетов и решение задач выше приведенными методами – это только начало применения преподавателями–экономистами компьютерных технологий в своей учебно-методической и научно-исследовательской работе, в т. ч. связанной с проведением лекционных, практических и др. видов занятий со студентами. Более серьезная и ценная работа преподавателя состоит в выявлении, описании и оценке связей, зависимостей, закономерностей и тенденций в экономике, т.е. экономика, экономические объекты, их части, комплексы задач и даже отдельные задачи представляют собой сложные системы.

В экономике большинство показателей взаимосвязаны. Главной задачей экономистов любого уровня и звена управления является выявление, описание в виде математических формул и анализ связей и зависимостей.

Сложные системы означают, что никакими существующими методами и инструментарием ученые, специалисты, практические и управленческие работники не могут получить всю информацию об объекте или его части, чтобы оптимально им управлять.

Подтвердим сказанное по данным рассматриваемого нами примера.

Любому экономисту известно, что для совокупности восьми федеральных округов ВРП корреляционно связан (зависит) от трех ресурсов из таблицы 12.1. Причем эти связи могут быть как однофакторными, так и двух- и трехфакторными. Точно также известно, что производительность труда связана (зависит) от фондовооруженности труда (см. данные таблицы 12.3). Однако, методами ручной обработки, основанными на 4-х арифметических действиях, невозможно выявить, описать в виде математических формул эти связи (зависимости). Благодаря математическим методам и компьютерным технологиям стало возможным выявлять, описывать в виде математических формул эти связи (зависимости), а также анализировать их.

Чтобы выявлять, описывать в виде математических формул связи (зависимости) требуется ответить на следующие очень важные вопросы относительно зависимости ВРП от трех ресурсов:

а) какова степень корреляционной зависимости (теснота корреляционной связи);

б) каков вид имеют зависимости, т. е. какими из известных математических формул их описать;

в) какова ценность математических формул с точки зрения анализа и принятия управленческих решений;

г) и ряд других.

Связи (зависимости) для совокупности экономических объектов называются корреляционными, а математические формулы их выражающие – уравнениями регрессии. Построить уравнение регрессии означает рассчитать параметры уравнения и ряд статистических характеристик.

В таблице 12.4 приведены величины двух статистических характеристик (КВПИРСОН, СТОШУХ) и параметров уравнений парной регрессии линейного вида (ОТРЕЗОК, НАКЛОН), выражающих зависимость ВРП (Y) от каждого из трех ресурсов (стоимости основных фондов - К, численности занятых в экономике – L и затрат на инфоратизацию – IT), а также производительности труда (Пт) от фондовооруженности (Фв).

Таблица 12.4

Величины двух статистических характеристик и параметров уравнений регрессии линейного вида, построенных по сводным данным регионов по данным федеральным округов России за 2017 г.

	Y от K	Y от L	Y от IT	Пт от Фв
квпирсон	0,9405	0,8773	0,9055	0,8806
стошух	1812,1	2602,6	2283,7	122,3
отрезок	-644,3	-1083,5	4799,3	327,4
наклон	0,3823	1,0846	20,7	2,1878

Показатель «КВПИРСОН» (называется коэффициентов детерминации) выражает степень тесноты корреляционной связи (зависимости), а показатель

«СТОШУХ» называют стандартной ошибкой для зависимого показателя Y от независимых показателей-факторов (в нашем случае от K, L и IT). «КВПИРСОН» принимает численные значения в пределах от 0 до 1; при этом большее значение этой величины означает более высокую степень корреляции. Наоборот обстоит дело с величиной «СТОШУХ»; чем она меньше, тем построенные уравнения регрессии ценнее.

По величине «СТОШУХ» проверить сравнительную оценку можно только для уравнений регрессии одного и того вида. Для оценки уравнений разных видов можно рассчитывать относительную величину стандартной ошибки, называемую средней ошибкой аппроксимации (выражается в процентах) и рассчитываемую по формуле:

$$A = \frac{\text{СТОШУХ}*100}{Y_{\text{ср}}},$$

где Y_{cp} – средняя арифметическая величина зависимого показателя.

Важнейшей из задач в экономике является выявление тенденций и преподаватель должен владеть методами и инструментарием выявления и описания тенденций. Для выявления тенденций требуются данные одного и того же объекта за ряд последовательных моментов времени (например, по годам, см. таблицу 12.5).

Таблица 12.5

Исходные данные (фрагмент) Российской Федерации за 2002-2017 гг. для построения уравнений временных рядов и рядов динамики

	ВРП, млрд.руб.	**ОФ, млрд.руб.**	**Числ., тыс.чел.**	**ИТ-затр., млрд.руб.**	
	Yt	**Kt**	**Lt**	**ITt**	**t**
2002	7831,4	21605	64709,3	131,2	1
2003	9472,1	26375	65359,4	164,6	2
…	…	…	…	…	…
2017	69254,1	183404	72065,2	1487,6	16

С нашей точки зрения, для выявлений тенденций требуются данные за 5-7 и более моментов времени. При этом можно выявить тенденции: а) каждого показателя в отдельности; б) в динамике связи (зависимости) одного из результативных показателей от одного, двух и более влияющих на него показателей-факторов.

Тенденция отдельного показателя описывается формулами, называемыми уравнениями временных рядов ($Y_t = f(t)$), а зависимости в динамике взаимосвязей формулами, называемыми уравнениями рядов динамики $Y_t = f(X1_t, X2_t, \dots, Xn_t)$.

В таблице 12.6 приведены величины трех статистических характеристик (КВПИРСОН, СТОШУХ и ср.ошибки аппроксимации) и параметров для уравнений временных рядов, построенных для показателей ВРП (Y_t), стоимости основных фондов (K_t), численности занятых в экономике (L_t) и ИТ-затрат (IT_t) по данным РФ за 2005-2017 гг.

При средней ошибке аппроксимации менее 10 % уравнение регрессии считается приемлемым с оценкой «хорошо». Следовательно, уравнения временных рядов для показателей ВРП (Y_t), стоимости основных фондов (K_t) и численности работников (L_t) являются по приемлемости «хорошими».

Таблица 12.6

Величины трех статистических характеристик и параметров уравнений временных рядов, построенных по данным РФ за 2002-2017гг.

		Y_t	K_t	L_t	IT_t
КВПИРСОН	r^2	0,9851	0,9699	0,6856	0,9138
СТОШУХ	sey	2565,6	9311,4	958,7	144,0
Ср.ошибка аппроксимации, %	A	7,35	10,88	1,42	22,3
Отрезок	b	-1145,4	-5660,4	65019,8	-163,4
Наклон	m	4238,6	10730,0	287,3	95,2

Как видно из таблицы 12.6, ошибка аппроксимации для уравнения временного ряда для ИТ-затрат (IT_t) в 2-3 и более раз выше, чем для трех других уравнений.

В таблице 12.7 приведены величины трех статистических характеристик (r^2, sey, A) и параметров уравнений рядов динамики, выражающих тенденции зависимости ВРП (Y_t) от трех ресурсных показателей (K_t, L_t, IT_t).

Таблица 12.7

Величины трех статистических характеристик и параметров уравнений рядов динамики, построенных по данным РФ за 2002-2017гг.

		Y_t от K_t	Y_t от K_t, L_t	Y_t от K_t, L_t, IT_t
Индекс детерминации	r^2	0,9891	0,9894	0,9895
Стандартная ошибка для Y	sey	2195,6	2243,8	2334,7
Свободнийчлен уравнения	b	1535,6	-23881,1	-22628,4
Коэффициент регрессии для K_t	m_1	0,3898	0,3797	0,3853
Коэффициент регрессии для L_t	m_2	-	0,3897	0,3694
Коэффициент регрессии для IT_t	m_3	-	-	-0,5753
Ср.ошибка аппроксимации	A	6,29	6,43	6,69

Как видно из таблицы 12.7, по приемлемости одно-, двух- и трехфакторные уравнения практически не различаются: стандартная ошибка колеблется в пределах 2195,6-2334,7, а средняя ошибка аппроксимации – в пределах 6,29-6,69%.

Главный аналитический интерес представляют параметры уравнений временных рядов, особенно параметры называемые коэффициентами регрессии, т.е. при показателях-факторах. Эти параметры в случае уравнений линейного вида равны предельным эффектам показателей-факторов. В таблице 12.5 они обозначены буквой (m), а в таблице 12.6 буквами (m_1, m_2, m_3).

По уравнениям рядов динамики можно рассчитывать величины одного важного показателя, называемого предельным эффектом. Они определяются как частные производные по каждому показателю-фактору. Покажем методику определения предельных эффектов по трехфакторному уравнению, математическая запись которого имеет вид:

$$Y_t = -22628{,}4 + 0{,}3853 * K_t + 0{,}3694 * L_t - 0{,}5753 * IT_t.$$

Предельные эффекты равны:

$$\frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = 0{,}3853; \quad \frac{\partial Y_t}{\partial L_t} = 0{,}3694; \quad \frac{\partial Y_t}{\partial IT_t} = -0{,}5793.$$

Предельные эффекты показывают, на какую величину увеличатся экономические показатели (если знак (+)) и уменьшатся (если знак (-)). В нашем случае это означает, что если одновременно каждый из трех ресурсов увеличить K_t на 1 млрд.руб., L_t на 1 тыс. чел., IT_t на 1 млрд.руб., то результативный (зависимый) показатель Y_t должен увеличиться на 0,3853 (от K_t), на 0,3694 (от L_t) и уменьшится (знак (-)) на 0,5753 (от IT_t).

Предельные эффекты можно суммировать, т.е.

$$\frac{\partial Y_t}{\partial K_t} + \frac{\partial Y_t}{\partial L_t} + \frac{\partial Y_t}{\partial IT_t} = 0{,}3853 + 0{,}3694 - 0{,}5753 = 0{,}1792 \text{ млрд.руб.}$$

Иными словами, рост ИТ-затрат в динамике оказывает отрицательное воздействие на рост ВРП, а не положительное.

По уравнениям временных рядов и рядов динамики можно определить взаимозаменяемость ресурсов. Если коэффициенты регрессии при показателе-факторе t в уравнениях временных рядов обозначить через m_1 (для K_t), m_2 (для L_t), m_3 (для IT_t), то путем их деления друг на друга можно определить нормы их взаимозаменяемости. Например,

$$m_1/m_2 = 10730{,}0/287{,}3 = 37{,}4;$$

$$m_1/m_3 = \frac{10730{,}0}{95{,}2} = 112{,}7; \quad m_2/m_3 = \frac{287{,}3}{95{,}2} = 3{,}0,$$

т.е. чтобы заменить одну единицу L_t (тыс.чел.) требуется 37,4 единиц (млрд.руб.) стоимости основных фондов, а чтобы заменить одну единицу (млрд.руб.) ИТ-затрат требуется 112,7 млрд.руб. основных фондов. А чтобы заменить одну единицу (млрд.руб.) ИТ-затрат требуется 3,0 единицы (тыс.чел.) работников занятых в экономике.

Величины статистических характеристик и параметров уравнений временных рядов и рядов динамики естественно зависят от исходных данных, по которым они строятся.

Представляет интерес, например, сравнение уравнений (статистических характеристик и параметров) за 2002-2010 и 2010-2017 гг., за 2002-2017 и 2005-2017гг. и др. вариации.

В таблице 12.8 приведены величины трех статистических характеристик и параметров уравнений временных рядов, выражающих тенденции изменения четырех рассматриваемых нами исходных экономических показателей (см. таблицу 12.1).

По этой таблице сформируем ряд выводов:

- по величине индексов детерминации степень тесноты корреляции тенденции для ВРП (Y_t) за 2010-2017гг. чуть выше, чем за 2002-2010 гг., и за 2002-2017 гг. она примерно одинакова;

Таблица 12.8

Величины трех статистических характеристик уравнений временных рядов, построенных по данным РФ за 2002-2017гг.

		Yt	Kt	Lt	ITt
2002-2017					
Индекс детерминации	r^2	0,9851	0,9699	0,6856	0,9138
Стандартная ошибка для Y	sey	2565,6	9311,4	958,7	144,0
Ср.ошибка аппроксимации	А,%	7,35	10,88	1,42	22,31
2005-2017					
Индекс детерминации	r^2	0,9891	0,9889	0,4664	0,9350
Стандартная ошибка для Y	sey	1949,2	5264,8	1040,1	121,0
Ср.ошибка аппроксимации	А,%	4,79	5,31	1,53	15,95
2002-2010					
Индекс детерминации	r^2	0,9567	0,9506	0,8615	0,9521
Стандартная ошибка для Y	sey	2206,7	5071,6	496,0	30,7
Ср.ошибка аппроксимации	А,%	11,13	10,84	0,74	10,86
2010-2017					
Индекс детерминации	r^2	0,9944	0,9929	0,5040	0,8657
Стандартная ошибка для Y	sey	10464	3124,9	1165,8	136,3
Ср.ошибка аппроксимации	А,%	2,03	2,43	1,71	13,14

- степень корреляции тенденции временных рядов для стоимости основных фондов (K_t) для всех 4-х рассматриваемых временных периода также как для Y_t;

- для показателей численности работников (L_t) и суммарных затрат на информатизации (IT_t) существенно отличаются;для L_tза 2010-2017 гг. – удовлетворительна, за 2002-2017 – высокая, за 2005-2017 – минимальная, за 2002-2017 – хорошая;для IT_t за 2010-2017 0,87, за остальные временные периоды составляют 0,91-0,95;

- sey – абсолютный показатель, по ней нецелесообразно сравнение степени корреляции уравнений, выражающих тенденции; лучше это сделать по относительному показателю «средняя ошибка аппроксимации» (А,%): для Y_t и K_t величины (А,%) за 2010-2017 гг. в 5 раз ниже, чем за 2002-2010; но величины (А) за три периода менее 10% (что считается не высокой); для L_t величины (А) минимальны (менее 2,1 %), для IT_t – максимальны (от 11 до 22%).

В таблице 12.9 приведены параметры (b и m) уравнений временных рядов для четырёх показателей (Y_t, K_t, L_t, IT_t) за четыре рассматриваемых нами временных периода (2002-2017, 2005-2017, 2002-2010 и 2010-2017 гг.).

Аналитическая ценность параметра (b), называемого в уравнениях временных рядов линейного вида свободным членом, невысокая. Он показывает, чему должна равняться величина экономического показателя, для которого выявляется тенденция, в момент времени t=0. Но момент времени в уравнении временного ряда, выражающего тенденцию, не может равняться нулю.

Таблица 12.9

Величины параметров уравнений временных рядов, построенных по данным РФ за 2002-2017гг.

		Yt	Kt	Lt	ITt
2002-2017					
Свободнийчлен уравнения	b	-1145,4	-5660,4	65019,8	-163,4
Коэффициент регрессии	m	4238,6	10730,0	278,3	95,2
2005-2017					
Свободнийчлен уравнения	b	-4963,6	-23175,9	65582,3	-369,9
Коэффициент регрессии	m	4567,5	12229,6	239,1	112,9
2002-2010					
Свободнийчлен уравнения	b	2104,1	8786,3	64547,8	48,9
Коэффициент регрессии	m	3543,2	7602,2	422,5	22,3
2010-2017					
Свободнийчлен уравнения	b	-14484,1	-46261,4	62796,4	-597,4
Коэффициент регрессии	m	5279,9	13999,3	444,1	130,8

Основную ценность в уравнениях временных рядов представляют величины параметра (m), т.е. коэффициента при переменной, который показывает рост величины экономического показателя при увеличении показателя t на одну единицу (в нашем случае за один год).

Показатель Y_t выражает величину ВРП (в млрд. руб.), поэтому, чем больше m в уравнении $Y_t = b + m * t$, тем лучше. Три остальных показателя (K_t, L_t, IT_t) являются ресурсами. Поэтому чем меньше величины параметров при факторе времени t в уравнения временных рядов для этих показателей, тем при прочих равных условиях эффективнее используется ресурс.

Нельзя ограничиться выявлением тенденций каждого показателя в отдельности с помощью уравнений временных рядов. Следует выявить тенденции в связях (зависимостях) между экономическими показателями путем построения уравнений рядов динамики.

В настоящем исследовании нами построены уравнения производственных функций, выражающих тенденции в динамике зависимости ВРП (Y_t) от стоимости основных фондов (K_t), численности занятых в экономике (L_t) и затрат на информационные технологии (IT_t): однофакторные (Y_t от K_t), двухфакторные (Y_t от K_t, L_t) и трехфакторные (Y_t от K_t, L_t, IT_t). Нами разработана компьютерная модель, позволяющая проверять на приемлемость пять различных видов уравнений рядов динамики: линейные, степенные, показательные, гиперболические и параболические.

В нашем случае для Российской Федерации по данным за 2002-2017 гг. наиболее приемлемыми оказались уравнения линейного и степенного видов. Мы ограничились рассмотрением уравнений линейного вида. Однако они рассмотрены за разные временные интервалы: 2002-2017 гг. (за 16 лет); 2005-2017 гг. (за 13 лет), 2002-2010 гг. (за 9 лет) и 2010-2017 гг. (за 8 лет).

В таблице 12.10 приведены величины трех статистических характеристик уравнений рядов динамики, построенных по данным РФ за 2002-2017 гг.

Таблица 12.10

Величины трех статистических характеристик уравнений рядов динамики, построенных по данным РФ за 2002-2017 гг.

		Y_t от K_t	Y_t от K_t, L_t	Y_t от K_t, L_t, IT_t
2002-2017				
Индекс детерминации	r^2	0,9891	0,9894	0,9895
Стандартная ошибка для Y	sey	2195,6	2243,8	2334,7
Ср.ошибка аппроксимации	А,%	6,29	6,43	6,69
2005-2017				
Индекс детерминации	r^2	0,9900	0,9903	0,9903
Стандартная ошибка для Y	sey	1866,8	1932,5	2035,4
Ср.ошибка аппроксимации	А,%	4,49	4,75	5,0
2002-2010				
Индекс детерминации	r^2	0,9583	0,9930	0,9930
Стандартная ошибка для Y	sey	2166,8	956,2	1074,4
Ср.ошибка аппроксимации	А,%	10,93	4,82	5,28
2010-2017				
Индекс детерминации	r^2	0,9839	0,9942	0,9957
Стандартная ошибка для Y	sey	1777,8	1173,0	1124,4
Ср.ошибка аппроксимации	А,%	3,45	2,28	2,18

Анализ трех статистических характеристик из этой таблицы показывает:

а) приемлемость всех уравнений для описания тенденций в динамике зависимости ВРП от трех рассмотренных ресурсов (ВРП, численности занятых, ИТ-затраты);

б) как и следовало ожидать теснота корреляции (выражается индексом детерминации r^2) возрастает, а средняя ошибка аппроксимации (А, %) уменьшается в трехфакторных уравнениях по сравнению с двухфакторными и в двухфакторных по сравнению с однофакторными;

в) приемлемость уравнений рядов динамики за 2010-2017 гг. выше, чем 2002-2010 гг. (см. величины А, %); за 2005-2017 гг. выше, чем за 2002-2017 гг.

В таблице 12.11 приведены величины параметров уравнений рядов динамики, построенных по данным РФ за 2002-2017 гг.

Напомним, что параметры при показателях-факторах в уравнениях линейных рядов динамики показывают, на сколько абсолютных единиц возрастает ВРП (млрд.руб.) при увеличении показателя-фактора на одну абсолютную единицу (стоимость основных фондов на 1 млрд.руб, численность занятых на 1 тыс.чел., ИТ-затраты на 1 млрд.руб.). Параметр m_1 в однофакторных уравнениях $Y_t = b + m_1 K_t$, выражающих зависимость ВРП

Таблица 12.11

Величины параметров уравнений рядовдинамики, построенных
по данным РФ за 2002-2017 гг.

		Y_t от K_t	Y_t от K_t, L_t	Y_t от K_t, L_t, IT_t
2002-2017				
Свободнийчлен уравнения	b	1535,6	-23881,1	-22628,4
Коэффициент регрессии дляK_t	m_1	0,3898	0,3797	0,3853
Коэффициент регрессии дляL_t	m_2	-	0,3897	0,3694
Коэффициент регрессии дляIT_t	m_3	-	-	**-0,5753**
2005-2017				
Свободнийчлен уравнения	b	3880,9	24002,2	22739,6
Коэффициент регрессии дляK_t	m_1	0,3716	0,3779	0,3711
Коэффициент регрессии дляL_t	m_2	-	**-0,3052**	**-0,2844**
Коэффициент регрессии дляIT_t	m_3	-	-	0,6836
2002-2010				
Свободнийчлен уравнения	b	-1463,1	-19676,5	-19651,9
Коэффициент регрессии дляK_t	m_1	0,4548	0,3000	0,3051
Коэффициент регрессии дляL_t	m_2	-	3,0384	3,0346
Коэффициент регрессии дляIT_t	m_3	-	-	**-0,8104**
2010-2017				
Свободнийчлен уравнения	b	3382,5	88436,0	82425,2
Коэффициент регрессии дляK_t	m_1	0,3736	0,4189	0,3778
Коэффициент регрессии дляL_t	m_2	-	**-1,3297**	**-1,2258**
Коэффициент регрессии дляIT_t	m_3	-	-	4,0416

от стоимости основных фондов находится в пределах от 0,3716 (за 2005-2017 гг.) до 0,45448 (за 2002-2010 гг.), т.е. если стоимость основных фондов увеличить на 1 млрд.руб., то ВРП должен увеличиться при тенденциях для которых построены уравнения, например, за 2002-2017 гг. на 0,39 млрд.руб., за 2010-2017 гг. на 0,37 млрд.руб.

Если величина какого-либо из параметров (m_1, m_2, m_3) оказалась отрицательной, то увеличение показателя-фактора сопровождается уменьшением ВРП. Так, из четырех двухфакторных уравнений

$$Y_t = b + m_1 K_t + m_2 L_t,$$

выражающих зависимость ВРП от стоимости основных фондов (K_t) и численности занятых (L_t) в двух уравнениях параметр m_2, при показателе-факторе L_t оказался отрицательным (за 2005-2017 гг. и за 2010-2017 гг.).

В каждом из трехфакторных уравнений

$$Y_t = b + m_1 K_t + m_2 L_t + m_3 IT_t$$

один параметр является отрицательным.

В двух уравнениях отрицателен параметр m_2 (за 2005-2017 гг. и за 2010-2017 гг.), а в двух других уравнениях параметр m_3 (за 2002-2017 гг. и за 2002-2010 гг.).

Одной из главных целей построения уравнений временных рядов и рядов динамики и выявления тенденций является принятие управленческих решений на различных уровнях управления (в нашем случае федеральными органами на уровне страны).

Вторая цель для прогнозирования на основе уравнений выражающих тенденции. Третья цель использование в учебном процессе и научно-исследовательской работе (при выполнении курсовых и выпускных квалификационных работ, магистерских, кандидатских диссертаций).

Конечным итогом выявления тенденций является построение системы следующих взаимосвязанных уравнений временных рядов и рядов динамики

а) уравнения временных рядов

$$Y_t = b_y + m_y t;\ K_t = b_k + m_k t;\ L_t = b_l + m_l t;\ IT_t = b_{IT} + m_{IT} t;$$

б) уравнения рядов динамики

$$Y_t = b_1 + m_k K_t; Y_t = b_2 + m_k K_t + m_l L_t;$$

$$Y_t = b_3 + m_1 K_t + m_2 L_t + m_3 IT_t.$$

Система включает семь уравнений, в т.ч. четыре уравнений временных рядов и три уравнений рядов динамики. Ниже приведена математическая запись таких уравнений, построенных нами по данным РФ за 2002-2017 гг.

(1) $\mathrm{Y_t} = -1145{,}4 + 4238 * \mathrm{t};$

(2) $\mathrm{K_t} = -5660{,}4 + 10730 * \mathrm{t};$

(3) $\mathrm{L_t} = 65019{,}8 + 278{,}3 * \mathrm{t};$

(4) $\mathrm{IT_t} = -163{,}4 + 95{,}2 * \mathrm{t};$

(5) $\mathrm{Y_t} = 1535{,}6 + 0{,}3898 * \mathrm{K_t};$

(6) $\mathrm{Y_t} = -23881{,}1 + 0{,}3797 * \mathrm{K_t} + 0{,}3897 * \mathrm{L_t};$

(7) $\mathrm{Y_t} = -22628{,}4 + 0{,}3853 * \mathrm{K_t} + 0{,}3694 * \mathrm{L_t} - 0{,}5753 * \mathrm{IT_t}.$

Отметим также, что подставляя правые части уравнений временных рядов (2,3,4) в правые части уравнений рядов динамики (5,6,7) можно получить еще три уравнения временных рядов для ВРП (Y_t).

Литература

1. Путин В.: Лидер по созданию искусственного интеллекта станет властелином. мира. https://news.mail.ru/politics/30868776/?frommail=1

2. Шваб К. Четвертая промышленная революция. М.: Издательство «Э», 2017

3. Билл Гейтс. Бизнес со скоростью мысли. –М.: ЭКСМО-Пресс, 2001

4. Michael Dertouzos. What Will Be: How the New World of Information Will Change Our Lives (San Francisco: HarperCollins, HarperEdge, 1997

5. Программа «Цифровая экономика Российской Федерации». Утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 28 июля 2017 г. № 1632-р

6. Адамадзиев К.Р., Адамадзиева А.К. Компьютерное моделирование в экономике: учебное пособие. - Махачкала: Издательско-полиграфический центр ДГУ, 2014.

7. Адамадзиев К.Р., Джаватов Д.К. Эконометрика. Краткий курс: Учебное пособие - Махачкала: Издательский Дом «Народы Дагестана», 2003.

8. Айвазян С.А. Основы эконометрики. Учебник для вузов. – М.: ЮНИТИ- ДАНА, 2001.- 432с.

9. Гетман Н.А., Котенко В.В., Котенко Е.Н. Подготовка преподавателя вуза к профессиональной деятельности в соответствии с современными профессиональными стандартами // Современные наукоемкие технологии. – 2016. – № 9-3.

10. Гликман Н. Эконометрический анализ региональных систем. - М.: Прогресс, 1980.

11. Гранберг А.Г. Основы региональной экономики: Учебник для вузов. - М.: ГУ ВШЭ, 2000.

12. Джонстон Дж. Эконометрические методы.-М.: Финансы и статистика, 1980.

13.Доугерти К. Введение в эконометрику:- Учебник для вузов, М.: Инфа-М, 2001.

9. Иванов В.В., Малинецкий Г.Г. Цифровая экономика: мифы, реальность, перспектива. М.: Российская академия наук, 2017.

10. Ковалев В.В. Финансовый анализ: методы и процедуры. – М.: Финансы и статистика, 2005.

11. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика: Учебник для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2002.

12. Лавренов С.М. Excel: Сборник примеров и задач. - М.: Финансы и статистика, 2008.

13. Лебедев В.В. Компьютерное моделирование рыночных механизмов. Природа, 2001, №12.

14. Маркова В.Д. Цифровая экономика: учебник / В.Д. Маркова. — М. : ИНФРА-М, 2019.

15. Основы цифровой экономики: учебное пособие / коллектив авторов; под ред. М. И. Столбова, Е. А. Бренделевой. - М.: Издательский дом «Научная библиотека», 2018.

16. Россия в цифрах. 2005, 2006, …, 2017: Крат.стат.сб./Росстат- М., 2006, 2007, …, 2018.

17. Стариков А. В. Кущева И. С. Экономико-математическое и компьютерное моделирование. Учебное пособие / Фед. агентство по образованию, ГОУ ВПО «ВГЛТА». – Воронеж, 2008

18. Цисарь Игорь. Matlab Simulink. Компьютерное моделирование экономики. Издательство: Солон, 2008

19. Шмелькова Л.В. Кадры для цифровой экономики: взгляд в будущее// Дополнительное профессиональное образование в стране и мире. — 2016. — № 8(30).

20. Эконометрика: Учебник/ Под ред. И.И.Елисеевой 2-е изд., перераб. и доп.–М.: Финансы и статистика, 2005.

Приложения

Приложение 1

	Регионы России 2017	Среднегодовая численность занятых, тыс. чел.	Среднедушевые денежные доходы (в месяц), руб.	Среднедушевые денежные расходы (в месяц), руб.	Среднемесячная номинальная заработная плата работников, руб.	ВРП в текущих основных ценах, млрд. руб	Основные фонды в экономике по полной учетной стоимости, млрд. руб.	Инвестиции в основной капитал, млрд. руб.
	Российская Федерация	**72065,2**	**31477**	**31022**	**39144**	**69254,1**	**183404**	**15967,0**
	Центральный федер. округ	**21181,9**	**40594**	**41313**	**48396**	**24135,0**	**58401**	**4173,0**
1	Белгородская область	756,8	30420	27479	29150	730,6	1401	139,2
2	Брянская область	540,6	26867	26012	24390	285,9	733	54,8
3	Владимирская область	647,4	24003	22739	27842	392,1	788	79,6
4	Воронежская область	1094,8	29971	29188	28339	841,4	1535	294,2
5	Ивановская область	447,1	24959	21680	23165	179,6	553	27,1
6	Калужская область	508,9	28722	26686	33899	373,4	913	81,3
7	Костромская область	293,2	25048	22989	24296	160,7	420	20,6
8	Курская область	520,6	27141	24810	27241	364,6	805	100,6
9	Липецкая область	565,4	28865	26517	28492	470,2	1179	139,9
10	Московская область	3377,0	41184	36514	46697	3565,3	7238	678,3
11	Орловская область	330,2	24187	22250	24652	213,9	472	45,3
12	Рязанская область	505,5	24893	22791	29129	337,0	927	63,8
13	Смоленская область	443,8	25460	23265	26294	262,3	829	57,5
14	Тамбовская область	492,1	25938	23490	24196	311,4	798	111,7
15	Тверская область	608,5	24687	23306	27387	359,3	1213	100,0
16	Тульская область	731,5	27853	25568	31302	517,7	1033	127,1

17	Ярославская область	626,5	27329	24600	30501	469,8	1226	79,8
18	г. Москва	8692,0	61358	69509	73345	14299,8	36338	1972,3
	Северо-Западный фед. округ	**7251,1**	**33669**	**33841**	**44696**	**7803,7**	**20330**	**1872,0**
19	Республика Карелия	283,6	26730	25193	34779	233,4	676	41,7
20	Республика Коми	421,8	30843	28321	45455	546,9	3052	129,3
21	Архангельская область	514,4	32013	31578	40511	427,9	1957	245,7
22	Вологодская область	556,6	26308	22666	31636	486,2	1549	130,8
23	Калининградская область	476,9	26683	26215	31296	383,1	756	118,9
24	Ленинградская область	820,2	28809	25274	38755	913,8	2924	338,6
25	Мурманская область	379,8	37898	35827	51450	425,8	1891	110,7
26	Новгородская область	294,0	25553	25645	29204	244,5	609	68,8
27	Псковская область	291,2	23375	21955	23304	144,4	370	28,9
28	г. Санкт-Петербург	3179,4	41128	45078	54353	3742,2	6546	658,5
	Южный федеральный округ	**7402,8**	**27234**	**27238**	**28653**	**4896,3**	**14201**	**1397,3**
29	Республика Адыгея	151,1	25647	21718	24247	91,4	183	22,9
30	Республика Калмыкия	112,3	14948	12526	23043	56,0	196	10,4
31	Краснодарский край	2553,2	33224	34149	30557	2015,9	5482	484,1
32	Астраханская область	473,7	22503	22365	29428	338,7	1357	144,1
33	Волгоградская область	1147,6	21689	21258	27884	743,3	2070	190,8
34	Ростовская область	1968,2	27726	27988	28083	1270,9	2584	319,3
	Северо-Кавказский фед. округ	**3778,9**	**24270**	**21400**	**24346**	**1798,0**	**4516**	**503,9**
35	Республика Дагестан	1066,8	29649	26007	21768	597,1	1571	199,4
36	Республика Ингушетия	162,3	15298	8623	22085	50,9	102	13,6
37	Кабардино-Балкарская Республика	358,9	21568	18954	22242	132,7	253	40,9
38	Карачаево-Черкесская Республика	171,7	17436	12311	22939	73,2	199	17,8
39	Респуб.Северная Осетия - Алания	287,2	22640	20006	24136	125,5	248	26,8
40	Чеченская Республика	490,0	22338	14777	23171	166,7	468	65,4
41	Ставропольский край	1242,0	23323	24575	26892	651,9	1675	140,0

	Приволжский федер. округ	**14116,2**	**25971**	**24637**	**29166**	**10375,9**	**25330**	**2412,2**
42	Республика Башкортостан	1757,5	28473	26895	30149	1344,4	2868	260,9
43	Республика Марий Эл	300,9	18913	16803	25711	160,5	405	24,0
44	Республика Мордовия	387,6	18073	15928	24902	198,1	600	59,9
45	Республика Татарстан	1951,2	32199	31165	32419	1937,6	4256	637,6
46	Удмуртская Республика	726,5	24016	21880	29008	540,1	1170	80,0
47	Чувашская Республика	545,9	17835	17599	24531	261,6	761	51,9
48	Пермский край	1204,4	28823	26982	32438	1091,3	3205	253,8
49	Кировская область	590,8	21519	20649	24949	291,0	785	57,0
50	Нижегородская область	1644,9	30741	28998	30598	1182,3	2791	244,1
51	Оренбургская область	935,6	23206	21901	27400	772,1	2040	181,7
52	Пензенская область	632,6	21469	20855	26619	338,6	930	72,5
53	Самарская область	1714,3	26803	26225	30267	1275,1	3012	251,5
54	Саратовская область	1136,9	19869	18914	24715	655,0	1780	145,5
55	Ульяновская область	587,1	23161	20683	26134	328,2	728	91,8
	Уральский федеральный округ	**6347,1**	**32712**	**31342**	**43853**	**9354,7**	**33651**	**2870,1**
56	Курганская область	348,3	21208	19336	25239	193,9	694	22,4
57	Свердловская область	2093,9	35303	35564	34341	1978,0	6087	337,8
58	Тюменская область	2190,8	41314	38460	63796	5922,1	23948	2315,1
59	Челябинская область	1714,0	23261	21554	32196	1260,7	2922	194,7
	Сибирский федеральный округ	**8783,8**	**23860**	**22933**	**33822**	**7133,9**	**15338**	**1521,1**
60	Республика Алтай	85,0	19046	15594	25903	46,1	128	13,1
61	Республика Бурятия	391,2	24566	24953	32088	199,2	609	41,5
62	Республика Тыва	103,2	13800	10345	30760	52,2	92	9,3
63	Республика Хакасия	233,3	21363	22280	34347	182,4	418	22,1
64	Алтайский край	1017,5	22238	19607	22732	498,8	872	84,2
65	Забайкальский край	474,5	23361	22328	34875	262,8	924	91,3
66	Красноярский край	1391,3	27977	26603	40929	1768,0	3227	424,7

67	Иркутская область	1128,0	22412	21488	37589	1068,7	2529	256,9
68	Кемеровская область	1220,4	21910	20187	32645	858,1	2405	208,1
69	Новосибирская область	1338,8	25230	27310	32984	1084,7	1944	175,0
70	Омская область	913,0	25243	23849	30160	625,9	1019	99,7
71	Томская область	487,8	23543	21862	38388	487,0	1172	95,1
	Дальневосточный фед.округ	**3203,4**	**37223**	**35799**	**49022**	**3756,6**	**11637**	**1217,4**
72	Республика Саха (Якутия)	483,4	39765	37237	62011	868,6	2025	384,9
73	Камчатский край	166,2	41457	39472	65970	198,1	501	37,1
74	Приморский край	986,2	33469	32948	37962	736,9	3126	125,7
75	Хабаровский край	693,9	37801	37193	42912	637,7	1589	117,2
76	Амурская область	395,5	31773	30963	37447	287,6	1009	186,6
77	Магаданская область	92,2	50146	46398	74855	146,9	259	44,2
78	Сахалинская область	284,4	49474	47099	68827	767,8	2763	299,5
79	Еврейская автономная область	69,7	23386	21342	34508	46,9	224	10,5
80	Чукотский автономный округ	31,9	65564	40643	92368	66,1	141	11,8

Приложение 2

	Регионы России 2015	Среднегодовая численность занятых, тыс. чел.	Среднедушевые денежные доходы (в месяц), руб.	Среднедушевые денежные расходы (в месяц), руб.	Среднемесячная номинальная заработная плата работников, руб.	ВРП в текущих основных ценах, млрд. руб	Основные фонды в экономике по полной учетной стоимости, млрд. руб.	Инвестиции в основной капитал, млрд. руб.
	Российская Федерация	**67813,3**	**30225**	**30462**	**33981**	**58900,7**	**147430**	**14555,9**
	Центральный ФО	**19008,3**	**38732**	**40159**	**41848**	**20820,6**	**47271**	**3673,0**
1	Белгородская область	699,1	27907	25601	25325	619,4	1152	146,4
2	Брянская область	533,6	25083	25160	21606	243,0	572	61,7
3	Владимирская область	695,7	23080	22997	23933	327,9	650	80,5
4	Воронежская область	1055,3	30141	28206	35172	709,1	1234	263,6
5	Ивановская область	487,5	22494	21037	21150	151,1	517	25,7
6	Калужская область	490,8	26695	25992	29444	324,9	722	92,5
7	Костромская область	299,8	22385	21415	21702	146,3	361	26,2
8	Курская область	567,1	25781	23826	23889	297,4	664	70,4
9	Липецкая область	542,3	27630	25924	24515	395,7	998	116,6
10	Московская область	3040,5	38396	34437	40351	2705,6	6073	640,3
11	Орловская область	386,8	22819	21811	21659	179,8	394	52,3
12	Рязанская область	494,1	24074	22382	25412	297,3	749	54,1
13	Смоленская область	482,4	24068	23251	23170	234,7	716	59,9
14	Тамбовская область	502,2	25078	22919	21699	275,8	709	122,5
15	Тверская область	575,5	23579	23308	24809	307,4	988	74,2
16	Тульская область	749,9	26426	25196	27238	408,5	858	105,6

17	Ярославская область	627,4	27006	23682	26585	388,1	1025	69,1
18	г. Москва	6778,4	59567	68715	64324	12808,6	28890	1611,5
	Северо-Западный ФО	**6750,2**	**32435**	**33331**	**37616**	**5914,8**	**16021**	**1439,4**
19	Республика Карелия	296,8	25713	24794	30306	185,6	521	32,4
20	Республика Коми	433,7	33313	31452	40741	480,9	2388	175,1
21	Архангельская область	594,3	32408	31188	38174	540,1	1508	163,5
22	Вологодская область	571,8	25668	22902	27287	388,4	1347	84,4
23	Калининградская область	477,8	25043	25300	28581	306,2	592	62,3
24	Ленинградская область	747,0	26231	24712	33796	714,0	2449	199,7
25	Мурманская область	408,6	35952	33966	45592	320,3	1564	101,0
26	Новгородская область	306,4	25642	26370	26261	205,9	459	73,2
27	Псковская область	320,9	21178	21225	21455	121,3	322	26,6
28	г. Санкт-Петербург	2593,1	39845	44223	43685	2652,1	4870	521,3
	Южный ФО	**6161,2**	**27025**	**27971**	**25279**	**3920,3**	**9255**	**1207,5**
29	Республика Адыгея	150,6	22415	21014	21826	77,9	162	15,5
30	Республика Калмыкия	111,9	14234	12393	20063	46,0	151	16,1
31	Краснодарский край	2322,4	31376	32927	26700	1792,1	4209	579,9
32	Астраханская область	436,4	24014	24305	25455	289,0	913	111,6
33	Волгоградская область	1230,3	22000	22157	24118	715,1	1735	193,3
34	Ростовская область	1909,6	26480	27709	24657	1000,2	2085	291,0
	Северо-Кавказский ФО	**3464,1**	**22839**	**20520**	**21765**	**1587,1**	**3601**	**508,1**
35	Республика Дагестан	1011,7	26809	23901	18946	538,3	1213	231,1
36	Республика Ингушетия	77,4	13337	6717	21699	52,2	73	18,0
37	Кабардино-Балкар.Республика	305,8	18766	17113	20562	118,1	224	31,3
38	Карачаево-Черкес. Республика	169,1	17913	13360	20504	69,2	166	15,3
39	Респ. Сев. Осетия - Алания	296,8	21889	19420	21063	126,8	205	26,1
40	Чеченская Республика	365,8	22457	13163	22102	141,3	414	61,4

41	Ставропольский край	1237,5	22675	25355	23629	541,2	1307	124,9
	Приволжский ФО	**14114,8**	**26188**	**24846**	**25717**	**9171,1**	**20928**	**2447,6**
42	Республика Башкортостан	1761,9	27815	27188	25835	1248,8	2307	316,7
43	Республика Марий Эл	306,2	17693	17203	22037	144,1	331	38,9
44	Республика Мордовия	369,5	17456	15647	22117	170,9	477	52,4
45	Республика Татарстан	1812,2	31391	30087	29338	1671,4	3431	617,2
46	Удмуртская Республика	742,2	24931	21927	25166	442,0	975	80,3
47	Чувашская Республика	560,7	18508	18792	21360	235,1	665	54,6
48	Пермский край	1262,0	32692	28603	28222	967,8	2652	217,0
49	Кировская область	632,1	22422	21849	22005	250,3	659	56,4
50	Нижегородская область	1677,7	30850	28191	26747	1018,4	2382	229,0
51	Оренбургская область	1047,5	23205	22191	24505	731,3	1652	168,8
52	Пензенская область	660,6	21104	20788	23189	297,7	864	88,7
53	Самарская область	1506,7	26917	26824	27234	1152,0	2523	298,7
54	Саратовская область	1183,6	20130	19650	22529	562,3	1402	138,8
55	Ульяновская область	591,8	22770	21099	22811	279,0	608	90,1
	Уральский ФО	**6037,1**	**32638**	**32265**	**39257**	**8001,8**	**26777**	**2514,1**
56	Курганская область	372,1	20140	18918	21913	169,0	620	27,5
57	Свердловская область	2024,5	34696	35815	30980	1611,6	4712	350,4
58	Тюменская область	1979,5	41116	39788	56772	5178,5	19037	1923,3
59	Челябинская область	1661,0	24464	23440	29805	992,9	2408	212,8
	Сибирский ФО	**9010,1**	**23336**	**22974**	**29610**	**6106,9**	**13146**	**1382,8**
60	Республика Алтай	89,2	18179	15203	22735	39,1	100	11,0
61	Республика Бурятия	414,4	25345	25602	28698	184,8	558	36,3
62	Республика Тыва	101,0	15094	11682	28704	46,7	73	12,7
63	Республика Хакасия	226,6	20649	23471	30121	160,4	378	29,1
64	Алтайский край	1063,8	21008	19816	20082	447,9	907	91,9

65	Забайкальский край	482,0	23026	22068	30863	227,6	790	73,4
66	Красноярский край	1422,7	26854	26550	35840	1423,3	2537	394,4
67	Иркутская область	1130,7	22203	21295	32624	907,4	2030	211,8
68	Кемеровская область	1278,2	21553	20416	28205	747,4	2106	162,1
69	Новосибирская область	1365,6	23793	26675	28105	895,3	1656	156,6
70	Омская область	944,5	25771	24251	27588	598,9	962	97,1
71	Томская область	491,6	23787	21992	33958	428,1	1048	106,5
	Дальневосточный ФО	**3267,5**	**36575**	**35577**	**42877**	**3222,5**	**9188**	**885,7**
72	Республика Саха (Якутия)	482,1	37857	35855	54185	660,1	1521	200,0
73	Камчатский край	181,9	39494	37998	56483	145,4	322	25,9
74	Приморский край	973,9	34081	33608	33812	643,5	2481	116,1
75	Хабаровский край	724,3	37677	37724	38027	549,3	1358	109,0
76	Амурская область	424,9	29704	29370	31860	235,4	830	103,9
77	Магаданская область	86,8	48734	46027	64913	97,0	227	57,4
78	Сахалинская область	287,0	48852	47246	61215	793,5	2153	252,1
79	Еврейская автономная область	75,4	24118	22117	30724	41,7	184	13,0
80	Чукотский автономный округ	31,1	57333	34346	78893	56,6	112	8,4

Приложение 3

	Регионы России 2010	Среднегодовая численность занятых, тыс. чел.	Среднедушевые денежные доходы (в месяц), руб.	Среднедушевые денежные расходы (в месяц), руб.	Среднемесячная номинальная заработная плата работников, руб.	ВРП в текущих основных ценах, млрд. руб	Основные фонды в экономике по полной учетной стоимости, млрд. руб.	Инвестиции в основной капитал, млрд. руб.
	Российская Федерация	**67343,3**	**18552,6**	**18212,8**	**21193**	**32072,6**	**82303**	9151,411
	ЦФО	**18567,8**	**24029,4**	**24218,1**	**26162**	**11445,2**	**26617**	1890,966
1	Белгородская область	681,0	16621,3	13848,5	15886	304,3	351	90,945
2	Брянская область	582,1	13215,7	12597,0	12479	126,2	369	40,149
3	Владимирская область	701,5	12508,8	11682,9	14803	188,5	369	47,734
4	Воронежская область	1055,3	12717,5	12782,1	15187	302,5	739	122,963
5	Ивановская область	487,4	10922,1	10482,1	13156	86,6	300	28,381
6	Калужская область	480,9	15236,7	14540,5	17436	156,7	383	67,292
7	Костромская область	317,2	12676,8	12068,2	13706	78,7	280	13,515
8	Курская область	580,6	14630,9	13039,1	13868	161,5	400	44,836
9	Липецкая область	545,7	15735,7	13894,2	15496	226,5	579	94,387
10	Московская область	2879,8	22200,1	21394,8	25473	1530,6	3939	345,301
11	Орловская область	391,1	12898,5	11645,1	13246	89,7	238	20,717
12	Рязанская область	496,9	13324,7	12552,9	15122	152,8	526	36,644
13	Смоленская область	483,8	14615,6	14228,0	14658	125,2	441	47,222
14	Тамбовская область	500,6	13602,1	11941,7	12615	133,6	419	50,019
15	Тверская область	596,4	13836,2	13222,7	15648	197,9	664	80,501
16	Тульская область	763,3	15311,4	13868,4	15590	213,6	492	66,028

17	Ярославская область	656,2	14383,7	13170,5	16005	212,8	771	63,595
18	г. Москва	6368,1	42591,8	45484,1	40468	7157,5	15357	630,737
	СЗФО	**6733,1**	**19703,7**	**19847**	**23694**	**3405,7**	**8041**	**1049,637**
19	Республика Карелия	338,1	15778,6	13702,1	19860	106,2	348	22,266
20	Республика Коми	467,7	22777,8	20523,1	25662	301,4	1085	102,587
21	Архангельская область	609,1	19158,2	17447,9	22164	323	968	78,647
22	Вологодская область	595,3	13836,5	13191,1	18547	212,8	757	57,258
23	Калининградская область	458,6	15735,5	15638	18624	169,9	346	54,564
24	Ленинградская область	738,9	14572,2	14167,2	21250	425,1	1046	269,280
25	Мурманская область	438,9	24372,2	21652,1	28922	201,8	685	35,040
26	Новгородская область	314,4	15277,9	14242,3	16607	117,5	263	39,741
27	Псковская область	319	12595,6	12116,6	14114	74,6	229	15,239
28	г. Санкт-Петербург	2453,1	24635,8	27141,6	27626	1473,4	2314	375,016
	ЮФО	**6139,3**	**14929,7**	**15379,2**	**15545**	**1988,6**	**5062**	**794,412**
29	Республика Адыгея	152,8	12372,6	10017,4	12594	41,4	101	11,376
30	Республика Калмыкия	114,2	7701,6	5295,6	11644	23,9	114	7,288
31	Краснодарский край	2270,3	16521,2	17838,0	16711	857,5	1870	492,733
32	Астраханская область	446,3	14599,4	14261,7	15388	132,2	530	56,935
33	Волгоградская бласть	1254,2	13997,9	13636,9	14664	377,4	1116	73,964
34	Ростовская область	1901,5	14388,3	14942,8	15153	556,2	1331	152,116
	СКФО	**3256,2**	**13343,2**	**11879,7**	**12759**	**795,5**	**2058**	**287,137**
35	Республика Дагестан	942,0	15115,1	12412,5	10184	265,1	610	115,106
36	Республика Ингушетия	65,5	9748,5	3691,0	13404	18,7	41	6,448
37	Кабар.-Балкарская Респ.	310,1	11309,2	9521,4	11642	66,4	136	14,080
38	Карач.-Черкесская Респ.	166,7	10315,2	7399,1	11343	38,6	112	8,928
39	Респ.Сев. Осет. - Алания	298,1	14621,2	10596,7	11959	65,1	152	14,006
40	Чеченская Республика	256,2	…	…	13971	64,1	208	39,377

41	Ставропольский край	1217,6	12803,5	14342,1	14386	277,5	799	89,192
	ПФО	**14378,1**	**15601,1**	**14607,1**	**15672**	**4919,9**	**13202**	**1323,384**
42	Респ. Башкортостан	1782,4	17805,3	17147,0	16377	645,5	1485	139,570
43	Республика Марий Эл	322,1	10203,8	9606,7	12669	68,8	204	21,244
44	Республика Мордовия	387,1	10889,3	9321,9	11868	92,9	342	38,395
45	Республика Татарстан	1800,9	18026,9	17440,6	17353	884,2	2132	306,020
46	Удмуртская Республика	759,6	12322,8	11453,6	14108	229,4	592	42,346
47	Чувашская Республика	577,1	10964,9	10703,0	13015	139,5	456	43,751
48	Пермский край	1316,2	19226,3	17543,1	17351	544,5	1605	129,943
49	Кировская область	664,5	13409,0	12281,2	13466	145,0	488	30,552
50	Нижегородская область	1722,2	16109,3	15137,1	16701	545,9	1389	172,320
51	Оренбургская область	1050,5	13526,2	12111,4	15084	414,5	902	97,483
52	Пензенская область	667,7	12739,7	12484,4	14470	150,9	533	46,273
53	Самарская область	1525,0	19690,9	18056,6	16638	579,0	1653	132,568
54	Саратовская область	1204,7	11989,0	11124,5	14593	327,2	991	78,073
55	Ульяновская область	598,0	12669,1	11424,6	13496	152,6	430	44,848
	УФО	**6029,0**	**21386,6**	**20051,8**	**25028**	**4396,6**	**14527**	**1431,313**
56	Курганская область	410,3	13619,3	11706,6	13090	108,5	416	24,038
57	Свердловская область	2072,1	21909,0	21689,3	19590	823,8	2247	217,372
58	Тюменская область	1902,4	27639,1	25066,8	38323	2899,6	10316	1051,070
59	Челябинская область	1644,2	16688,7	15333,2	17606	564,7	1548	138,834
	СФО	**8948,5**	**14876,8**	**14032,2**	**18455**	**3390,2**	**8289**	**889,719**
60	Республика Алтай	94,9	13403,8	9287,6	13996	19,9	45	9,520
61	Республика Бурятия	397,5	13976,3	13613,8	17903	124,6	375	30,344
62	Республика Тыва	106,3	11076,5	7022,2	17397	26,9	36	6,353
63	Республика Хакасия	243,7	13741,6	11989,5	18380	83,8	230	20,232
64	Алтайский край	1064,4	10908,3	10747,0	12047	267,5	671	55,819

65	Забайкальский край	490,9	14112,1	13047,9	18608	148,4	560	40,257
66	Красноярский край	1433,9	18118,1	16934,1	22024	748,5	1472	245,618
67	Иркутская область	1142,9	14909,6	13470,8	20185	455,5	1473	102,450
68	Кемеровская область	1280,1	15419,5	13835,0	17988	512,4	1153	129,747
69	Новосибирская область	1255,9	15806,9	16528,9	18507	424,0	1055	106,822
70	Омская область	942,8	14910,1	14475,3	16786	336,2	599	66,804
71	Томская область	495,0	14988,7	13882,3	21870	242,5	620	75,754
	ДВФО	**3291,3**	**20729,0**	**20059,0**	**26066**	**1730,9**	**4290**	**725,659**
72	Респ. Саха (Якутия)	481,9	22806,9	20858,3	28630	329,7	734	117,231
73	Камчатский край	185,6	27883,0	24781,0	36504	95,6	181	29,423
74	Приморский край	977,8	17263,8	17548,4	21895	367,7	800	201,057
75	Хабаровский край	719,8	22545,0	21530,1	23064	275,0	752	131,201
76	Амурская область	428,1	14057,8	14797,9	21843	151,8	530	79,386
77	Магаданская область	90,2	27094,0	23604,5	37646	48,1	136	13,604
78	Сахалинская область	289,0	30742,1	30872,8	35808	392,3	997	130,860
79	Еврейская автон. область	82,1	15180,3	12854,4	20247	25,3	97	18,518
80	Чукотский автон.округ	36,9	32044,9	26809,2	47383	45,4	63	4,380